

基于3D-OMP算法的SAR动目标成像方法

陈一畅¹, 刘奇勇², 朱振波¹, 孙永健¹, 周乐¹

(1. 空军预警学院预警技术系, 武汉, 430019; 2. 空军预警学院信息对抗系, 武汉, 430019)

摘要 针对稀疏场景下的SAR动目标成像问题展开研究, 提出一种基于三维正交匹配追踪(3D-OMP)算法的稀疏成像方法。首先对成像区域进行网格划分, 然后以运动目标的二维速度作为动态参数构建三维稀疏字典矩阵, 即参数化稀疏表征。在算法迭代过程中, 通过计算回波数据矩阵与三维稀疏字典矩阵各层之间的相关度筛选出信号的支撑集。最后利用最小二乘准则, 计算出支撑集下目标场景的稀疏表征系数。该3D-OMP算法是经典OMP算法的改进与拓展, 因此继承了OMP算法计算复杂度低、信号稀疏特征增强明显的优势, 同时具备了重构SAR动目标图像的能力。仿真实验结果验证了该SAR动目标成像方法的有效性。

关键词 合成孔径雷达动目标成像; 参数化稀疏表征; 三维正交匹配追踪算法; 稀疏重构

DOI 10.3969/j.issn.2097-1915.2023.01.005

中图分类号 TN957 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2023)01-0032-06

A SAR Moving Target Imaging Method Based on 3-Dimensional Orthogonal Matching Pursuit Algorithm

CHEN Yichang¹, LIU Qiyong², ZHU Zhenbo¹, SUN Yongjian¹, ZHOU Le¹

(1. Early Warning Technology Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China;

2. Information Countermeasure Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract In view of SAR moving target imaging on the sparse scenes, a sparse imaging method is proposed based on 3-dimensional orthogonal matching pursuit (3D-OMP) algorithm. In this method, the imaging area is first gridded, and then the 3-dimensional sparse dictionary matrix is constructed with the 2D motion speed of the moving target being taken as the dynamic parameter, i. e. the parametric sparse representation. In the iteration process, the support set of signals is filtered from calculating the correlation between the echo data matrix and each layer of the 3-dimensional sparse dictionary matrix. Finally, the sparse representation coefficient on the target scene under the condition of support set is calculated by using the least square criterion. The proposed 3D-OMP algorithm is an improvement and expansion of the classical OMP algorithm, inherits the advantages of OMP algorithm, such as low computational complexity, obvious signal sparse feature enhancement, and simultaneously has the ability to reconstruct SAR moving target images. The simulation results show that the proposed SAR moving target imaging method is valid.

收稿日期: 2022-09-20

基金项目: 国家自然科学基金(61901514)

作者简介: 陈一畅(1988-), 男, 湖南永定人, 副教授, 博士, 研究方向为SAR稀疏成像、雷达目标识别等。E-mail: cyc_2007@163.com

引用格式: 陈一畅, 刘奇勇, 朱振波, 等. 基于3D-OMP算法的SAR动目标成像方法[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(1): 32-37. CHEN Yichang, LIU Qiyong, ZHU Zhenbo, et al. A SAR Moving Target Imaging Method Based on 3-Dimensional Orthogonal Matching Pursuit Algorithm[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(1): 32-37.

Key words synthetic aperture radar moving target imaging; parametric sparse representation; 3-dimensional orthogonal matching pursuit algorithm; sparse reconstruction

合成孔径雷达 (synthetic aperture radar, SAR) 以其远距离、高分辨、全天时、全天候的独特优势,逐渐成为遥感领域重要的应用设备^[1-2]。在地形测绘、环境监测、军事侦察等领域, SAR 可以反演出媲美光学照片的高清电磁散射图像,有着广泛应用^[3]。经典的 SAR 成像算法主要是通过匹配滤波来实现。近年来随着稀疏信号处理理论的发展,一些基于稀疏优化理论的雷达成像算法相继被提出。如文献[4]中提出了一种平滑 l_0 稀疏重构算法,并成功将其应用于雷达目标一维距离像的重构。文献[5]则基于压缩感知理论提出了一种双基 SAR 的二维高分辨成像算法。在 SAR 三维成像中,稀疏理论也取得了一些初步应用^[6]。将稀疏优化理论应用于 SAR 成像技术,不仅仅是拓展了一种新的雷达成像技术形式,也带来了一些性能的提升。如,采用稀疏成像算法可以在部分原始回波数据缺失的情况下完成最终成像;在稀疏背景场景中, SAR 稀疏成像算法能够起到对稀疏分布的散射目标特征增强的效果,有效抑制旁瓣效应。

