

利用时域间断伽辽金算法求解 Tellegen 介质中的电磁波

黄鹏¹, 周远国^{1,*}, 任强², 王焱^{3,4}

(1. 西安科技大学通信与信息工程学院, 西安, 710054; 2. 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京, 100191;
3. 中国航空研究院研究生院, 江苏扬州, 226000; 4. 电磁环境效应航空科技重点实验室, 沈阳, 110035)

摘要 目前, 利用时域间断伽辽金方法(DGTD)求解各类介质中的电磁传播问题时, 通常考虑求解普通介质本构关系的麦克斯韦方程组。然而, 具有非互易性本构关系的 Tellegen 介质中的电磁传播非常复杂, 且少有研究。基于 Tellegen 介质的本构关系, 推导出了一种适用于该介质的时域间断伽辽金系统矩阵离散方案, 准确模拟了平面波在 Tellegen 介质中的时域传播特性。利用所提出的算法, 计算了空气与 Tellegen 介质的分层空间模型, 分析了 Tellegen 介质对电磁波极化偏转角度的影响; 同时, 针对不同电磁参数的 Tellegen 介质, 计算了反射波与透射波的电场偏转角度, 并将时域间断伽辽金方案计算的结果与文献[1]以及解析解进行了对比, 验证了该方法的有效性与可行性。

关键词 Tellegen 介质; 时域间断伽辽金方法(DGTD); 系统矩阵离散方案; 瞬态传播特性

DOI 10.3969/j.issn.2097-1915.2023.05.011

中图分类号 O441 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2023)05-0088-07

Solution to Electromagnetic Waves in Tellegen Media with Time-Domain Discontinuous Galerkin Method

HUANG Peng¹, ZHOU Yuanguo^{1,*}, REN Qiang², WANG Yan^{3,4}

(1. College of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China; 2. School of electronics information engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. Graduate School of Chinese Aeronautical Establishment, Yangzhou 225000, Jiangsu, China; 4. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Electromagnetic Environmental Effects, Shenyang 110035, China)

Abstract At present, when the time-domain discontinuous Galerkin (DGTD) method is utilized for solving the electromagnetic propagation problem in various media, Maxwell's equations of constitutive relation of ordinary media are usually considered. Aimed at the problems that electromagnet in Tellegen media with non-reciprocity constitutive relation is very complex in propagation, and few researchers care to ask about something, a matrix discrete scheme of DGTD system is derived for Tellegen medium, and the time-domain propagation characteristics of plane waves in Tellegen medium are accurately simulated based on the constitutive relation of Tellegen medium. The proposed algorithm is utilized for calculating the layered space model of air and Tellegen medium, and analyzing the influence of Tellegen medium on electromagnetic

收稿日期: 2023-04-17

基金项目: 国家自然科学基金(61801009); 陕西省自然科学基金(2020JM-515)

作者简介: 黄鹏(1996-), 男, 湖南株洲人, 硕士生, 研究方向为计算电磁学。E-mail: penghuang@stu.xust.edu.cn

通信作者: 周远国(1981-), 男, 辽宁丹东人, 副教授, 博士, 研究方向为计算电磁学。E-mail: zyg@xust.edu.cn

引用格式: 黄鹏, 周远国, 任强, 等. 利用时域间断伽辽金算法求解 Tellegen 介质中的电磁波[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(5): 88-94.
HUANG Peng, ZHOU Yuanguo, REN Qiang, et al. Solution to Electromagnetic Waves in Tellegen Media with Time-Domain Discontinuous Galerkin Method[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(5): 88-94.

polarization deflection angles. Simultaneously, in view of Tellegen media with different electromagnetic parameters, the electric field deflection angles of reflected and transmitted waves are calculated, and the results calculated by the DGTD scheme are compared with the literature [1] and the analytical solutions. And the effectiveness and feasibility of the proposed method are verified.

Key words Tellegen media; time-domain discontinuous Galerkin method (DGTD); system matrix discretization scheme; transient propagation characteristics

在宏观层面,双各向同性介质的本构关系由两个磁电耦合的参数表征。具体来说,双各向同性介质又分为手性介质和 Tellegen 介质^[1]。手性介质具有互异性和固有的手性特征,以及众所周知的圆双折射性和二色性现象。而 Tellegen 介质更加复杂^{[2][3]},呈现非互易性,它与激发场呈同相磁电耦合特征。在普通介质中,电通量密度 \mathbf{D} 仅与电场强度 \mathbf{E} 有关,磁通量密度 \mathbf{B} 仅与磁场强度 \mathbf{H} 有关;然而,在 Tellegen 介质中,它的电通量密度 \mathbf{D} 不仅与电场强度 \mathbf{E} 有关,还与磁场强度 \mathbf{H} 有关;同样地,磁通量密度也是如此。

