

# 考虑推力陷阱的组合动力飞行器切换控制方法研究

张秀云, 李梦龙, 田栢苓, 李智禹, 宗群

(天津大学电气自动化与信息工程学院, 天津, 300072)

**摘要** 针对组合动力飞行器动力切换时的推力陷阱问题, 提出了一种考虑推力陷阱的组合动力飞行器切换控制方法。首先, 针对组合动力飞行器正常飞行控制需求, 基于超螺旋滑模控制方法, 设计了正常飞行控制器, 从而实现飞行器受扰动情况下的有限时间稳定跟踪参考指令; 其次考虑组合动力飞行器动力切换引起的推力损失带来的控制约束, 设计了输入约束控制器, 实现模态转换阶段跟踪误差有限时间收敛的同时减小推力需求; 然后考虑正常情况及模态转换阶段控制器的结合, 设计了组合发动机软切换控制方法; 最后通过仿真验证了所设计的控制器能够有效规避推力损失现象, 并且能够有效保障切换控制系统的稳定性及鲁棒性。

**关键词** 组合动力飞行器; 推力陷阱; 切换控制; 输入约束控制

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2024.02.003

**中图分类号** V249.1 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2024)02-0021-11

## A Switching Control Methodology for Hybrid Propulsion Aircraft in Consideration of Transition Thrust Pinch

ZHANG Xiuyun, LI Menglong, TIAN Bailing, LI Zhiyu, ZONG Qun

(School of Electrical Automation and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** In view of the issue of transition thrust pinch during power transitions in hybrid propulsion aircraft, a switching control method is proposed for hybrid propulsion aircraft considering thrust pinch. Firstly, for the normal flight control requirements of hybrid propulsion aircraft, a normal flight controller is designed by using a sliding mode control approach based on the super-twisting algorithm, enabling the aircraft to achieve finite-time stable tracking of reference commands in the presence of disturbances. Secondly, in consideration of the control constraints imposed by thrust losses during power transitions, an input-constrained controller is designed to facilitate limited-time convergence of tracking errors during the mode transition phase while reducing the demand for thrust. Furthermore, in combination with the controllers for a normal flight or on a mode transition phase, a soft switching control strategy for combined engine transitions is designed. Finally, the simulation experiments show that the designed controller can not only effectively avoid thrust loss phenomenon, and effectively ensure the stability and the robustness in the switching control system.

**Key words** hybrid propulsion aircraft; transition thrust pinch; switching control; input constraint control

**收稿日期**: 2023-08-31

**基金项目**: 国家自然科学基金(62273249, 62373268, 62373273, 62073234, 62022060, 62103417)

**作者简介**: 张秀云(1992-), 女, 山东潍坊人, 副教授, 博士, 研究方向为空天飞行器控制与仿真。E-mail: zxy\_11@tju.edu.cn

**通信作者**: 李智禹(1997-), 男, 江西南昌人, 博士生, 研究方向为飞行器轨迹优化与鲁棒控制。E-mail: lizhiyu@tju.edu.cn

**引用格式**: 张秀云, 李梦龙, 田栢苓, 等. 考虑推力陷阱的组合动力飞行器切换控制方法研究[J]. 空军工程大学学报, 2024, 25(2): 21-31.  
ZHANG Xiuyun, LI Menglong, TIAN Bailing, et al. A Switching Control Methodology for Hybrid Propulsion Aircraft in Consideration of Transition Thrust Pinch[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2024, 25(2): 21-31.

组合动力飞行器凭借其高效的能源利用和飞行灵活性等显著优势,将对未来的航空领域产生深远影响。与此同时,组合动力飞行器的发展也为在短时间内到达世界各地提供了可能性,因此在民用领域引起了广泛关注。然而,要实现组合动力飞行,推进系统的设计和性能至关重要,特别是对于水平起降的组合动力飞行器来说,推进系统更是需要解决的最大难题<sup>[1]</sup>。

在推进系统的研究中,涡轮基组合循环(turbine-based combined cycle, TBCC)被认为是最有前景的解决方案之一。TBCC 发动机在低马赫数时采用涡轮喷气模式,高马赫数时采用冲压喷气模式,它具有可靠性高、油耗低、低噪音、可高速巡航等优点,因此备受关注<sup>[2-4]</sup>。虽然针对 TBCC 发动机的相关研究工作已经开展半个多世纪,但在将 TBCC 发动机投入实际应用之前还存在许多技术问题,如推力陷阱、模态转换方案等<sup>[5]</sup>。由于 TBCC 发动机的模态转换点通常处于涡轮发动机工作马赫数的上限和冲压发动机工作马赫数的下限,在模态转换过程中,容易出现推阻不平衡的情况,导致飞机持续减速,难以实现冲压发动机的正常启动提供合适的流动条件。这种由于推阻不平衡导致飞机无法完成从低速到高速、从涡轮发动机到冲压发动机过渡的现象被称为推力陷阱问题<sup>[6]</sup>,见图 1。

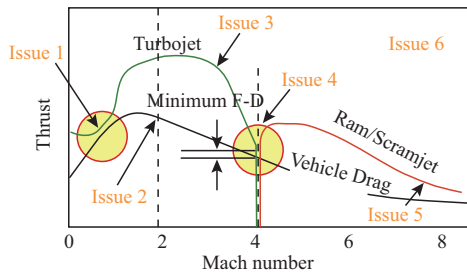


图 1 目前国际公认的 TBCC 发动机技术难点

NASA 针对 TBCC 飞行器在动力切换时存在的推力陷阱问题,采用将势能转换为动能的方法,同时基于 LQR 方法对飞行器的姿态加以控制<sup>[7]</sup>。宋自航<sup>[8]</sup>通过优化 TBCC 发动机内部部件,减小了发动机模态转换过程中的推力损失。何增明<sup>[9]</sup>建立了以马赫数为调度变量的 TBCC 发动机 LPV 模型,通过求解最优控制问题,找到了最佳模态转换点,从而实现协调控制。上述研究从一定程度上缓解了推力陷阱问题,但难以从根本上规避推力损失现象,并且控制方案的鲁棒性较差。

为此,本文根据涡轮发动机和冲压发动机的推进特性,针对 TBCC 发动机模态转换过程中的推力损失问题,采用具备输入约束的输入约束控制方案,从控制器角度减小模态转换阶段的推力需求,从而规避推力损失现象,同时保证组合发动机飞行器轨

迹跟踪误差有限时间收敛至 0,并基于软切换策略实现组合发动机在不同工作模态间的平滑过渡。

## 1 组合动力飞行器建模

### 1.1 飞行器动力学模型建立

本文假设组合发动机飞行器为刚体模型<sup>[10]</sup>,忽略地球自转带来的影响,则飞行器六自由度质心动力学模型可以描述为:

$$\begin{cases} \dot{h} = v \sin \gamma \\ \dot{\theta} = \frac{v \cos \gamma \sin \chi}{h \cos \varphi} \\ \dot{\varphi} = \frac{v \cos \gamma \cos \chi}{h} \\ \dot{v} = -D/m - g \sin \gamma + T \cos \alpha / m \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{v} \left[ \frac{L \cos \sigma}{m} - \left( g - \frac{v^2}{h} \right) \cos \gamma \right] + \frac{T \sin \alpha}{m v} \\ \dot{\chi} = \frac{L \sin \sigma}{m v \cos \gamma} + \frac{v}{h} \cos \gamma \sin \chi \tan \varphi \end{cases} \quad (1)$$

式中: $h$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$ 、 $v$ 、 $\gamma$ 、 $\chi$  分别为海拔高度、经度、纬度、速度、航迹角和航向角; $L$ 、 $D$ 、 $T$  分别为升力、阻力和推力; $\alpha$ 、 $\sigma$  为攻角和倾侧角; $m$  为飞行器质量; $g$  为重力加速度, $g = \mu_g / h^2$ ,其中  $\mu_g$  为引力参数。

此外,升、阻力可以表示为:

$$\begin{cases} L \approx q_d S C_L(\alpha, Ma) \\ D \approx q_d S C_D(\alpha, Ma) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $Ma$  为马赫数; $S$  为飞行器气动参考面积; $q_d$  为动压, $q_d = 0.5 \rho v^2$ ;  $\rho$  为大气密度, $\rho = \rho_0 e^{-\beta h / R_e}$ ,其中  $\rho_0$  为海平面处的大气密度, $R_e$  为地球半径, $\beta$  为常值系数。

### 1.2 模型线性化处理

取飞行器状态量为  $\mathbf{x} = [h, v, \gamma]^T$ ,控制量为  $\mathbf{u} = [\alpha, \sigma, T]^T$ ,从而得到方形控制系统。进一步,为得到仿射形式的飞行器系统输入输出方程,在输入通道引入积分器,将系统转换为增广仿射非线性系统:

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}') + \mathbf{g}\mathbf{u}' \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x}' = [h, v, \gamma, \alpha, \sigma, T]^T$  为新的状态量; $\mathbf{u}' = [\dot{\alpha}, \dot{\sigma}, \dot{T}]^T$  为新的控制量,状态矩阵  $\mathbf{f}(\mathbf{x}')$  和控制矩阵  $\mathbf{g}$  分别为:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}') = \begin{bmatrix} v \sin \gamma \\ -D/m - g \sin \gamma + T \cos \alpha / m \\ \frac{1}{v} \left[ \frac{L \cos \sigma}{m} - \left( g - \frac{v^2}{h} \right) \cos \gamma \right] + \frac{T \sin \alpha}{m v} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \mathbf{g}_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

从式(5)中可以看出控制矩阵  $\mathbf{g}$  是与状态量  $\mathbf{x}'$  无关的一个常数矩阵,从而将  $\mathbf{u}'$  从  $\mathbf{x}'$  中完成了解耦。

然后对系统输出进行输入输出线性化:

$$\begin{cases} \ddot{h} = L_f^3 h + L_{g_1} L_f^2 \dot{h} \alpha + L_{g_2} L_f^2 \dot{h} \sigma + L_{g_3} L_f^2 \dot{h} T \\ \ddot{v} = L_f^2 v + L_{g_1} L_f \dot{v} \alpha_1 + L_{g_2} L_f \dot{v} \sigma_2 + L_{g_3} L_f \dot{v} T \\ \ddot{\gamma} = L_f^2 \gamma + L_{g_1} L_f \dot{\gamma} \alpha_1 + L_{g_2} L_f \dot{\gamma} \sigma_2 + L_{g_3} L_f \dot{\gamma} T \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}')$  和  $\mathbf{g}$  为式(3)中定义的光滑向量场;

$L_f \xi = \nabla \xi \mathbf{f} = \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{x}'} \mathbf{f}$  表示标量函数  $\xi$  相对于向量场  $\mathbf{f}$  的李导数,  $L_f^i \xi = L_f(L_f^{i-1} \xi) = \nabla(L_f^{i-1} \xi) \mathbf{f}$  和  $L_g L_f \xi = L_g(L_f \xi) = \nabla(L_f \xi) \mathbf{g}$  表示多重李导数。

### 1.3 误差系统建立

对系统进行输入输出线性化后,得到仿射形式的系统误差动态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_h = \mathbf{A}_1 \mathbf{u}' + b_1 - \dot{h}_{\text{ref}} \\ \dot{e}_v = \mathbf{A}_2 \mathbf{u}' + b_2 - \dot{v}_{\text{ref}} \\ \dot{e}_\gamma = \mathbf{A}_3 \mathbf{u}' + b_3 - \dot{\gamma}_{\text{ref}} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $e_h = h - h_{\text{ref}}$  表示高度跟踪误差;  $e_v = v - v_{\text{ref}}$  表示速度跟踪误差;  $e_\gamma = \gamma - \gamma_{\text{ref}}$  表示航迹角跟踪误差;  $\dot{h}_{\text{ref}}, \dot{v}_{\text{ref}}, \dot{\gamma}_{\text{ref}}$  表示对应的参考轨迹导数;  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, b_1, b_2, b_3$  表示系数矩阵,具体定义如下:

$$[\mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 \quad \mathbf{A}_3] = [L_g L_f^2 h \quad L_g L_f v \quad L_g L_f \gamma] \quad (8)$$

$$[b_1 \quad b_2 \quad b_3] = [L_f^3 h \quad L_f^2 v \quad L_f^2 \gamma] \quad (9)$$

考虑控制通道扰动,误差动态方程有如下形式:

$$\dot{e}_h = \mathbf{A}_1 \mathbf{u}' + b_1 - \dot{h}_{\text{ref}} + \Delta_h(t) \quad (10)$$

$$\dot{e}_v = \mathbf{A}_2 \mathbf{u}' + b_2 - \dot{v}_{\text{ref}} + \Delta_v(t) \quad (11)$$

$$\dot{e}_\gamma = \mathbf{A}_3 \mathbf{u}' + b_3 - \dot{\gamma}_{\text{ref}} + \Delta_\gamma(t) \quad (12)$$

为方便控制器设计,系统(10)~(12)有如下假设:

假设 1: 系统中匹配扰动  $\Delta_h(t), \Delta_v(t), \Delta_\gamma(t)$  是 Lipschitz 连续的,即扰动存在上界  $\|\Delta_h(t)\| \leq L_h, \|\Delta_v(t)\| \leq L_v, \|\Delta_\gamma(t)\| \leq L_\gamma$ , 并且扰动的导数存在且满足条件  $\|\dot{\Delta}_h(t)\| \leq l_h, \|\dot{\Delta}_v(t)\| \leq l_v, \|\dot{\Delta}_\gamma(t)\| \leq l_\gamma$ , 其中  $L_h, L_v, L_\gamma$  和  $l_h, l_v, l_\gamma$  为已知的正常数。

假设 2: 考虑系统(10)~(12), 假设系统中的所

有状态量都是可测的。

### 1.4 控制目标

本文的主要目标针对组合动力飞行器轨迹跟踪系统模态转换过程,开发一种具备输入约束的多变量控制算法,使得轨迹跟踪误差在有限时间内收敛至零。同时,在保证控制指质量的前提下减小推力需求,以避免推力损失现象,并基于软切换策略保证飞行过程中的模态平稳转换及推力平稳交接。

### 1.5 相关引理

引理 1<sup>[11]</sup> 令参数  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n > 0$ , 同时多项式  $s^n + \lambda_n s^{n-1} + \dots + \lambda_2 s + \lambda_1$  满足 Hurwitz 条件。考虑多变量积分系统  $\dot{x}_1 = x_2, x_2 = x_3, \dots, x_{n-1} = x_n, \dot{x}_n = u$ , 其中  $x_i, u \in \mathbb{R}^m$ 。则存在  $\epsilon \in (0, 1)$ , 对于任意  $\rho \in (1 - \epsilon, 1)$ , 都有如下形式反馈控制律  $u$ , 使得原点是系统的全局有限时间稳定平衡点。

$$u = -\lambda_1 x_1^{\rho_1} - \dots - \lambda_n x_n^{\rho_n} \quad (13)$$

式中: 参数  $\rho_n$  满足  $\rho_{i-1} = \frac{\rho_i \rho_{i+1}}{2\rho_{i+1} - \rho_i}, i = 2, 3, \dots, n$ ,

且  $\rho_n = \rho, \rho_{n+1} = 1$ 。

引理 2 对于任意时间  $T \geq t \geq 0$ , 当切换信号  $\sigma(t)$  存在平均驻留时间  $\tau_a$  时, 以下不等式成立:

$$\Psi_\sigma(T, t) \leq \Psi_0 + \frac{T-t}{\tau_a} \quad (14)$$

式中:  $\Psi_0$  为正实数,  $\Psi(T, t)$  为时间间隔  $[t, T)$  内切换发生的次数。

## 2 组合动力飞行器控制律设计

### 2.1 正常飞行段控制律设计

本节针对组合动力飞行器正常飞行阶段(如爬升段、巡航段等)轨迹跟踪需求,基于超螺旋滑模方法设计闭环控制器,实现组合动力飞行器正常飞行阶段轨迹跟踪误差有限时间收敛至 0。

针对满足假设 1 和假设 2 条件的组合动力飞行器轨迹跟踪系统(10), 针对高度环子系统建立滑动变量如下:

$$s_{h1}^* = \dot{e}_h + \int_0^t (\lambda_{h1} [e_h]^{\rho_{h1}} + \lambda_{h2} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} + \lambda_{h3} [\dot{e}_h]^{\rho_{h3}}) dt \quad (15)$$

式中: 参数  $\lambda_{hi}, \rho_{hi} (i = 1, 2, 3)$  为待设计的正常数。

定理 1 考虑满足假设 1 和假设 2 条件的闭环系统(10)和(15), 若超螺旋滑模控制器设计为如下形式, 则系统是有限时间稳定的, 跟踪误差有限时间收敛到零。

$$u_h^* = -F_h - \lambda_{h1} [e_h]^{\rho_{h1}} - \lambda_{h2} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} - \lambda_{h3} [\dot{e}_h]^{\rho_{h3}} - k_{h1} [s_{h1}^*]^{\frac{1}{2}} - k_{h2} \int_0^1 [s_{h1}^*]^0 dt \quad (16)$$

式中:  $F_h$  表示式(10)中的标称项, 参数  $\lambda_{hi}, \rho_{hi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的设置满足引理 1 条件。而其他参数满足下述条件:

$$k_{h1} > \frac{3l_h}{\sqrt{k_{h2} - l_h}}, k_{h2} > 2l_h \quad (17)$$

证明 1:

定理 1 的证明可参考文献[13]。

备注 1:

上述完成了针对高度环三阶误差系统(10)的正常飞行段超螺旋滑模控制器(16)设计, 考虑到速度环(11)和航迹角环(12)子系统为二阶误差系统, 可同理得到相应控制器形式。