但无论是上述成熟的经典 SAR 成像算法,还是近年来新兴的稀疏成像算法,早期的关注成像目标都是更为常见的静止目标,而对非合作的运动目标研究较少。随着 SAR 功能的升级与拓展,一些先进的 SAR 设备(如中国的高分系列星载 SAR、加拿大的 RadarSat 星载 SAR 等)具备了动目标成像能力,除了能够对大场景静止目标进行成像,还能够对一些人造运动目标进行高分辨成像。事实上,在一些特定情况下,特别是在背景场景稀疏的应用条件下,运动目标往往是更具成像价值的目标,如海面上的舰船目标,高速公路上的汽车目标,平原区域的铁路列车目标等。然而,对于 SAR 而言,运动目标的运动轨迹、运动方式往往是未知的,反映在雷达回波中表现为额外的相位误差,因此如何补偿这些未知的相位误差成为了经典 SAR 动目标成像算法的关键问题。如文献[7]中利用相位梯度自聚焦(PGA)算法补偿动目标回波的相位误差,最终完成 SAR 动目标成像,这种方法能够有效补偿二阶相位误差,对于高阶误差补偿效果提升不明显。由于逆合成孔径雷达(ISAR)的目标往往是空中的非合作运动目标,因此也有研究工作将 ISAR 成像算法引入到 SAR 动

目标成像问题中^[8],这类算法虽然较为成熟,但需要注意如何抑制背景杂波干扰的问题。因为不同于 ISAR 目标的天空背景, SAR 动目标回波往往夹杂着较强的地杂波、海杂波,直接套用 ISAR 成像算法将降低动目标成像质量。如前文所述,稀疏优化理论的一个显著优势即是能够起到特征增强的作用,因此可以结合稀疏优化理论研究 SAR 动目标成像方法。文献[9]中综述了一系列基于稀疏理论的 SAR 动目标成像方法,分 3 种情况(仅包含一维相位误差,包含二维可分相位误差或包含二维不可分相位误差)对动目标回波进行了建模,并分别提出了相应的相位补偿方法。从成像效果上看,该方法已经能够完成对 SAR 动目标的高分辨成像,但是所采用的稀疏重构算法较为复杂,不利于实用。正交匹配追踪(OMP)算法是一种最为常见的稀疏重构算法^[10],具有复杂度低、稀疏信号特征增强明显等优点。因此本文针对稀疏场景中的动目标 SAR 成像问题,改进提出了一种三维正交匹配追踪(3D-OMP)重构算法,并形成了基于参数化 3D-OMP 算法的 SAR 动目标成像方法。

1 回波参数化稀疏表征模型

由于电磁波传播速度远大于 SAR 运动目标速度,本文沿用经典的 SAR“走停”模式分析动目标的 SAR 回波信号模型。观测场景示意图如图 1,假定 SAR 平台沿着虚线(X 轴正方向)以速度 V 匀速飞行,地平面有一运动目标散射点,匀速大小记为 v ,目标在方位向和距离向的速度分量分别记为 v_a 和 v_r , SAR 工作模式为正侧式,雷达与目标的最近距离记为 R_0 。

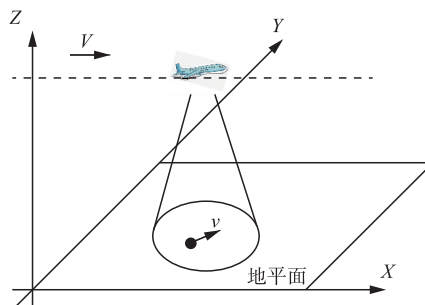


图 1 观测场景示意图

假定 SAR 采用经典的线性调频信号作为脉冲发射信号,表达式记为:

$$s(t, t_s) = \text{rect}(t/T_p) \cdot \exp[j2\pi f_c(t+t_s) + j\pi\gamma t^2] \quad (1)$$