另一方面,时域间断伽辽金算法(time-domain discontinuous Galerkin method, DGTD)作为一种高效的数值方法,在计算电磁学中快速兴起^[4-5]。该技术利用伽辽金加权法离散麦克斯韦方程组的弱解形式,放松了单元之间的边界条件,单元之间通过数值通量相互联系并交换数据^[6]。可采用三角形、四边形、四面体或六面体作为网格单元^[7],并可以灵活选择结点基函数或者棱边基函数构建系统矩阵。需要高精度时采用高阶基函数,对精度要求低时采用低阶基函数。这些特点使得 DGTD 可以灵活的分析复杂几何问题,复杂介质问题以及多尺度问题。据研究,2013 年格拉纳达大学的 J. A. Gonzalez 博士系统阐述了 DGTD 理论的发展,从 Maxwell 方程组到 DGTD 时域步进公式^[8],并详细讨论了黎曼边界条件导出的数值通量,分析了不同阶基函数情况下的算法精确度^[9]。2015 至 2016 年, Ren 等^[12]采用了区域分解技术解决了电大尺寸目标计算资源消耗过大的问题^[10-11]。同年,杨谦等人利用时域间断伽辽金算法计算了空腔与填充谐振腔谐振频率^[12]。2017 年 Su^[13]等提出了基于动态自适应笛卡尔网格的 DGTD 方法,用于解决电磁场的全波仿真问题^[13]。2018 年,买文鼎等人提出了一种改进的自适应判据,可以兼顾精度与效率,有效地处理电磁全波计算问题^[14]。2021 年 Li 等^[15]人评述并讨论了多物理 DGTD 仿真问题,验证了 DGTD 方法对多物理场耦合问题的用适性^[16]。2022 年, Chen L 等^[17]首次推导了广义表面传输条件模型(generalized sheet transition conditions, GSTCs)的数值通量,并用于 DGTD 算法,从而有效地提高了超表面问题的仿真效率^[18]。

然而,迄今为止国内外对 Tellegen 介质中电磁波传播问题研究甚少。仅文献[1]记录 2014 年西班牙 A. Grande 博士利用时域有限差分方法(finite difference time domain, FDTD)对 Tellegen 介质进行了研究,分析了平面波在这种介质中的极化偏转角度。FDTD 算法是一种发展较为成熟,且应用广泛的数值算法,例如利用该方法分析共面波导传输结构^[19]、以及隐身目标超宽带双站 RCS 的计算等^[20]。然而该算法也有其固有的缺点,即它的阶梯型误差和数值色散的问题。相比于该算法, DGTD 具有网格灵活、高阶精度、适合多尺度计算等优点,并且有效克服了 FDTD 方法的缺点。为了处理双各向同性介质中大规模的多尺度问题,本文针对 Tellegen 介质的本构关系,推导了相应的麦克斯韦方程弱解形式,提出了一种新型的 DGTD 系统矩阵的离散方案,准确模拟了平面波在 Tellegen 介质中的瞬态传播特性。这项工作作为仿真双各向同性介质中大规模地多尺度电磁问题打下基础。

1 微分方程式

1.1 麦克斯韦方程组

首先,从麦克斯韦方程组的微分形式出发:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \sigma_e \mathbf{E} + \mathbf{J}_i \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \sigma_m \mathbf{H} - \mathbf{M}_i \quad (2)$$

Tellegen 介质的本构关系方程为:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \chi \mathbf{H} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \chi \mathbf{E} + \mu \mathbf{H} \quad (4)$$

式中: χ 为 Tellegen 参数。该参数满足条件:

$$\chi^2 < \mu \epsilon \quad (5)$$

$$\chi_r = \chi / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (6)$$

式中: χ_r 为相对 Tellegen 参数。将式(3)~(4)代入式(1)、式(2),可以得到:

$$\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \chi \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \sigma_e \mathbf{E} + \mathbf{J}_i = \nabla \times \mathbf{H} \quad (7)$$

$$\chi \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \sigma_m \mathbf{H} + \mathbf{M}_i = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (8)$$

1.2 Tellegen 介质的弱解形式

根据以上公式,我们推导出适用于 Tellegen 介

质的麦克斯韦方程的弱解形式,如下:

$$\int_V v_e \cdot \left[\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \chi \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right] dV + \int_V v_e \cdot [\sigma_e \mathbf{E}] dV + \int_V v_e \cdot \mathbf{J}_i dV = \int_V v_e \cdot \nabla \times \mathbf{H} dV \quad (9)$$

$$\int_V v_h \cdot \left[\chi \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right] dV + \int_V v_h \cdot [\sigma_m \mathbf{H}] dV + \int_V v_h \cdot \mathbf{M}_i dV = - \int_V v_h \cdot \nabla \times \mathbf{E} dV \quad (10)$$