## 2.2 模态转换段控制律设计

本节面向组合动力飞行器模态转换阶段轨迹跟踪需求, 针对组合发动机动力切换过程中的推力损失问题<sup>[12-13]</sup>, 基于超螺旋滑模方法设计输入约束控制器, 实现组合动力飞行器模态转换阶段轨迹跟踪误差有限时间收敛至零, 同时减小推力需求以避免推力损失。

针对满足假设 1 和假设 2 条件的组合动力飞行器轨迹跟踪系统(10), 针对高度环子系统建立滑动变量如下:

$$s_{h1} = \dot{e}_h + \int_0^t (\lambda_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [e_h]^{\rho_{h1}} + \lambda_{h2} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} + \lambda_{h3} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}}) dt \quad (18)$$

式中:  $\epsilon_{h1}$  为任意正常数, 参数  $\lambda_{hi}, \rho_{hi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为待设计的正常数。

**定理 2** 考虑满足假设 1 和假设 2 的系统(10)和(20), 若输入约束控制器设计为如下形式, 则系统(10)是有限时间稳定的, 轨迹跟踪误差在控制输入满足约束条件的前提下有限时间收敛到零。

$$u_h = -F_h - \lambda_{h1} \text{sat}_{\epsilon_1} [e_h]^{\rho_{h1}} - \lambda_{h2} \text{sat}_{\epsilon_1} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} - \lambda_{h3} \text{sat}_{\epsilon_1} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} - k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_2} [s_{h1}]^{\frac{1}{2}} + u_{\text{hint}} \quad (19)$$

$$\dot{u}_{\text{hint}} = -k_{h2} [s_{h1}]^0 - k_{h3} u_{\text{hint}} \quad (20)$$

式中:  $F_h$  表示式(10)中的标称项, 参数  $\epsilon_{h1}$  为任意正常数,  $\lambda_{hi}, \rho_{hi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的设置满足引理 1 条件。而其他参数满足下述条件:

$$k_{h1} > 0, k_{h3} > 0, k_{h2} > 2\tilde{L}_h + \frac{9\tilde{L}_h^2}{4k_{h1}^2} \epsilon_{h2} > \max \left\{ \frac{2\tilde{L}_h + k_{h1}^2}{2k_{h1}k_{h3}}, \frac{(k_{h1}^2 + 3\tilde{L}_h)^2 + 2k_{h1}^2\tilde{L}_h + 2k_{h1}^2k_{h2}}{2k_{h1}k_{h2}k_{h3}} \right\} \quad (21)$$

式中:  $\tilde{L}_h = k_{h3}L_h + l_h$ ,  $u_{\text{hint}}$  的初始值满足

$$\|u_{\text{hint}}(0)\| \leq \frac{k_{h2}}{k_{h3}}.$$

备注<sup>[14]</sup>:

通过取  $u_{\text{hint}}$  的初始值满足  $\|u_{\text{hint}}(0)\| \leq \frac{k_{h2}}{k_{h3}}$ ,

通过求解式(19)可以得到不等式:

$$\|u_{\text{hint}}\|_{\infty} \leq \frac{k_{h2}}{k_{h3}} + (u_{\text{hint}}(0) - \frac{k_{h2}}{k_{h3}}) e^{-k_{h2}t} \quad (22)$$

因此, 控制输入  $u' = [u'_h, u'_v, u'_\gamma]^T = A^{-1} [u_h, u_v, u_\gamma]^T$  全局有界, 并且其上界可以表示为:

$$\|u'_h\|_{\infty} \leq \bar{A}_1 \left( \sum_i^3 \lambda_{hi} \epsilon_{hi} + k_{h1} \epsilon_{h2} + \frac{k_{h2}}{k_{h3}} \right) + \bar{A}_1 \bar{F}_h \quad (23)$$

证明: 将控制律(21)带入到系统(18)中, 并得到  $s_{h1}$  的微分如下:

$$\dot{s}_{h1} = -k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} [s_{h1}]^{\frac{1}{2}} + u_{\text{hint}} + \Delta_h(t) \quad (24)$$

引入  $s_{h2} = u_{\text{hint}} + \Delta_h(t)$ , 得到:

$$\begin{cases} \dot{s}_{h1} = -k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} [s_{h1}]^{\frac{1}{2}} + s_{h2} \\ \dot{s}_{h2} = -k_{h2} [s_{h1}]^0 - k_{h3} s_{h2} + \vartheta(t) \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $\vartheta(t) \triangleq k_{h3} \Delta_h(t) + \dot{\Delta}_h(t)$ , 根据假设 1 可知  $\|\vartheta(t)\| \leq k_{h3}L_h + l_h \triangleq L$ 。

证明过程将分为 3 个步骤, 首先, 证明系统(25)

在  $k_{hi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 及  $\epsilon_{h2}$  满足条件(21)时是有限时间稳定的; 其次, 证明系统的状态变量在控制律(19-20)作用下在任意有限时间内是有界的(即不会发生有限时间逃逸); 最后, 证明闭环系统(10)和(25)在抵达状态  $s_{h1} = s_{h2} = 0$  后的有限时间稳定。

**步骤 1** 引入下述状态向量便于系统的 Lyapunov 分析:

$$\xi_1 = \|s_{h1}\|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_{h1}), \xi_2 = s_{h1}, \xi_3 = s_{h2} \quad (26)$$

在除集合  $\Pi = \{(s_{h1}, s_{h2}) \in \mathbb{R}^{2m} : s_{h1} = 0\}$  外的空间中, 上式的导数满足下述关系:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \frac{1}{\|\xi_1\|} [-k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} (\xi_1) + \xi_3] - \frac{\xi_2 \xi_2^T}{2 \|\xi_1\|^5} \cdot [-k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} (\xi_1) + \xi_3] \\ \dot{\xi}_2 = -k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} (\xi_1) + \xi_3 \\ \dot{\xi}_3 = -k_{h2} \text{sign}(\xi_1) - k_{h3} \xi_3 + \varphi(t) \end{cases} \quad (27)$$

考虑下述正定且在除  $\Pi$  外的连续可导 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \xi^T P \xi \quad (28)$$

式中:  $\xi = [\xi_1, \xi_2, \xi_3]^T$ , 矩阵  $P$  的定义如下:

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6k_{h2} + k_{h1}^2 & 0 & -k_{h1} \\ 0 & k_{h3}^2 & k_{h3} \\ -k_{h1} & k_{h3} & 3 \end{bmatrix} \otimes I \quad (29)$$

$$\dot{V}_2 = V_a + V_b + V_\varphi \quad (30)$$

则  $V_a, V_b$  与  $V_\varphi$  可分别写为:

$$\begin{aligned} V_a = & -k_{h_2}k_{h_3}\xi_1^T\xi_1 - 2k_{h_3}\xi_3^T\xi_3 + k_{h_1}k_{h_3}\xi_1^T\xi_3 - \\ & \frac{1}{\|\xi_1\|} \left( -k_{h_1}k_{h_2}\xi_1^T\xi_1 + k_{h_1}\xi_3^T\xi_3 - \frac{1}{2}k_{h_1}^2\xi_1^T\xi_3 \right) + \\ & \frac{k_{h_1}\xi_3^T\xi_1\xi_1^T\xi_3}{2\|\xi_1\|^3} \end{aligned} \quad (31)$$

根据式(26)的定义可以得到  $\xi_2 = \xi_1 \|\xi_1\|$ , 进而考虑条件:

$$(\xi_3^T\xi_1\xi_1^T\xi_3) / \|\xi_1\|^2 = ((\xi_1^T\xi_3)^2 / \|\xi_1\|^2) \leq \|\xi_3\|^2 \quad (32)$$

可以得到:

$$\begin{aligned} V_a \leq & -k_{h_2}k_{h_3}\xi_1^T\xi_1 - 2k_{h_3}\xi_3^T\xi_3 + k_{h_1}k_{h_3}\xi_1^T\xi_3 - \\ & \frac{1}{\|\xi_1\|} \left( -k_{h_1}k_{h_2}\xi_1^T\xi_1 + \frac{k_{h_1}}{2}\xi_3^T\xi_3 - \frac{1}{2}k_{h_1}^2\xi_1^T\xi_3 \right) \end{aligned} \quad (33)$$

而式(30)中的  $V_b$  与  $V_\varphi$  可以分别写作:

$$\begin{aligned} V_b = & (-k_{h_1}k_{h_3}^2\xi_2^T - k_{h_1}k_{h_3}\xi_3^T) \text{sat}_{\epsilon_{h_2}}(\xi_1) - \\ & \frac{1}{\|\xi_1\|} \left[ \left( 3k_{h_2} + \frac{1}{2}k_{h_1}^2 \right) k_{h_1}\xi_1^T - k_{h_1}^2\xi_3^T \right] \text{sat}_{\epsilon_{h_2}}(\xi_1) - \\ & \frac{k_{h_1}^2\xi_3^T\xi_1\xi_1^T}{2\|\xi_1\|^3} \text{sat}_{\epsilon_{h_2}}(\xi_1) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} V_\varphi = & \varphi(t)^T (-k_{h_1}\xi_1 + k_{h_3}\xi_2 + 3\xi_3) \leq \\ & k_{h_3}L \|\xi_1\|^2 + \frac{1}{\|\xi_1\|} (k_{h_1}L\xi_1^T\xi_1 + 3L\|\xi_1\|\|\xi_3\|) \end{aligned} \quad (35)$$