式中: t 和 t_s 分别为快时间和方位慢时间; $\text{rect}(\cdot)$ 为矩形脉冲窗函数; T_p 为脉冲宽度; f_c 为载波频率; γ 为调频率。则观测场景的回波信号表示为:

$$s_r(t, t_s) = \sum_{n=1}^N \sigma_n \cdot \text{rect}\left(\frac{t - 2R_n(t_s)/c}{T_p}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{t_s}{T_a}\right) \cdot \exp\left(\frac{-j4\pi f_c R_n(t_s)}{c} + j\pi\gamma\left(t - \frac{2R_n(t_s)}{c}\right)^2\right) \quad (2)$$

式中: N 表示场景内散射点个数; σ_n 为对应散射点的散射系数; T_a 为方位窗函数, 与波束宽度相关; $R_n(t_s)$ 为对应散射点在慢时间 t_s 时刻与雷达之间的瞬时距离, 对于动目标, 瞬时距离还与雷达、目标二者之间的相对速度有关, 具体表达式如下:

$$R_n(t_s, v_a, v_r) = \sqrt{(Vt_s - x_{n_0} - v_a t_s)^2 + (r_{n_0} + v_r t_s)^2} \quad (3)$$

式中: (x_{n_0}, r_{n_0}) 表示第 n 个散射点目标在方位-距离二维平面的初始位置坐标。在稀疏场景中, 散射系数较大的散射点个数远小于场景内的分辨单元个数, 见图 2, 图中网格为成像区域的分辨单元划分, 其中黑色的分辨单元表示较强的散射系数, 通常为目标, 白色分辨单元表示散射较弱的散射点, 通常为背景。

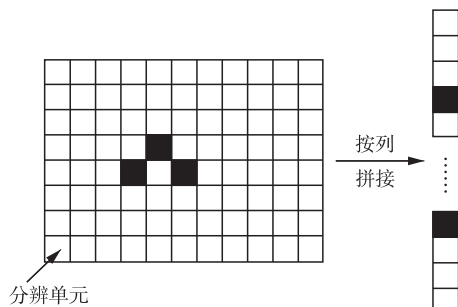


图 2 稀疏场景散射点分布示意图

如果将二维的散射场景分辨单元按列相连, 即可将场景转换为一个稀疏列向量, 记为 α , 而式(2)中的回波信号也可以转换为矩阵形式:

$$s_r = \Phi(v_a, v_r) \otimes \alpha = \alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2 + \dots + \alpha_M \phi_M \quad (4)$$

式中: s_r 为式(2)中回波信号的离散采样矩阵, 尺寸为 $P \times Q$, P 和 Q 分别为距离维和方位维信号采样点数; $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M]^T$ 为图 2 中稀疏场景散射系数向量, 尺寸为 $M \times 1$; $\Phi(v_a, v_r)$ 为三维稀疏字典矩阵, 尺寸为 $P \times Q \times M$, 其每一层为对应的分辨单元散射系数时单独产生的回波信号采样矩阵 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M$ (尺寸为 $P \times Q$); \otimes 为本文定义的运算符, 表示将三维矩阵 $\Phi(v_a, v_r)$ 中每一层的矩阵乘上向量 α 中对应元素, 然后相加。需要指出的是, 稀疏字典矩阵的构造与目标运动参数有关, 是一个参数化的矩阵。以稀疏性为约束条件, 有较多的重构算法用于求解稀疏向量 α ^[11-13], 但经典的重构算

法都是针对稀疏字典是二维矩阵的情况, 本文借鉴经典 OMP 算法的思想, 提出一种稀疏字典矩阵为三维矩阵的 3D-OMP 重构算法。

2 SAR 动目标 3D-OMP 稀疏成像方法

2.1 3D-OMP 重构算法

3D-OMP 重构算法首先计算回波矩阵与三维字典矩阵中各层矩阵的相关度, 然后根据最大相关度筛选出字典矩阵中强散射点对应的层数构成支撑索引集合见图 3, 最后根据最小二乘准则计算出支撑集合对应的强散射点系数。