利用分部积分法,进一步得到:

$$\int_V v_e \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \int_V \mathbf{H} \cdot (\nabla \times v_e) dV + \int_S v_e \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{H}^t) dS \quad (11)$$

$$\int_V v_h \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = \int_V \mathbf{E} \cdot (\nabla \times v_h) dV + \int_S v_h \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{E}^t) dS \quad (12)$$

式中: v_e 、 v_h 分别表示电场试探函数、磁场试探函数。

假设电场 \mathbf{E} 与磁场 \mathbf{H} 可由矢量基函数 Φ 表示为如下形式:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^M \Phi_q^j \cdot \mathbf{E}^j, \mathbf{H} = \sum_{j=1}^M \Phi_q^j \cdot \mathbf{H}^j \quad (13)$$

式中: M 为自由度的个数。

结合式(11)~式(13),通过间断伽辽金半离散化可获得如下方程:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^M \left[\int_V \Phi_p^i \cdot \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} dV + \int_V \Phi_p^i \cdot \chi \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} dV \right] + \\ & \sum_{j=1}^M \left[\int_V \Phi_p^i \cdot \sigma_e \mathbf{E} dV + \int_V \Phi_p^i \cdot \mathbf{J}_i dV \right] = \\ & \sum_{j=1}^M \left[\int_V \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \Phi_p^i) dV + \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{H}^t) dS \right] \quad (14) \\ & \sum_{j=1}^M \left[\int_V \Phi_p^i \cdot \chi \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} dV + \int_V \Phi_p^i \cdot \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} dV \right] + \\ & \sum_{j=1}^M \left[\int_V \Phi_p^i \cdot \sigma_m \mathbf{H} dV + \int_V \Phi_p^i \cdot \mathbf{M}_i dV \right] = \\ & \sum_{j=1}^M \left[- \int_V \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \Phi_p^i) dV - \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{E}^t) dS \right] \end{aligned} \quad (15)$$

1.3 Tellegen 介质的系统矩阵方程

进一步将半离散化方程组总结为系统矩阵方程组:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{ee}^i \frac{de^i}{dt} + \mathbf{M}_{eh}^i \frac{dh^i}{dt} = \mathbf{K}_{eh}^i h^i + \mathbf{C}_{ee}^i e^i + \\ & \sum_{j=1}^M \mathbf{L}_{ee}^{ij} e^j + \sum_{j=1}^M \mathbf{L}_{eh}^{ij} h^j + \mathbf{j}^i \quad (16) \\ & \mathbf{M}_{he}^i \frac{de^i}{dt} + \mathbf{M}_{hh}^i \frac{dh^i}{dt} = \mathbf{K}_{he}^i e^i + \mathbf{C}_{hh}^i h^i + \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^M \mathbf{L}_{he}^{ij} e^j + \sum_{j=1}^M \mathbf{L}_{hh}^{ij} h^j + \mathbf{m}^i \quad (17)$$

其中,系统矩阵的表达式为:

$$\mathbf{M}_{ee}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \epsilon \Phi_q^i dV, \mathbf{K}_{eh}^i = \int_V (\nabla \times \Phi_p^i) \cdot \Phi_q^i dV$$

$$\mathbf{M}_{eh}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \chi \Phi_q^i dV, \mathbf{K}_{he}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot (\nabla \times \Phi_q^i) dV$$

$$\mathbf{M}_{he}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \chi \Phi_q^i dV, \mathbf{C}_{ee}^i = - \int_V \Phi_p^i \cdot \sigma_e \Phi_q^i dV$$

$$\mathbf{M}_{hh}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \mu \Phi_q^i dV, \mathbf{C}_{hh}^i = - \int_V \Phi_p^i \cdot \sigma_m \Phi_q^i dV$$

$$\mathbf{L}_{ee}^{ij} = \frac{Y^i}{Y^i + Y^j} \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{ee}^{ii} = \frac{Y^i}{Y^i + Y^j} \sum_{j=1}^M \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{eh}^{ij} = \frac{1}{Y^i + Y^j} \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{eh}^{ii} = \frac{1}{Y^i + Y^j} \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{he}^{ij} = \frac{1}{Z^i + Z^j} \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{he}^{ii} = \frac{1}{Z^i + Z^j} \sum_{j=1}^M \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{hh}^{ij} = \frac{Z^i}{Z^i + Z^j} \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{L}_{hh}^{ii} = \frac{Z^i}{Z^i + Z^j} \sum_{j=1}^M \int_S \Phi_p^i \cdot (\mathbf{n}^i \times \Phi_q^j) dS$$

$$\mathbf{j}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \Phi_q^i dV$$

$$\mathbf{m}^i = \int_V \Phi_p^i \cdot \Phi_q^i dV \quad (18)$$

$$Z^i = \sqrt{\frac{\mu^i}{\epsilon^i}}, Y^i = \sqrt{\frac{\epsilon^i}{\mu^i}} \quad (19)$$