下面将从下述两种情况对系统的稳定性进行讨论:

1) 情况 1: 假设  $\|\xi_1\| \leq \epsilon_{h_2}$  同时满足等式条件  $\text{sat}_{\epsilon_{h_2}}(\xi_1) = \xi_1$ , 则式(31)中  $\dot{V}_2$  的上界:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & (-k_{h_2}k_{h_3} + k_{h_3}L)\xi_1^T\xi_1 - \\ & 2k_{h_3}\xi_3^T\xi_3 - \frac{1}{\|\xi_1\|} \bar{\xi}^T \Pi_1 \bar{\xi} \end{aligned} \quad (36)$$

式中:  $\bar{\xi} = [\|\xi_1\|, \|\xi_2\|, \|\xi_3\|]^T$ , 矩阵  $\Pi_1$  定义如下:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \frac{k_{h_1}^3}{2} + 2k_{h_1}k_{h_2} - k_{h_1}L & 0 & -\frac{k_{h_1}^2 + 3L}{2} \\ 0 & k_{h_1}k_{h_3}^2 & 0 \\ -\frac{k_{h_1}^2 + 3L}{2} & 0 & \frac{k_{h_1}}{2} \end{bmatrix} \quad (37)$$

由此可以看出当参数满足下述条件时, 可以保证矩阵  $\Pi_1$  正定。

$$k_{h_1} > 0, k_{h_3} > 0, k_{h_2} > 2L + \frac{9L^2}{4k_{h_1}^2} \quad (38)$$

通过广义 Lyapunov 理论可以看出, 上述系统可以在有限时间  $T_1$  内收敛至状态原点 ( $s_{h_1}, s_{h_2}$ ) =

0 处, 有限时间参数可通过系统初值状态  $\xi_0$  计算  $T_1 = \frac{2\lambda_{\max}(P)}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}\lambda_{\min}(\Pi_1)} V_2^{\frac{1}{2}}(\xi_0)$  得到。

2) 情况 2: 假设  $\|\xi_{h_1}\| \geq \epsilon_{h_2}$  同时满足条件  $\text{sat}_{\epsilon_{h_2}}(\xi_1) = \epsilon_{h_2} \text{sign}(\xi_1)$ , 在这种条件下, 可以计算得到函数  $V_a$  与  $V_b$  的上界:

$$\begin{aligned} V_a \leq & -2k_{h_3}\|\xi_3\|^2 + k_{h_1}k_{h_3}\|\xi_1\|\|\xi_3\| - \\ & [(-k_{h_1}k_{h_2} + k_{h_2}k_{h_3}\epsilon_{h_2})\|\xi_1\|^2 + \frac{k_{h_1}}{2}\|\xi_3\|^2 - \\ & \frac{1}{2}k_{h_1}^2\|\xi_1\|\|\xi_3\|] / \|\xi_1\| \end{aligned} \quad (39)$$

以及

$$\begin{aligned} V_b = & -\left( 3k_{h_2} + \frac{1}{2}k_{h_1}^2 \right) k_{h_1}\epsilon_{h_2} - \\ & k_{h_1}k_{h_3}^2\epsilon_{h_2}\xi_1^T\xi_1 - \frac{k_{h_1}k_{h_3}\epsilon_{h_2}\xi_1^T\xi_3}{\|\xi_1\|} + \frac{k_{h_1}^2\epsilon_{h_2}\xi_1^T\xi_3}{2\|\xi_1\|^2} \leq \\ & -\left( 3k_{h_2} + \frac{1}{2}k_{h_1}^2 \right) k_{h_1}\epsilon_{h_2} - k_{h_1}k_{h_3}^2\epsilon_{h_2}\xi_1^T\xi_1 + \\ & k_{h_1}k_{h_3}\|\xi_1\|\|\xi_3\| + \frac{k_{h_1}^2\xi_1^T\xi_3}{2\|\xi_1\|} \end{aligned} \quad (40)$$

定义向量  $\xi' = [\xi_1, \xi_3]^T$ , 同时考虑式(35)、式(39)以及式(40), 可以得到式中的  $V_2$  满足下述不等式条件:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_{h_1} \left( \frac{1}{2}k_{h_1} + 3k_{h_2} \right) \delta_{h_2} - \xi'^T \Pi_2 \xi' - \\ & \frac{1}{\|\xi_1\|} \xi'^T \Pi_3 \xi' \end{aligned} \quad (41)$$

式中:

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} k_{h_1}k_{h_3}^2\delta_{h_2} - k_{h_3}L & -k_{h_1}k_{h_3} \\ -k_{h_1}k_{h_3} & 2k_{h_3} \end{bmatrix} \otimes I \quad (42)$$

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} -k_{h_1}k_{h_2} + k_{h_2}k_{h_3}\delta_{h_2} - k_{h_1}L & -\frac{k_{h_1}^2 + 3L}{2} \\ -\frac{k_{h_1}^2 + 3L}{2} & \frac{k_{h_1}}{2} \end{bmatrix} \otimes I \quad (43)$$

当参数  $k_{h_1}, k_{h_2}, k_{h_3}$  以及  $\delta_{h_2}$  满足下述条件时, 矩阵  $\Pi_2, \Pi_3$  保证其正定:

$$\begin{aligned} & k_{h_1} > 0, k_{h_2} > 0, k_{h_3} > 0 \\ & \delta_{h_2} > \max \left\{ \frac{2L + k_{h_1}^2}{2k_{h_1}k_{h_3}}, \frac{(k_{h_1}^2 + 3L)^2 + 2k_{h_1}^2L + 2k_{h_1}^2k_{h_2}}{2k_{h_1}k_{h_2}k_{h_3}} \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

在上述条件下,  $\dot{V}_2$  满足  $\dot{V}_2 \leq -k_{h_1} \cdot \left( \frac{1}{2}k_{h_1} + 3k_{h_2} \right) \delta_{h_2}$ , 因此系统(25)是有限时间稳定的, 可得出其系统状态在有限时间上界  $T_2 = \frac{2V_2(\xi_0)}{k_{h_1}(k_{h_1} + 6k_{h_2})\delta_{h_2}}$  内进入集合  $\mathcal{O}_1 =$

$\{\xi_1 \in \mathbb{R}^m : \|\xi_1\| \leq \delta_{h2}\}$  中。显然,条件(21)为不等式(38)与(44)的交集,考虑条件(21)从对情况 1 与情况 2 的分析中可以得出结论:系统(25)的状态可在不超过有限时间上界  $T_1 + T_2$  内收敛至零。

**步骤 2** 在这一步骤中,需要系统(10)在控制律(10)的作用下有限时间内不发生逃逸。首先,考虑下述 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \int_0^t (\lambda_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [e_h]^{\rho_{h1}} + \lambda_{h2} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}}) dt + \frac{1}{2} (\dot{e}_h)^T \dot{e}_h \quad (45)$$

可以看出上式中的  $V_3$  为正定且径向无界的函数,而函数  $V_3$  相对时间的导数可以得到:

$$\dot{V}_3 = (\ddot{e}_h)^T [-\lambda_{h3} \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} + \tilde{\Delta}_h(t)] \quad (46)$$

式中:  $\tilde{\Delta}_h(t) = -k_{h1} \text{sat}_{\epsilon_{h2}} [s_{h1}]^{\frac{1}{2}} + s_{h2}$ , 在步骤 1 中以及证得  $s_{h1}, s_{h2}$  是在有限时间  $T_1 + T_2$  内收敛至零的,这意味着变量  $s_{h1}, s_{h2}$  是有界的,因此必定存在一正常数  $\tilde{L}_h$  满足  $\|\tilde{\Delta}_h(t)\| \leq \tilde{L}_h$ , 由于对任意  $\ddot{e}_h \in \mathbb{R}^m$  满足条件  $(\ddot{e}_h)^T \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} \geq 0$ , 因此  $\dot{V}_3$  的上界满足下述不等式:

$$\dot{V}_3 \leq \tilde{L}_h \|\ddot{e}_h\| \leq \sqrt{2} \tilde{L}_h V_3^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

通过上述不等式条件可以看出 Lyapunov 函数  $V_3$  不会在有限时间内逃逸,考虑到与系统状态相关的函数  $V_3$  正定,可以得出结论:系统(10)中状态在时域  $t \in [0, T_1 + T_2]$  内任意时刻都有界。