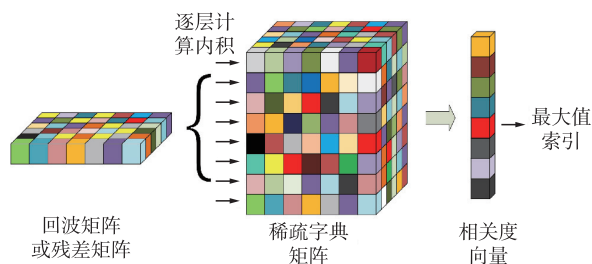


图 3 支撑集更新流程示意图

本节将详细论述 3D-OMP 重构算法的求解步骤, 见表 1。

表 1 3D-OMP 算法步骤

输入: 三维稀疏字典矩阵 $\Phi(v_a, v_r)$, 回波信号矩阵 s_r , 循环次数上限 K 。

初始化: 循环次数 $k=1$, 残差矩阵 $R_r = s_r$, 索引集 $\Gamma = \emptyset$, 支撑集 $\Omega = \emptyset$, 稀疏向量估计值 $\hat{\alpha} = 0$ 。

循环迭代 ($k \leq K$) 步骤:

- 按照图 3 所示流程, 将残差矩阵与稀疏字典矩阵各层作内积计算, 得到残差矩阵与稀疏字典各层的相关度, 获得长度与稀疏字典矩阵层高相同的相关度向量, 记为 β ;
- 搜索向量 β 中最大值元素对应的索引号, 记为 I_k , 用于更新索引集合 $I_k \cup \Gamma \rightarrow \Gamma$;
- 将索引集合内元素对应的稀疏字典层抽取出来构成支撑集 $\Omega = \{\phi_{I_k} \mid I_k \in \Gamma\}$;
- 以最小二乘准则求解下式所示无约束问题:
$$\alpha_{I_k} = \arg \min \left| s_r - \sum_{I_k \in \Gamma} \alpha_{I_k} \phi_{I_k} \right|^2; \quad (5)$$
- 将求解出来的 α_{I_k} 根据索引位置填入稀疏向量;
- 计算残差矩阵 $R_r = s_r - \Phi \otimes \hat{\alpha}$;
- 更新循环次数 $k \leftarrow k+1$, 判断是否满足循环终止条件 $k > K$;
- 输出稀疏向量估计值 $\hat{\alpha}$ 。

关于表 1 中的算法详细步骤有几点需要说明:

①循环次数上限的取值与经典 OMP 一样,跟待重构信号的稀疏度有关,实际操作中,也可以根据残差矩阵的能量大小来判断是否终止循环;②式(5)所述问题本质上是一个线性规划问题,可以利用梯度下降法快速计算得到。

2.2 基于 3D-OMP 的 SAR 动目标成像

在本文所研究的动目标成像问题中,稀疏字典矩阵是一个与目标二维运动速度相关的矩阵。在动目标速度未知的情况下,可以利用相关速度估计算法先估计出目标速度^[14],或直接在二维速度空间进行搜索,以重构目标图像的熵值为优化目标,筛选出聚焦性最好的动目标图像。以式(4)中三维稀疏字典矩阵 Φ 的第 m 层为例,该层表示的二维矩阵事实上为第 m 个分辨单元处单位散射点对应的快时间-慢时间二维采样回波信号。第 m 个分辨单元的单位散射点回波信号可以表示为:

$$s_m(t, t_s) = \text{rect}\left(\frac{t - 2R_m(t_s)/c}{T_p}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{t_s}{T_a}\right) \cdot \exp\left(\frac{-j4\pi f_c R_m(t_s)}{c} + j\pi\gamma\left(t - \frac{2R_m(t_s)}{c}\right)^2\right) \quad (6)$$

其中目标与雷达的瞬时距离 R_m 是慢时间和假定速度的多元函数。由连续信号 $s_m(t, t_s)$ 到回波矩阵层 ϕ_m 需要经过二维离散采样,其中快时间的采样率即信号采样率,慢时间的采样率为雷达脉冲重复频率。逐层构造好稀疏字典矩阵后,即可利用表 1 中算法步骤获得目标在假定速度参数下的二维成像结果。通过比较不同速度参数下的成像结果聚焦效果(图像熵或对比度等评价参数),可以筛选出最佳的成像结果,除了完成对动目标的成像应用外,本文方法还能够估计出目标在方位、距离维度的二维运动速度。具体动目标成像流程见图 4。图中①、②虚线表示目标速度可以从 2 种方案中择一执行。若选择①号方案进行目标速度区间搜索时,可以采用一定的搜索策略提高效率。因为目标方位维速度对聚焦效果影响更大,可以在速度搜索中,在方位维速度空间选择较小的搜索步长以提高精度,在距离维速度空间选择较大的搜索步长以提高效率。