式中: Z^i 、 Y^i 分别表示波阻抗与导纳; \mathbf{n}^i 为单元表面上指向朝外的法向量。在上述的离散化系统矩阵方程中,单元与单元之间进行信息交换的数值通量采用的是迎风通量^[19]。

1.4 时间步进方案

本文采用龙格库塔法,对式(16)~式(17)所示的系统矩阵方程组进行迭代求解。四阶龙格库塔公式如下所示:

$$K_1 = f(t_j, y_j)$$

$$K_2 = f\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2} K_1\right)$$

$$K_3 = f\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2} K_2\right)$$

$$K_4 = f\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2} K_3\right)$$

$$y_{j+1} = y_j + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + 2K_4) \quad (20)$$

由上述公式,基于四阶龙格库塔公式的时间步进方案如下所示:

$$\mathbf{M}^i \tilde{\mathbf{u}}_k^i = \mathbf{L}^{ii} (\tilde{\mathbf{v}}_n^i + \Delta t \sum_{l=1}^{k-1} a_{k,l} \tilde{\mathbf{u}}_l^i) + \mathbf{j}^i(t_n + c_k \Delta t) + \sum_{j=1}^N \mathbf{L}^{ij} (\tilde{\mathbf{v}}_n^j + \Delta t \sum_{l=1}^{k-1} a_{k,l} \tilde{\mathbf{u}}_l^j) \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{n+1}^i = \tilde{\mathbf{v}}_n^i + \Delta t \sum_{k=1}^s b_k \tilde{\mathbf{u}}_i^k, s=4 \quad (22)$$

式中: $a_{k,l}$ 、 b_k 、 c_k 均为 Butcher 表中的系数。式(21)中的矩阵表达式为:

$$\mathbf{M}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ee}^i & \mathbf{M}_{eh}^i \\ \mathbf{M}_{he}^i & \mathbf{M}_{hh}^i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}^{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ee}^{ij} & \mathbf{L}_{eh}^{ij} \\ \mathbf{L}_{he}^{ij} & \mathbf{L}_{hh}^{ij} \end{bmatrix}, j \neq i \quad (23)$$

$$\mathbf{L}^{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ee}^{ii} & \mathbf{K}_{eh}^i + \mathbf{L}_{eh}^{ii} \\ \mathbf{K}_{he}^i + \mathbf{L}_{he}^{ii} & \mathbf{L}_{hh}^{ii} \end{bmatrix}$$

1.5 偏转角度的计算

根据文献[20],我们可以推导出在 Tellegen 介质的半空间模型中的反射系数与透射系数^[20],其表达式为:

$$R_{co} = \frac{\eta^2 - \eta_0^2}{\eta^2 + \eta_0^2 + 2\eta\eta_0 \cos\theta} \quad (24)$$

$$R_{cr} = \frac{-2\eta\eta_0 \sin\theta}{\eta^2 + \eta_0^2 + 2\eta\eta_0 \cos\theta} \quad (25)$$

$$T_{co} = \frac{2\eta^2 + 2\eta\eta_0 \sin\theta}{\eta^2 + \eta_0^2 + 2\eta\eta_0 \cos\theta} \quad (26)$$

$$T_{cr} = \frac{-2\eta\eta_0 \sin\theta}{\eta^2 + \eta_0^2 + 2\eta\eta_0 \cos\theta} \quad (27)$$

式中: $\sin\theta = \frac{\chi_r}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$; $\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{\chi_r^2}{\epsilon_r \mu_r}}$; η 为波阻抗。

因此,反射偏转角度与透射偏转角度的计算式为:

$$\begin{cases} \varphi_R = \arctan(R_{cr}/R_{co}) \\ \varphi_T = \arctan(T_{cr}/T_{co}) \end{cases} \quad (28)$$

此外,将 θ_{EH} 定义为平面波的电场极化方向与磁场方向的夹角,它满足如下关系式:

$$\theta_{EH} = \frac{\pi}{2} + \varphi, \sin\varphi = \left(\frac{\chi_r}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \right) \quad (29)$$

2 数值算例

为了模拟 Tellegen 介质中平面波的传播特性,首先考虑 Air-Tellegen 分层空间模型,如图 1 所示。平面波由空气垂直入射到 Tellegen 介质中,并假设