**步骤 3** 接着,这一步骤需要证明由式(10)和(25)组成的闭环系统在时域  $t \in [T_1 + T_2, +\infty)$  内是有限时间稳定的。首先,将式(25)代入系统(10)中得到:

$$\begin{aligned} \ddot{e}_h &= -\lambda_{h1} \text{sat}_{\delta_{h1}} [e_h]^{\rho_{h1}} - \lambda_{h2} \text{sat}_{\delta_{h1}} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} - \\ &\lambda_{h3} \text{sat}_{\delta_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} - k_{h1} \text{sat}_{\delta_{h2}} [s_{h1}]^{\frac{1}{2}} + u_{\text{hint}} + \Delta_h(t) \end{aligned} \quad (48)$$

对式(46)中的 Lyapunov 函数沿上述系统对时间进行求导得到:

$$\dot{V}_3 = -\lambda_{h3} \ddot{e}_h \text{sat}_{\epsilon_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} \leq 0 \quad (49)$$

显然,当  $\dot{V}_3 = 0$  时误差状态  $\ddot{e}_h = 0$ , 由闭环系统(48)可以同时得到  $e_h = \dot{e}_h = 0$ , 通过拉塞尔不变集原理(LaSalle invariance principle)可以得出结论该闭环系统是全局渐进稳定的,因此使得系统状态在有限时间上界  $T_3$  内进入原点附近紧集  $B_2 = \{e_h \in \mathbb{R}^m, \dot{e}_h \in \mathbb{R}^m, \ddot{e}_h \in \mathbb{R}^m : \|e_h\|^{\rho_{h1}} \leq \epsilon_{h1}, \|\dot{e}_h\|^{\rho_{h2}} \leq \epsilon_{h1}\}$ , 由于式中 Lyapunov 函数的导数严格为负,因此该集合为不变集,对于时域  $t \geq T_1 + T_2 + T_3$ , 系

统(48)则变化为:

$$\begin{aligned} \ddot{e}_h &= -\lambda_{h1} \text{sat}_{\delta_{h1}} [e_h]^{\rho_{h1}} - \\ &\lambda_{h2} \text{sat}_{\delta_{h1}} [\dot{e}_h]^{\rho_{h2}} - \lambda_{h3} \text{sat}_{\delta_{h1}} [\ddot{e}_h]^{\rho_{h3}} \end{aligned} \quad (50)$$

由引理 1 结果可知,系统在控制参数满足  $k_{h1}, k_{h2} > 0, \rho_{h2} = \frac{\rho_{h3}}{2 - \rho_{h3}}, \rho_{h1} = \frac{\rho_{h2} \rho_{h3}}{2\rho_{h3} - \rho_{h2}}$  时是有限时间稳定的。证毕。

备注 3:

上述完成了针对高度环三阶误差系统(10)的模态转换段输入约束控制器(19)设计,考虑到速度环(11)和(12)航迹角环子系统为二阶误差系统,可同理得到相应控制器形式。

### 2.3 组合发动机切换控制设计

本节基于组合发动机工作模态对飞行器飞行包线进行模态划分,分别划分为涡轮发动机工作区间、组合发动机工作区间和冲压发动机切换区间。因此,将组合动力飞行器轨迹跟踪模型(10)~(12)描述为如下非线性切换系统:

$$\ddot{e}_h = \mathbf{A}_{1,\sigma(t)} \mathbf{u}' + b_{1,\sigma(t)} - \ddot{h}_{\text{ref}} + \Delta_h(t) \quad (51)$$

$$\ddot{e}_v = \mathbf{A}_{2,\sigma(t)} \mathbf{u}' + b_{2,\sigma(t)} - \ddot{v}_{\text{ref}} + \Delta_v(t) \quad (52)$$

$$\dot{e}_\gamma = \mathbf{A}_{3,\sigma(t)} \mathbf{u}' + b_{3,\sigma(t)} - \dot{\gamma}_{\text{ref}} + \Delta_\gamma(t) \quad (53)$$

式中:函数  $\sigma(t): M = \{1, 2, 3\}$  为切换信号,且  $\sigma(t) = j$  时表示第  $j$  个子系统是激活的。

为方便控制器设计,不妨假设组合动力飞行器模态切换的过渡时间为  $T_{\text{tran}}: [t_{j0}, t_{j1}]$ ,  $j = 1, 2$ , 其中  $t_{j0}$  和  $t_{j1}$  分别表示过渡过程起止时间,  $j$  代表不同工作模态间的切换信号。

**定理 3** 考虑满足假设 1 和假设 2 的系统(10)和(20),若软切换控制器设计为如下形式,则系统(10)在过渡过程中满足平均驻留时间  $\tau_a > \ln \mu / c_1$  的任意切换下是稳定的。

$$u_{h,\text{tran}} = u_h^* e^{-a_i(t-t_{j0})} + u_h [1 - e^{-a_i(t-t_{j0})}] \quad (54)$$

式中:  $u_{h,\text{tran}}$  表示过渡过程控制律,  $u_h^*$  和  $u_h$  分别表示切换前后的控制量,即正常飞行段和模态转换段控制律,  $a_i$  为惯性系数。

证明 3: 根据定理 1 和定理 2 知  $\dot{V}_{\sigma(t)} \leq c_1 V_{\sigma(t)} +$

$$c_2, \text{ 其中 } c_1 = \frac{\lambda_{\min}(\hat{\Pi})}{\sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}} V_{\sigma(t)}^{\frac{1}{2}}, c_2 = -k_{h1}$$

$\left(\frac{1}{2}k_{h1} + 3k_{h2}\right)\epsilon_{h2}$  易得函数  $\Xi(t) = e^{c_1 t} V_{\sigma(t)}$  是分段可微的,则存在以下不等式:

$$\dot{\Xi}(t) \leq c_2 e^{c_1 t}, t \in [t_{j0}, t_{j1}] \quad (55)$$

根据文献<sup>[15-16]</sup>结果,可以得到  $V_r \leq \mu V_s$ , 其中  $r, s \in M$ , 进一步可得:

$$\Xi(t_{j1}) \leq \mu (\Xi(t_{j0}) + \int_{t_{j0}}^{t_{j1}} c_2 e^{c_1 t} dt) \quad (56)$$

对任意  $T > t_0 = 0$ , 将式(56)从  $j=0$  到  $j = \Psi_\sigma$  ( $T, 0$ )-1 进行迭代可得:

$$\begin{aligned} \Xi(T^-) \leq & \mu^{\Psi_\sigma(T,0)} [\Xi(0) + \sum_{j=0}^{\Psi_\sigma(T,0)-1} \mu^{-j} \int_{t_{j0}}^{t_{j1}} c_2 e^{c_1 t} dt + \\ & \mu^{-\Psi_\sigma(T,0)} \int_{\Psi_\sigma(T,0)}^T c_2 e^{c_1 t} dt] \end{aligned} \quad (57)$$

考虑到平均驻留时间  $\tau_a > \ln \mu / c_1$ , 存在任意  $\kappa \in (0, c_1 - (\ln \mu / \tau_a))$  使得  $\tau_a > \ln \mu / (c_1 - \kappa)$  成立, 根据引理 2, 对于任意  $T \geq t \geq 0$ , 存在

$$\Psi_\sigma(T, t) \leq \Psi_\sigma + \frac{(c_1 - \kappa)(T - t)}{\ln \mu} \quad (58)$$

此外, 由于  $\Psi_\sigma(T, 0) - j \leq 1 + \Psi_\sigma(T, t_{j+1})$ ,  $j=0, 1, \dots, \Psi_\sigma(T, 0)$ , 可得:

$$\int_{t_{j0}}^{t_{j1}} c_2 e^{c_1 t} dt \leq e^{(c_1 - \kappa)t_{j1}} \int_{t_{j0}}^{t_{j1}} c_2 e^{\kappa t} dt \quad (59)$$

结合(56), (57)和(59), 可得:

$$\Xi(T^-) \leq \mu^{\Psi_\sigma(T,0)} [\Xi(0) + \mu^{1+\Psi_\sigma} e^{(c_1 - \kappa)T} \int_0^T c_2 e^{\kappa t} dt] \quad (60)$$

根据文献<sup>[19]</sup>, 存在  $\underline{\nu}, \bar{\nu} \in \kappa_\infty$  使得  $\underline{\nu}(\|\xi\|) \leq V_\sigma \leq \bar{\nu}(\|\xi\|)$  成立, 因此可得  $\forall T > 0$ , 有:

$$\begin{aligned} \underline{\nu}(\|\xi(T)\|) \leq & V_\sigma(T^-) \leq \\ & e^{\Psi_\sigma \ln \mu} e^{\left(\frac{\ln \mu}{\tau_a} - t_0\right)T^-} \bar{\nu}(\|\xi(0)\|) + \mu^{1+\Psi_\sigma} \frac{c_2}{\lambda} \end{aligned} \quad (61)$$