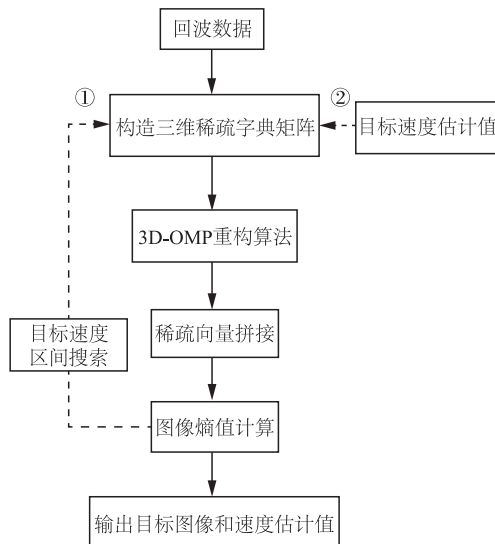


图 4 基于 3D-OMP 算法的 SAR 动目标成像流程图

2.3 计算复杂度分析

从流程图 4 中可以看出,本文 SAR 动目标成像方法的计算量主要体现在 3D-OMP 重构步骤。考虑最复杂的情况,即按照流程图中①号方案执行,需要在参数空间进行搜索。假定共有 I 个搜索点,每一次搜索需要执行一次 3D-OMP 算法。经典 OMP 算法的计算复杂度可以表示为 $O(KM_o N_o)$ ^[15],其中 K 表示经典 OMP 设定的迭代次数, M_o 和 N_o 表示经典 OMP 算法中字典矩阵的维度。本文 3D-OMP 与经典 OMP 基本思想一致,也是通过计算内积表征回波信号与字典基的相关度,只是字典由二维拓展为三维,因此 3D-OMP 算法的计算复杂度可以表示为 $O(KPQM)$,其中各参数与式(4)中描述一致。综合来看,本文所提基于 3D-OMP 算法的 SAR 动目标成像方法计算复杂度可以表示为 $O(IK-PQM)$ 。虽然从复杂度上来看 3D-OMP 算法增加了很多浮点运算,但都是并行计算,在实际操作中可以通过增大计算机内存,以并行运算方式加快计算效率。

3 仿真实验分析

仿真实验中 SAR 主要参数如下:雷达平台飞行速度 $V=150$ m/s,发射信号载波频率 $f_c=10$ GHz,信号带宽 300 MHz,脉冲宽度 $T_p=10$ μ s,雷达天线方位向孔径长度 $D=1$ m,脉冲重复频率 PRF=1.5 kHz。假定有一包含运动目标的观测场景,见图 5,场景被划分为 32×32 的网格,每一个网格代表一个 0.5 m \times 0.5 m 的分辨单元,场景中心距离 0 时刻的雷达位置 10 km,图中 4 个白色强散射点为运动目

标的初始位置,其他较弱的散射单元为背景杂波和噪声干扰,散射系数远小于目标点,符合稀疏场景的设置要求。需要指出的是,网格划分仅是针对目标初始位置的划分,目标在观测过程中可能由于自身运动而移动出划分网格的区间,但仍然能够散射雷达信号,不影响后续雷达信号处理。仿真中假定目标始终保持匀速直线运动,方位维和距离维的速度分量分别为 $v_a=20$ m/s 和 $v_r=5$ m/s。

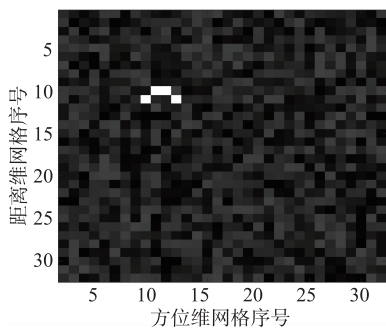


图5 仿真实验目标场景

若目标运动参数估计不准确,直接利用稀疏重构算法进行处理将无法获得清晰的目标图像(图6为设定2个维度速度均为0 m/s时获得的成像结果),这主要是因为稀疏字典与目标运动参数相关,若参数估计不准确,稀疏字典无法准确表征采集到的回波信号,进而形成重构误差。