该分层介质的边界为无穷远。

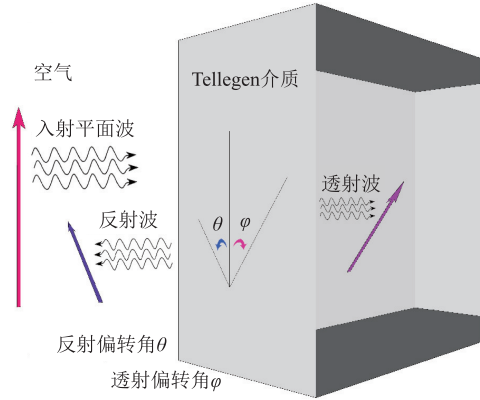


图1 包含空气与 Tellegen 介质的分层空间模型

该模型的网格剖分如图 2 所示,计算域的大小为 $0.0185 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$,其中绿色部分为空气介质的网格剖分,黄色部分为 Tellegen 介质的网格剖分,2种介质区域内均采用立方体网格进行剖分。值得注意的是,2种区域内系统矩阵的运算是独立的,空气与 Tellegen 介质之间的交界面处仅通过迎风通量来实现区域之间的信息交互。平面波采用余弦调制高斯脉冲信号作为激励源沿 x 轴方向垂直入射,电场极化方向为 z 轴正方向,中心频率为 9 GHz。Tellegen 介质的电磁参数分别为 $\epsilon_r = 3.5$, $\mu_r = 1.2$, $\chi_r = 0.6$ 。在计算区域内设置 2 个观测点:观测点 1 位于空气中,距离分界面 0.09 m;观测点 2 位于 Tellegen 介质中,距离分界面 -0.0125 m 。

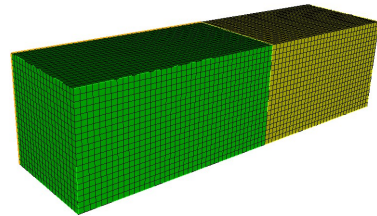


图2 计算域的立方体网格剖分图

利用 DGTD 进行仿真时,电场 \mathbf{E} 的基函数阶数为三阶,磁场 \mathbf{H} 的基函数阶数为二阶,时间步长 dt 为 $0.0005 \times 10^{-9} \text{ s}$,时间迭代的步数为 4 000。数值实验分别记录了观测点 1 和 2 的电场分量变化情况,如图 3、图 4 所示。

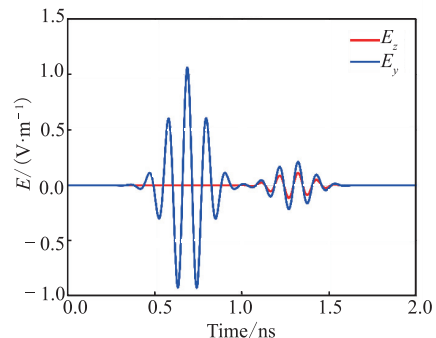


图3 观测点 1 处的电场变化

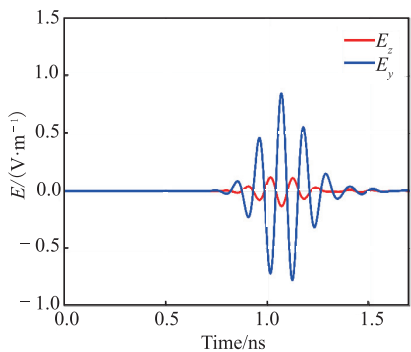


图4 观测点2处的电场变化

从图3可以看到,由于 z 方向极化的原因,观测点1的直达波只有电场 z 分量,而在反射波中出现了 y 分量。也就是说,当平面波垂直入射到 Tellegen 介质时,它会改变反射波的电场极化方向使其发生偏转。同样地, Tellegen 介质也会对透射波的极化方向产生影响,图4可以看出透射波中包含电场 y 方向分量。

为了进一步观察反射波和透射波的偏转情况,分别绘制了观测点1和观测点2的三维电场分量图,如图5和6所示。

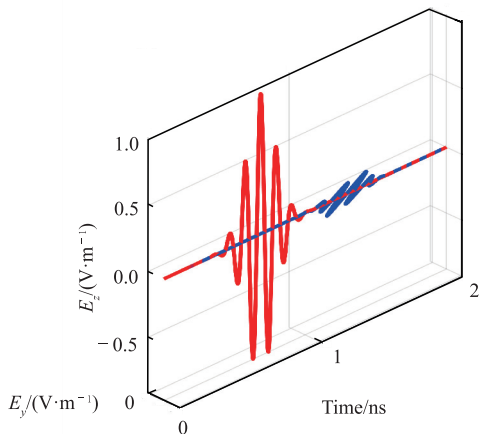


图5 观测点1处的电场变化值(三维)