依据(61)和  $\xi > 0$ , 可以得到当  $\tau_a > \ln \mu / c_1$  时, 对于有界的初始条件都是有界的。此外, 由于  $k_{hi}, i=1, 2, 3$  是常数, 可以进一步得到  $u_{h, \text{tran}}$  和  $\xi$  是有界的。最终可以得到结论: 对于有界的初始条件且切换信号满足平均驻留时间  $\tau_a > \ln \mu / c_1$ , 闭环切换系统中的所有信号是有界的。证毕。

备注 4:

定理 3 针对高度环三阶误差系统(10)完成了过渡过程控制律(54)的设计与稳定性证明, 同理可以得到速度环(11)和航迹角环(12)子系统过渡过程控制律如下:

$$u_{v, \text{tran}} = u_v^* e^{-a_i(t-t_{j0})} + u_v [1 - e^{-a_i(t-t_{j0})}] \quad (62)$$

$$u_{\gamma, \text{tran}} = u_\gamma^* e^{-a_i(t-t_{j0})} + u_\gamma [1 - e^{-a_i(t-t_{j0})}] \quad (63)$$

式中:  $u_{v, \text{tran}}, u_{\gamma, \text{tran}}$  表示速度环和航迹角环的过渡过程控制律,  $u_v^*, u_\gamma^*$  和  $u_v, u_\gamma$  分别表示切换前后的控制量, 即正常飞行段和模态转换段控制律,  $a_i$  为惯性系数。

过渡过程软切换控制器设计为如下形式:

$$u_{\text{tran}} = u_- e^{-a_i(t-t_{j0})} + u_+ [1 - e^{-a_i(t-t_{j0})}] \quad (64)$$

式中:  $u_{\text{tran}} = [u_{h, \text{tran}}, u_{v, \text{tran}}, u_{\gamma, \text{tran}}]^T$  表示过渡过程控制律,  $u_- = [u_{h-}, u_{v-}, u_{\gamma-}]^T$  和  $u_+ = [u_{h+}, u_{v+}, u_{\gamma+}]^T$  分别表示切换前后的控制量,  $a_i$  为惯性系数。

综合 2.1.1 节、2.2.1 节及式(64), 组合动力飞

行器爬升过程的切换控制策略可以描述为:

$$u_\Sigma = \begin{cases} \delta u_1 + (1 - \delta) u_2, & t \leq t_{j0} \quad \text{or} \quad t \geq t_{j1} \\ u_{\text{tran}}, & t_{j0} < t < t_{j1} \end{cases} \quad (65)$$

式中:  $u_\Sigma = [u_h^\Sigma, u_v^\Sigma, u_\gamma^\Sigma]^T$  表示组合发动机爬升段的总体控制器,  $\delta$  代表切换信号,  $\delta=1$  时对应正常飞行段控制律  $u_1 = [u_h^*, u_v^*, u_\gamma^*]^T$ ,  $\delta=0$  时对应模态转换段控制律  $u_2 = [u_h, u_v, u_\gamma]^T$ 。

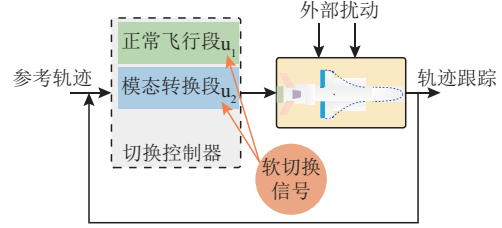


图 2 组合动力飞行器切换控制框图

总体切换控制器框图如图 2 所示, 具体形式见式(65), 根据定理 1 和定理 2, 控制器(65)在非切换阶段是稳定的。依据定理 3, 控制器在(65)模态转换段闭环稳定。

由定理 1 和备注 1 可知, 参考正常飞行段高度环控制器(18), 正常飞行阶段速度环和航迹角环控制器设计有如下形式:

$$\begin{aligned} u_v^* = & -F_v - \lambda_{v1} e_v^{\rho_{v1}} - \lambda_{v2} [\dot{e}_v]^{\rho_{v2}} - \\ & k_{v1} [s_{v1}^*]^{\frac{1}{2}} - k_{v2} \int_0^t [s_{v1}^*]^0 dt \\ s_{v1}^* = & \dot{e}_v + \int_0^t (\lambda_{v1} [e_v]^{\rho_{v1}} + \lambda_{v2} [\dot{e}_v]^{\rho_{v2}}) dt \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} u_\gamma^* = & -F_\gamma - \lambda_{\gamma1} [e_\gamma]^{\rho_{\gamma1}} - \lambda_{\gamma2} [\dot{e}_\gamma]^{\rho_{\gamma2}} \\ & - k_{\gamma1} [s_{\gamma1}^*]^{\frac{1}{2}} - k_{\gamma2} \int_0^t [s_{\gamma1}^*]^0 dt \\ s_{\gamma1}^* = & \dot{e}_\gamma + \int_0^t (\lambda_{\gamma1} [e_\gamma]^{\rho_{\gamma1}} + \lambda_{\gamma2} [\dot{e}_\gamma]^{\rho_{\gamma2}}) dt \end{aligned} \quad (67)$$

式中:  $F_v, F_\gamma$  表示式(11)~(12)中的标称项, 参数  $\lambda_{vi}, \rho_{vi}, \lambda_{\gamma i}, \rho_{\gamma i} (i=1, 2)$  的设置参考引理 1 条件, 其他参数设置参考式(19)。

由定理 2 和备注 2 可知, 参考模态转换段高度环控制器(21), 模态转换阶段速度环和航迹角环控制器设计有如下形式:

$$\begin{aligned} u_v = & -F_v - \lambda_{v1} \text{sat}_{\epsilon_{v1}} [e_v]^{\rho_{v1}} - \lambda_{v2} \text{sat}_{\epsilon_{v2}} [\dot{e}_v]^{\rho_{v2}} - \\ & k_{v1} \text{sat}_{\epsilon_{v2}} [s_{v1}]^{\frac{1}{2}} + u_{\text{vint}} \\ \dot{u}_{\text{vint}} = & -k_{v2} [s_{v1}]^0 - k_{v3} u_{\text{vint}} \\ [s_{v1}] = & \dot{e}_v + \int_0^t (\lambda_{v1} \text{sat}_{\epsilon_{v1}} [e_v]^{\rho_{v1}} + \lambda_{v2} \text{sat}_{\epsilon_{v2}} [\dot{e}_v]^{\rho_{v2}}) dt \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} u_\gamma = & -F_\gamma - \lambda_{\gamma1} \text{sat}_{\epsilon_{\gamma1}} [e_\gamma]^{\rho_{\gamma1}} - \lambda_{\gamma2} \text{sat}_{\epsilon_{\gamma2}} [\dot{e}_\gamma]^{\rho_{\gamma2}} - \\ & k_{\gamma1} \text{sat}_{\epsilon_{\gamma2}} [s_{\gamma1}]^{\frac{1}{2}} + u_{\gamma \text{int}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\gamma_{int}} &= -k_{\gamma 2} [s_{\gamma 1}]^0 - k_{\gamma 3} u_{\gamma_{int}} \\ [s_{\gamma 1}] &= \dot{e}_{\gamma} + \int_0^t (\lambda_{\gamma 1} \text{sat}_{\epsilon_{\gamma 1}} [e_{\gamma}]^{\rho_{\gamma 1}} + \lambda_{\gamma 2} \text{sat}_{\epsilon_{\gamma 1}} [\dot{e}_{\gamma}]^{\rho_{\gamma 2}}) dt \end{aligned} \quad (69)$$

式中:  $F_v$ 、 $F_{\gamma}$  表示式(11)~(12)中的标称项, 参数  $\epsilon_{v1}$ 、 $\epsilon_{\gamma 1}$  为任意正常数,  $\lambda_{vi}$ 、 $\rho_{vi}$ 、 $\lambda_{\gamma i}$ 、 $\rho_{\gamma i}$  ( $i=1,2$ ) 的设置参考引理 1 条件, 其他参数设置参考式(22)。

### 3 仿真与分析

本文基于 MATLAB 2022a/Simulink 环境对算法性能进行仿真验证, 采样时间为 1 ms。PC 机配置为 core i7-8700, 主频 3 GHz, 16 GB 内存。

表 1 仿真基础参数设置

参数符号	参数含义	参数值
$m$	飞行器质量	19 000 kg
$S$	飞行器参考面积	60.32 m <sup>2</sup>
$\mu_g$	引力系数	$3.986 \times 10^{14}$ m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
$\rho_0$	海平面大气密度	1.225 6 kg/m <sup>3</sup>
$\beta$	常值系数	$1.387 5 \times 10^{-4}$ /m
$R_e$	地球半径	$6.371 \times 10^6$ m