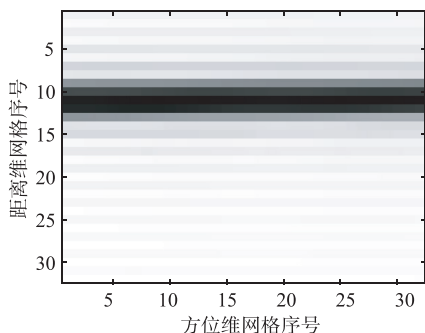


图6 目标运动参数不准确条件下稀疏成像结果

本文稀疏重构方法属于经典OMP算法的改进与拓展,从成像原理上看,3D-OMP算法直接由动目标回波信号重构目标散射图像,因此无需进行徙动校正、运动补偿等信号处理步骤,过程要更简便、成像结果要更准确。本节将3D-OMP重构所得图像与经典OMP重构所得图像进行对比,二者重构结果见图7。实验中,本文采用搜索的方式估计目标二维速度,以平台速度的20%为目标运动参数的估计区间,即 v_a 和 v_r 搜索范围均为 $[-30$ m/s, 30 m/s],而方位向速度搜索步长为1 m/s,距离向搜索步长为2.5 m/s。其中,利用经典OMP算法处理过程为首先对回波信号进行距离脉压,然后根据估计

的运动参数对目标进行距离徙动校正,最后在方位向利用文献[15]中的经典OMP算法获得二维成像结果。通过对比可以看出,经典OMP算法成像步骤更为繁琐,且成像效果依赖于徙动校正精度,虽然也能够重构出目标二维散射图像,但图像产生了一定的偏移,这是由于距离-方位二维信号解耦过程中引入了频偏。此外,从重构结果可以看出,3D-OMP算法准确重构出了目标的强散射点,抑制了背景弱散射点,起到了稀疏特征增强的作用。

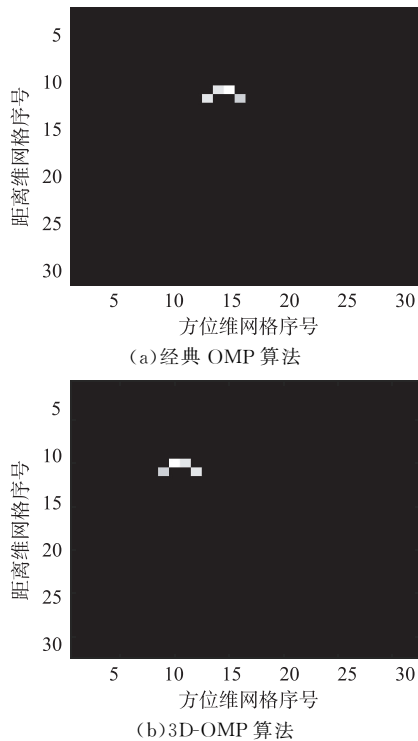


图7 不同算法重构结果

为了进一步分析本文所提方法的抗噪性能,在仿真实验中,给回波信号中加入不同程度的噪声干扰,考察3D-OMP稀疏成像效果。分别考虑信噪比(SNR)为0 dB,5 dB,10 dB 3种噪声环境,成像结果如图8所示。从图中可以看出,随着信噪比的增大,成像效果明显改善,在SNR=0 dB时,重构结果已经呈现出一些虚假散射点,但仍然能够准确定位到目标位置和主体形状。而出现虚假散射点的原因是噪声导致稀疏字典出现了失配问题。

如前文所述,本文算法除了能够重构运动目标图像,还能够估计出目标的二维运动速度。在仿真实验中,我们也统计了本文算法估计出的目标二维速度。速度估计精度与搜索步长相关,搜索步长越小,估计精度越高。为了重点分析算法所能达到的估计精度,在估计目标速度的实验中,将方位向和距离向速度的搜索步长均设为0.1 m/s,而暂不考虑算法耗时。最终,可以估计出目标方位向速度为19.8 m/s,距离向速度为5.3 m/s,能够较准确地估