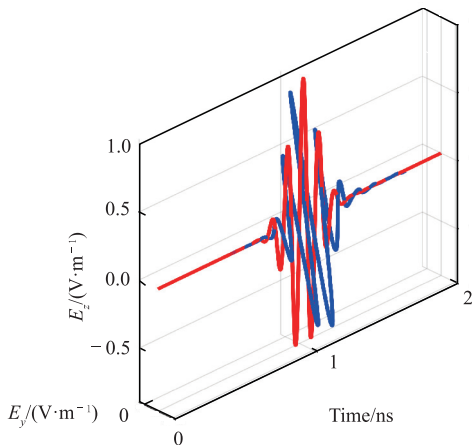
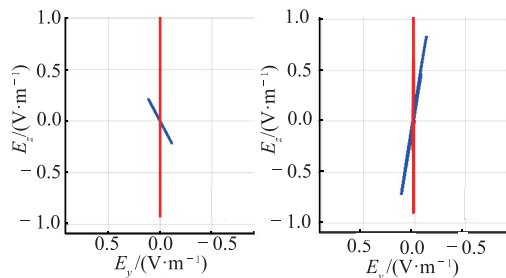


图6 观测点2处的电场变化值(三维)

从图中可以看到,由于 Tellegen 介质本构关系

中电磁场交叉耦合,使得照射到该介质上的电磁波偏振方向发生了明显的改变。

图7(a)为观测点1处入射波与反射波的极化偏转情况。图7(b)为观测点2处入射波与透射波的极化偏转情况。通过这两幅图,可以更直观地观察 Tellegen 介质对平面波极化方向的调制。



(a)观测点1(正视图) (b)观测点2(正视图)

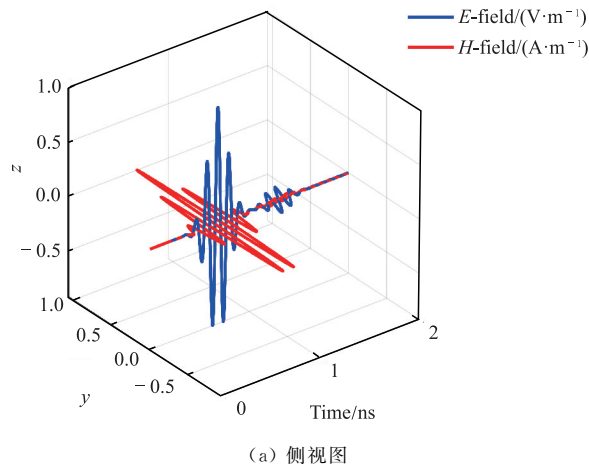
图7 观测点1和观测点2三维电场变化值(从 x 轴方向观察)

为了定量研究 Tellegen 介质对电磁波极化方向的影响,利用 DGTD 算法计算了反射波与透射波的极化偏转角度,并与文献[1]中的结果进行了对比。从表1可以看到 DGTD 计算反射波与透射波的极化偏转角分别为 27.771° 和 -10.388° ,与参考文献[1]中结果吻合较好。

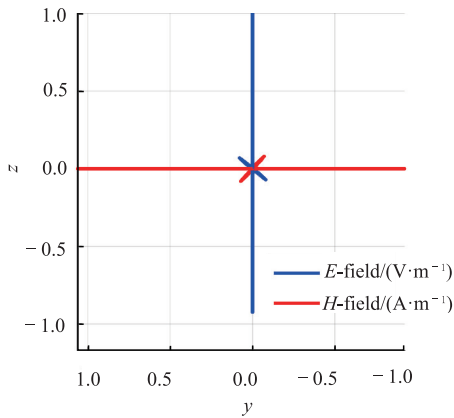
表1 DGTD 模型观测点处的偏转角度与文献[1]中的结果对比

类型	文献[1]结果	DGTD 结果
反射波	27.553°	27.771°
透射波	-10.752°	-10.388°

第2个模型算例,也为 Air-Tellegen 分层空间模型,唯一不同的是这个算例中的电磁参数为 $\epsilon_r = 3, \mu_r = 2.1, \chi_r = 0.5$ 。其模型的大小、基函数阶数、时间步长 dt 和时间迭代步数等参数与算例1相同。平面波的中心频率为 9 GHz,模型中的观测点分别位于 $(0.09, 0, 0)$ 、 $(-0.0025, 0, 0)$,然后利用 DGTD 程序进行仿真,其仿真结果图8、图9所示。