表 1 中给出了仿真基础参数相应设置, 控制器参数设置见表 2。

表 2 控制器参数设置

参数符号	参数值
$\lambda_{h1}, \lambda_{v1}, \lambda_{\gamma 1}, \lambda_{h3}$	5
$\lambda_{h2}, \lambda_{v2}, \lambda_{\gamma 2}$	4
$\rho_{h1}$	0.75
$\rho_{h2}, \rho_{v1}, \rho_{\gamma 1}$	0.818
$\rho_{h3}, \rho_{v2}, \rho_{\gamma 2}$	0.9
$k_{h1}, k_{v1}, k_{\gamma 1}$	9
$k_{h2}, k_{v2}, k_{\gamma 2}$	18
$k_{h3}, k_{v3}, k_{\gamma 3}$	20
$\epsilon_{h1}$	2.2
$\epsilon_{h2}$	1.6
$\epsilon_{v1}, \epsilon_{\gamma 1}$	1.5
$\epsilon_{v2}, \epsilon_{\gamma 2}$	1

仿真场景选取时间区间为 0~80 s, 具体区间划分见表 3。

表 3 仿真场景时间区间

时间区间/s	工作模式
0~17.5	涡轮发动机工作
17.5~22.5	过渡过程 1
22.5~57.5	两发动机同时工作
57.5~62.5	过渡过程 2
62.5~80	冲压发动机工作

仿真场景中给定初始条件见表 4。

表 4 仿真场景初始条件

参数	参数值
$h_0$ /m	$2.1 \times 10^4$
$v_0$ /(m/s)	$1.026 \times 10^3$
$\gamma_0$ (°)	2.149
$\alpha_0$ (°)	2.25
$\sigma_0$ (°)	0
$T_0$ (°)	$3.906 \times 10^4$

#### 3.1 无扰动环境下仿真实验

为了验证控制器(18)、(66)和(67)的收敛性能, 在无扰动环境下给定初始误差进行仿真实验, 仿真结果见图 3。

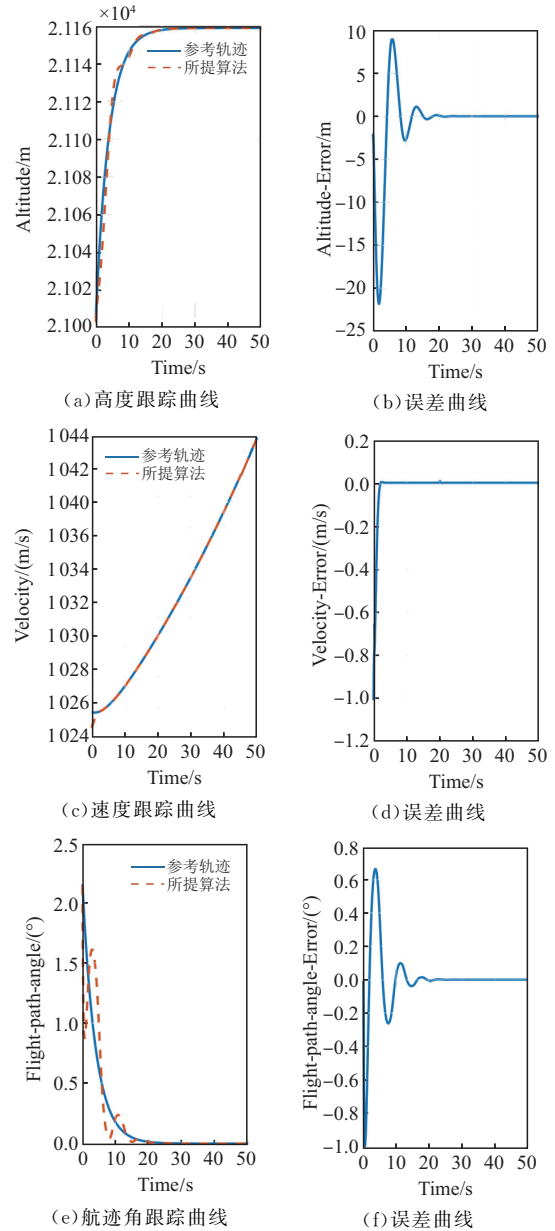


图 3 无扰动环境下轨迹跟踪曲线

从图 3 中可以看出在无扰动环境中, 针对组合动力飞行器轨迹跟踪需求, 所提算法表现出优异的跟踪性能, 轨迹跟踪误差快速收敛至零。



### 3.2 噪声环境下仿真实验

为了验证控制器(18)、(66)和(67)的鲁棒性,在噪声环境下进行仿真实验。选取高度环匹配扰动为  $\Delta_h(t) = 2 \times 10^3 \sin(100t)$ , 速度环匹配扰动为  $\Delta_v(t) = 10\cos(100t)$ , 以及航迹角环匹配扰动为  $\Delta_\gamma(t) = 5 \times 10^2 \sin(100t)$ 。仿真结果如下见图 4。

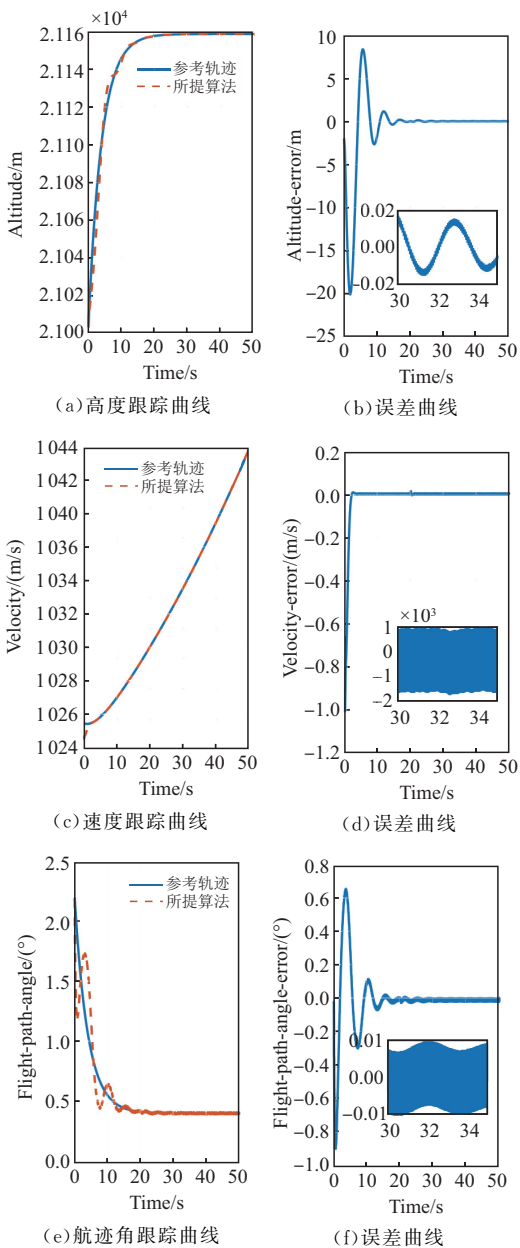


图 4 噪声环境下轨迹跟踪曲线

从图 4 中可以看出:在噪声环境中,所提算法不仅能够快速消除轨迹跟踪误差,还表现出优异的暂态性能,超调量较小,调节时间较短,说明所提算法具备良好的鲁棒性。

### 3.3 输入约束控制性能验证

为了验证输入约束控制器(19)、(68)和(69)的输入约束性能,在模态转换阶段与超螺旋滑模控制器(16)、(66)和(67)做仿真对比实验。仿真结果见图 5。

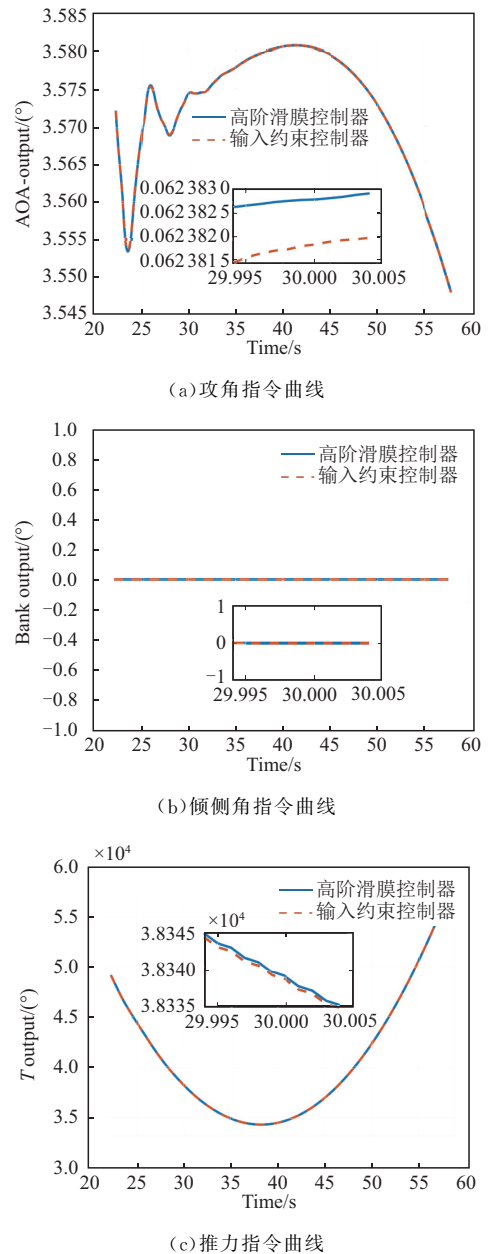


图 5 噪声环境下轨迹跟踪曲线

为简便起见,飞行器机动飞行时不考虑侧向机动,因此倾侧角指令保持为零值。从图 5 中可以看出在模态转换阶段中,具备输入约束的控制器产生控制输入相对较小,即控制需求相对容易满足,执行器工作负荷减轻。因此,在飞行器模态转换阶段,使用输入约束控制器可以降低一部分推力需求,缓解甚至避免推力损失现象。