计出目标二维速度,特别是方位维速度相对误差可以控制在 1% 以内,可以有效弥补传统雷达切向速度估计精度不高的问题。

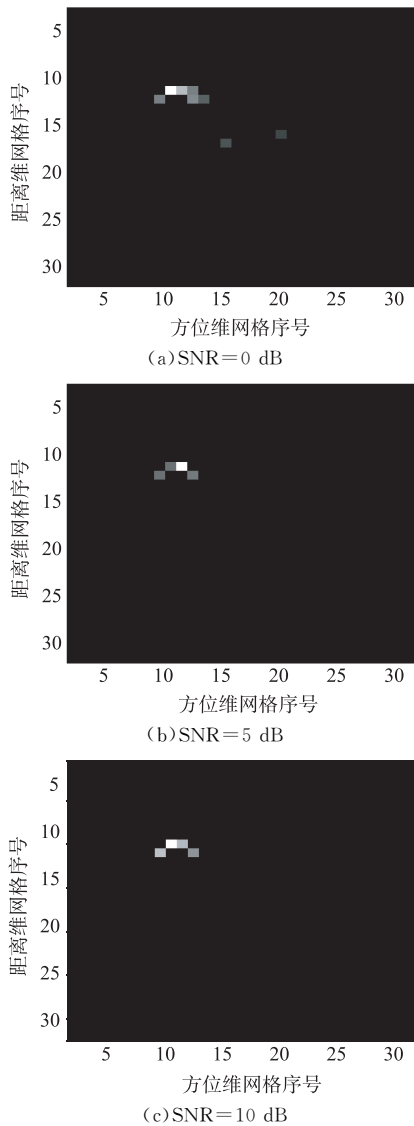


图 8 不同信噪比条件下本文算法重构结果

4 结语

本文针对稀疏场景下 SAR 动目标成像问题进行了深入研究,以目标方位向、距离向二维速度为参数建立了回波信号参数化稀疏表征模型,提出了一种稀疏字典为三维矩阵的 3D-OMP 稀疏重构算法,结合该重构算法与动目标的参数化稀疏表征模型,实现了对稀疏场景下运动目标的高分辨 SAR 成像。本文所提方法具有复杂度低、易于工程实现,能够同时估计目标运动参数等优势。下一步工作将围绕强杂波背景下的动目标稀疏成像展开研究。

参考文献

[1] 邢孟道,林浩,陈澍来,等. 多平台合成孔径雷达成

像算法综述[J]. 雷达学报, 2019, 8(6): 732-757.

- [2] 贾新宇,路来君. 合成孔径雷达技术研究综述[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2015, 33(4): 373-379.
- [3] 曾涛,温育涵,王岩,等. 合成孔径雷达参数化成像技术进展[J]. 雷达学报, 2021, 10(3): 327-341.
- [4] 邱伟,赵宏钟,陈建军,等. 基于平滑 l_0 范数的高分辨雷达一维成像研究[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(12): 2869-2874.
- [5] 李晶,张顺生,常俊飞. 基于压缩感知的双基二维高分辨成像算法[J]. 信号处理, 2012, 28(5): 737-743.
- [6] 孙豆,邢世其,高海峰,等. 基于特征增强的非均匀采样 SAR 三维稀疏成像[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(4): 901-910.
- [7] VAN R W L, OTTEN M P G, VAN B R J P. Extended PGA for Range Migration Algorithms [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(2): 478-488.
- [8] MARTORELLA M, PASTINA D, BERIZZI F, et al. Spaceborne Radar Imaging of Maritime Moving Targets with the Cosmo-SkyMed SAR System [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(7): 2797-2810.
- [9] CETIN M, STOJANOVIC I, ONHON N O, et al. Sparsity-Driven Synthetic Aperture Radar Imaging: Reconstruction, Autofocusing, Moving Targets, and Compressed Sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2014, 31(4): 27-40.
- [10] TROPP J A, GILBERT A C. Signal Recovery from Random Measurements via Orthogonal Matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [11] 崔维嘉,张鹏,巴斌. 基于循环匹配追踪的稀疏重构时延估计算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 523-529.
- [12] 潘美虹,郑芹. 基于改进遗传算法的稀疏重构算法[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(4): 1010-1014.
- [13] 王军华,黄知涛,周一宇,等. 基于近似 l_0 范数的稳健稀疏重构算法[J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1185-1189.
- [14] 陈一畅,张群. 一种基于 SAR 稀疏采样数据的动目标运动参数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(12): 3049-3055.
- [15] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace Pursuit for Compressive Sensing Signal Reconstruction [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.

(编辑:徐敏)