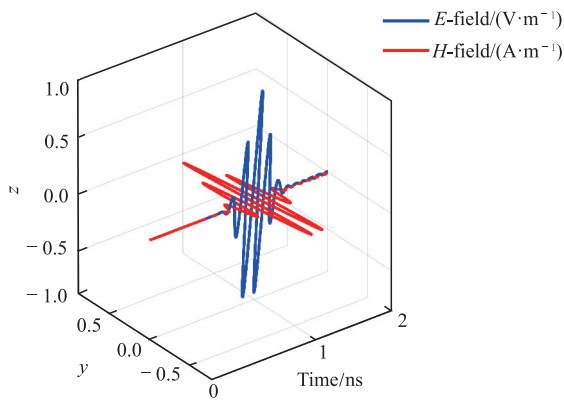


(a)侧视图

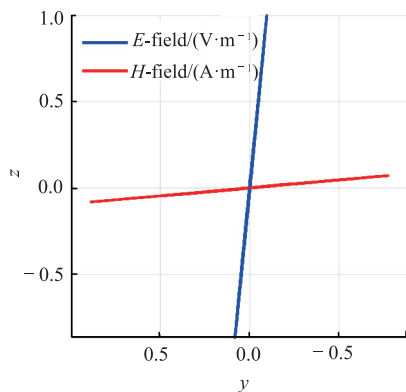


(b) 正视图

图 8 观测点(0.09,0,0)处三维电场变化值



(a) 侧视图



(b) 正视图

图 9 观测点(-0.0025,0,0)处三维电场变化值

从图 8、图 9 可以看出,算例 2 中的 Tellegen 介质对平面波的影响,具有类似的效果,只是反射偏转角度与透射偏转角度大小不同,通过计算电场极化方向与磁场方向之间的夹角,即 θ_{EH} ,算例 2 的计算结果与理论值的比较如表 2 所示。

表 2 DGTD 模型观测点处的偏转角度与理论值之间的对比

参数	理论值	DGTD	相对误差
θ_{EH}	101.49°	100.62°	0.002 4
φ_R	48.01°	48.31°	0.000 8

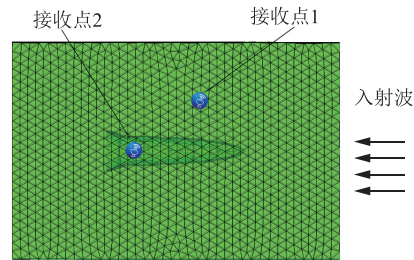
电场极化偏转角 φ_{eT} , 磁场偏转角 φ_{hT} , 以及反

射偏转角 φ_r , 得到的结果与解析解对比, 如表 3 所示, 可以看到 DGTD 的计算结果与理论值吻合较好。

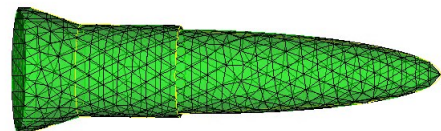
表 3 DGTD 模型观测点处的偏转角度与解析解对比

参数	解析解	DGTD
θ_{EH}	101.49°	100.62°
φ_{eT}	-6.26°	-5.45°
φ_{hT}	-5.15°	-5.17°
φ_R	48.01°	48.31°

第 3 个算例为“弹头”模型, 弹头的电磁参数为: $\epsilon_r=3.5, \mu_r=1.2, \chi_r=0.6$, 如图 10 所示。入射波的方向从右向左, 即 $(-1, 0, 0)$ 。入射波的中心频率为 155 MHz, 激励脉冲采用余弦调制的高斯脉冲信号。分别在 $(2.5, 1.3, 1.3)$ 、 $(-2.5, 0, 0)$ 处设置观测点, 观察弹头内外的电场变化情况。为了更好地模拟弹头的曲面结构, 上述算例模型采用四面体网格剖分。



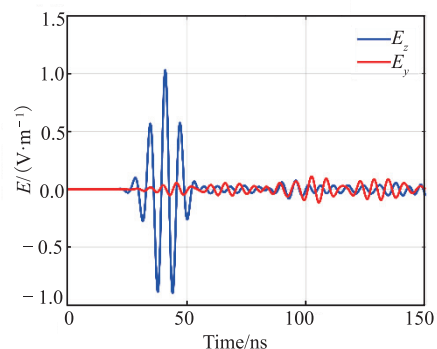
(a) 弹头模型仿真示意图



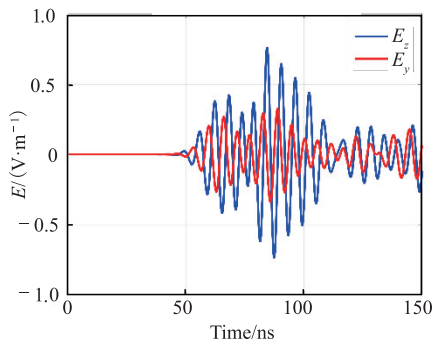
(b) 弹头内部的网格剖分

图 10 弹头模型与网格剖分

利用 DGTD 计算时, 时间步长设置为 $dt = 0.05 \times 10^{-9}$, 时间步数 $n_t = 3000$ 。计算可得观测点处的电场变化情况如图 11 所示。