### 3.4 切换策略对比实验

为了验证软切换控制器(65)的有效性,并基于公共 Lyapunov 函数方法,在过渡过程分别采用软切换和硬切换 2 种切换策略进行仿真实验。仿真中采用的硬切换控制器如下:

$$u_s = \begin{cases} u_1, & t \leq (t_{j_0} + t_{j_1})/2 \\ u_2, & t > (t_{j_0} + t_{j_1})/2 \end{cases} \quad (70)$$

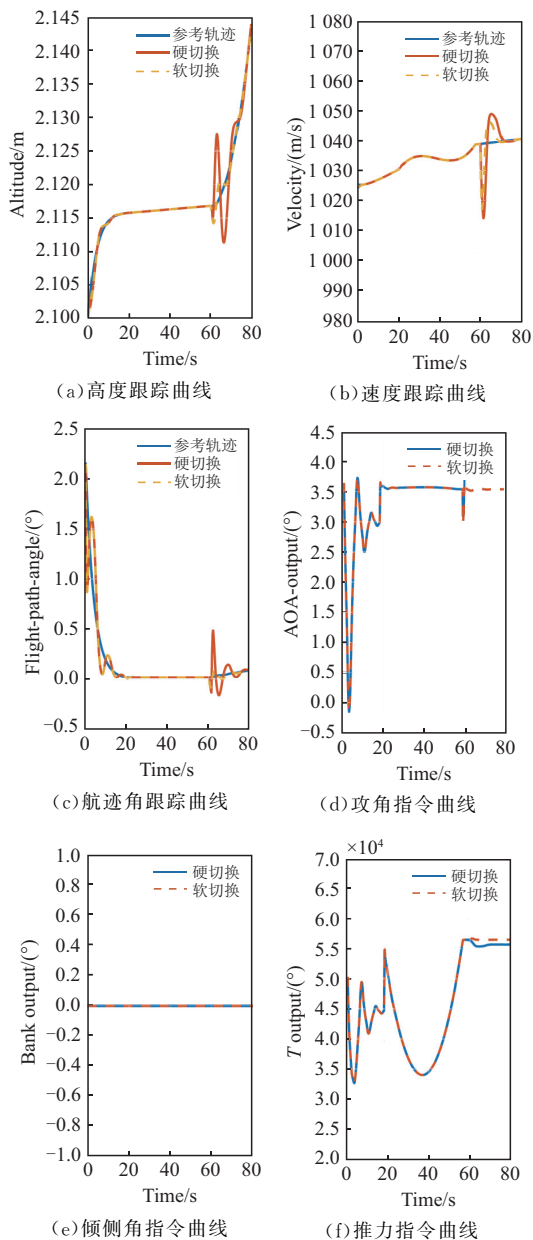


图6 2种切换策略仿真曲线

图6所示仿真表明,硬切换策略虽然表现出更快的跟踪响应,但是引起的系统状态变化较剧烈,使飞行状态过渡过程幅值变化较大,会造成控制能量消耗大、对飞行器基础结构性能要求严格等影响。而软切换策略以一定的响应速度为代价,有效弱化了硬切换给飞行控制带来的不利影响,保障了系统稳定性,从而提升组合动力飞行器的飞行机动性能。

## 4 结语

本文针对存在匹配干扰下的组合动力飞行器切换控制问题,提出了一种超螺旋滑模切换控制方案。面向动力切换引起的推力损失问题,设计输入约束控制器,通过减小推力需求来避免推力损失现象。另外,针对控制器切换问题,采用软切换控制策略,

能够有效保障切换控制过渡过程的稳定性。仿真结果表明,所提切换控制方案能够实现轨迹跟踪误差有限时间收敛,同时具备较好的鲁棒性,能够有效应对飞行器在高空飞行时可能遇到的环境波动及噪声干扰。

目前,从机械、燃烧角度对TBCC组合发动机推进性能开展的研究比较广泛<sup>[12,18-22]</sup>。因此,在进一步的研究中,将组合动力飞行器切换控制策略同组合发动机燃烧和动力控制方案结合将是值得关注的內容。

## 参考文献

- [1] WALKER S, TANG M, MAMPLATA C. TBCC Propulsion for a Mach 6 Hypersonic Airplane[R]. AIAA, 2009-7238.
- [2] HUETER U, MCCLINTON C, COOK S. NASA's Advanced Space Transportation Hypersonic Program [R]. AIAA 2002-5175.
- [3] 刘君,袁化成,葛宁. 串联式TBCC进气道模态转换模拟器设计及其特性分析[J]. 航空学报, 2016, 37(12):3675-3684.
- [4] 郭峰,朱剑锋,尤延铖,等. 涡轮基组合动力与火箭的耦合特性分析及匹配优化设计[J]. 航空学报, 2021, 42(7): 124755-124755.
- [5] MA J X, CHANG J T, MA J C, et al. Mathematical Modeling and Characteristic Analysis for Over-under Turbine Based Combined Cycle Engine [J]. Acta Astronautica, 2018, 148: 141-152.
- [6] BULMAN M, SIEBENHAAR A. Combined Cycle Propulsion; Aerojet Innovations for Practical Hypersonic Vehicles[R]. 2011-2397.
- [7] OUZTS P. Mode Transition Design Considerations for an Airbreathing Combined-Cycle Hypersonic Vehicle[C]//15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. [S. l.]: AIAA, 2008:1-13.
- [8] 宋自航,唐海龙,陈敏. 高超声速并联TBCC总体性能分析与模态转换仿真[J]. 航空发动机, 2019, 45(1):33-39.
- [9] HE Z, ZHANG J, SUN H. Optimal Control of TBCC Engines in Mode Transition[J]. Energies, 2023, 16(4): 1791.
- [10] TIAN B, FAN W, SU R, et al. Real-Time Trajectory and Attitude Coordination Control for Reusable Launch Vehicle in Reentry Phase[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 62(3): 1639-1650.
- [11] TIAN B, LIU L, LU H, et al. Multivariable Finite

- Time Attitude Control for Quadrotor UAV: Theory and Experimentation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(3): 2567-2577.
- [12] 郑佳琳. 涡轮冲压组合发动机转级过程的飞/推耦合特性及控制方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.
- [13] SNYDER C A, ESPINOSA A M. Lessons Learned During TBCC Design for the NASA-AFRL Joint System Study[R]. Arlington, USA; JANNAF Propulsion Meeting. 2013 (E-18815).
- [14] LI Z, TIAN B, ZHANG X, et al. Design and Implementation of Continuous Bounded Finite-Time Attitude Control of Reusable Launch Vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 71(2): 1917-1926.
- [15] ZHANG L, GAO H. Asynchronously Switched Control of Switched Linear Systems with Average Dwell Time [J]. Automatica, 2010, 46 ( 5 ): 953-958.
- [16] CUI Y, ZHANG H, WANG Y, et al. A Fuzzy Adaptive Tracking Control for MIMO Switched Uncertain Nonlinear Systems in Strict-Feedback Form [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27 (12): 2443-2452.
- [17] HAN T T, GE S S, LEE T H. Adaptive Neural Control for a Class of Switched Nonlinear Systems [J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(2): 109-118.
- [18] 程晓军. 串联式 TBCC 超级燃烧室燃烧组织及性能研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
- [19] 王玉男, 王占学, 张军峰. 涡轮冲压组合发动机加力/冲压燃烧室流动及燃烧模拟[J]. 航空发动机, 2013, 39(3): 23-26.
- [20] ZHAO W, FAN W, ZHANG R. Experimental Study on Flow Field Characteristics of TBCC Multibypass Combustor[J]. Aerospace Science and Technology, 2023, 133: 108093.
- [21] ZHANG Y, HE X, WANG J, et al. Ignition, Lean Blowout, and Flame Propagation in a Combustor Using Flameholder with a Trapped Vortex Cavity[J]. Fuel, 2022, 324: 124656.
- [22] CHEN Y, FAN Y, HAN Q, et al. Investigation of Flame Characteristics and Cooling Effectiveness of Jet-Cooled Wall Flameholders in Vitiated Flow[J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 127: 107710.

(编辑: 徐敏)