(a) 观测点 1(2.5,1.3,1.3) 处的电场变化情况



(b) 观测点 2(-2.5,0,0) 处的电场变化情况

图 11 弹头模型的电场计算结果

由图 11 的结果可以看出,在弹头模型外的观测点处,即接收点 1,首先记录到入射场,然后记录由弹头表面所形成的各级反射波,如图 11 (a)所示;在弹头内的观测点,即接收点 2,首先记录进入 Tellegen 介质中的透射波。由于电磁场在 Tellegen 区域内的多重散射现象,接收点 2 记录的波形振荡比较严重,如图 11 (b)所示。

3 结语

基于时域间断伽辽金(DGTD)离散方法,本文首次推导了适用 Tellegen 介质的系统矩阵方程,并采用迎风通量实现计算域中各个单元之间的信息交互。通过数值算例,我们计算并分析了平面波在具有双电磁耦合效应的 Tellegen 介质中的传播特性,验证了该算法的可行性和有效性。

参考文献

- [1] GRANDE A, PEREDA J A. ADI-FDTD Modeling of Tellegen Media [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014,13: 1529-1532.
- [2] PROSVIRNIN S, PAPASIMAKIS N, FEDOTOV V, et al. *Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications* [J]. Springer Netherlands, 2009.
- [3] NAWAZ R, AYUB M. Closed form Solution of Electromagnetic Wave Diffraction Problem in a Homogeneous Bi-isotropic Medium [J]. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2015,38(1):176-187.
- [4] 杨谦. 三维 DGTD 若干关键技术研究 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2018.
- [5] 袁平. 时域间断伽辽金法关键技术的研究 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2019.
- [6] 李林茜, 魏兵, 杨谦, 等. 二维 TM 波时域非连续伽辽金算法理论数值通量研究 [J]. *电波科学学报*, 2016, 31(5): 877-882.
- [7] 寇龙泽, 彭达, 郭志亮, 等. 一种基于 Gordon-Hall 方法的 DGTD 高阶网格生成技术 [J]. *微波学报*, 2013,29(1): 60-64.
- [8] GONZALEZ J A, A Discontinuous Galerkin Finite Element Method for the Time-Domain Solution of Maxwell Equations [D]. Granada:University of Granada, 2013.
- [9] ALVAREZ J, ANGULO L D, BRETONES A R, et al. 3-D Discontinuous Galerkin Time-Domain Method for Anisotropic Materials [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2012, 11:1182-1185.
- [10] TOBON L E, REN Q, LIU Q H, et al. A New Efficient 3D Discontinuous Galerkin Time Domain (DGTD) Method for Large and Multiscale Electromagnetic Simulations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2015,283:374-387.
- [11] REN Q, SUN Q, TOBON L, ZHAN Q, et al. EB Scheme-Based Hybrid SE-FE DGTD Method for Multiscale EM Simulations [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(9):4088-4091.
- [12] 杨谦, 魏兵, 李林茜, 等. 时域非连续伽辽金法在谐振腔中的应用 [J]. *电波科学学报*, 2016, 31(4): 707-712.
- [13] SU Y, LIN C P, ARSLANBEKOV R R, et al. A Discontinuous Galerkin Time-Domain Method with Dynamically Adaptive Cartesian Meshes for Computational Electromagnetics [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017,65(6):3122-3133.
- [14] 买文鼎, 郝文曲, 李平, 等. 改进的二维三维混合时域不连续伽辽金方法 [J]. *电波科学学报*, 2018, 33(1):33-40.
- [15] DONG Y, ZHOU S, TANG M, et al. Discontinuous Galerkin Time Domain Methods for Multiscale and Multiphysics Simulations: A Review [J]. *IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques*, 2021,6:132-142.
- [16] CHEN L, OZAKIN M B, ZHAO R, et al. A Locally Implicit Discontinuous Galerkin Time-Domain Method to Simulate Metasurfaces Using Generalized Sheet Transition Conditions [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2022, 71(1): 869-881.
- [17] 王剑, 张厚, 尹应增, 等. FDTD 计算共面波导馈电双频天线 [J]. *空军工程大学学报:自然科学版*, 2009, 10(2):42-45.
- [18] 孙宏伟, 张永顺. 基于 UPML-FDTD 的隐身目标超宽带双站 RCS 计算 [J]. *空军工程大学学报:自然科学版*, 2007, 8(3):29-32.
- [19] ZHOU Y G, HUANG R R, WANG S Q, et al. An Adaptive DGTD Algorithm Based on Hierarchical Vector Basis Functions [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2021,69(12):9038-9042.
- [20] LINDELL I V, SIHVOLA A H, TREYAKOV S A, et al. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media* [M]. Norwood, MA: Artech House, 1994.

(编辑:徐楠楠)