

基于双向同时无碰撞检测目标偏置 RRT 算法的路径规划方法

陈海洋, 王露楠*

(西安工程大学电子信息学院, 西安, 710048)

摘要 针对传统 RRT 算法在复杂环境中对不必要区域的搜索和路径规划的时间代价过高等问题, 提出了一种双向同时无碰撞检测目标偏置快速扩展随机树算法——TNCG-RRT*。该算法将 B-RRT* 中的双向搜索策略和 BIT* 中的启发式搜索融合作为文中的基础算法, 引入神经网络的批量抓取数量决定一次采样的节点数目从而影响采样速度; 然后, 将正向树和反向树的扩展同时进行以加快路径搜索速度, 通过对目标偏向策略中扩展顶点队列的改进和对采样区域的不断更新明确扩展方向, 缩小随机树生长的范围; 最后, 利用 3 次 B 样条曲线使生成的路径趋于平滑。与 B-RRT 算法和 BIT* 算法进行对比实验, 实验结果表明: TNCG-RRT* 算法在路径生成时间上缩短 4.5%, 剪枝数增加 80%, 路径代价(即路径长度)缩短 9%, 证明了 TNCG-RRT* 算法的有效性。

关键词 路径规划; 神经网络 双向同时搜索; 椭圆状态子集; 3 次 B 样条曲线

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2022.03.010

中图分类号 TP312 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2022)03-0060-08

A Path Planning Algorithm Based on Two-Way Simultaneous No-Collision Goal RRT

CHEN Haiyang, WANG Lunan*

(School of Electronics and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract Aimed at the problems that the traditional RRT algorithm pays high price in searching unnecessary areas and in planning path under conditions of complex environment, a fast expanding random tree algorithm is proposed, i. e. TNCG-RRT* (two-way simultaneous non-collision goal based RRT*). In this algorithm, the bidirectional search strategy in B-RRT* and the heuristic search fusion in BIT* are taken as a basic algorithm of this paper, and the batch size of neural network is introduced to determine the number of nodes sampled at one time, affecting the sampling speed. And then, the expansion of forward and reverse trees is carried out simultaneously to speed up the path search, and the expansion direction is defined by improving the extended vertex queue in the target bias strategy and updating the sampling area, and the growth range of random trees is reduced. Finally, the cubic B-spline curve is utilized for making the generated path smooth. The experimental results show that compared with the B-RRT* algorithm and the BIT* algo-

收稿日期: 2021-10-22

作者简介: 陈海洋(1967—), 男, 陕西西安人, 副教授, 博士, 研究方向为人工智能、先进控制理论及其应用。E-mail: chy_00@163.com

通信作者: 王露楠(1997—), 女, 陕西西安, 硕士生, 研究方向为人工智能。E-mail: 15835269786@163.com

引用格式: 陈海洋, 王露楠, 等. 基于双向同时无碰撞检测目标偏置 RRT 算法的路径规划方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2022, 23(3): 60-67. CHEN Haiyang, WANG Lunan. A Path Planning Algorithm Based on Two-Way Simultaneous No-Collision Goal RRT[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2022, 23(3): 60-67.

rithm, the TNCG-RRT* algorithm can shorten the path generation time by 4.5%, the number of pruning increases by 80%, and the path cost (i. e. path length) is shortened by 9%, and is valid.

Key words path planning; neural network; two-way simultaneous; subset of elliptic states; cubic B-spline curve

随着人工智能、物联网、5G 等创新技术的发展,传统的仓储技术与生产线已经不能满足现在的环境需求,为了实现物流仓储的智能化和生产线的柔性化,各大企业纷纷尝试将智能机器人(automated guided vehicle, AGV)投入到物流仓储和生产车间中。为了使 AGV 能在复杂的环境中更加安全地运行,应针对不同环境对 AGV 进行路径规划,路径规划算法的目标是为移动机器人在障碍物地图中规划出一条高效可行的路径,该路径对移动机器人导航效果有着至关重要的作用。如何改进现有算法使其更适用于物流仓储和柔性化生产线是当前生产制造业向智能化转变面临的巨大挑战^[1]。

目前,AGV 路径规划算法的改进多在 A* 算法^[2]、Dijkstra 算法^[3]、蚁群算法^[4]、粒子群算法^[5]、遗传算法^[6]、人工势场法^[7]等,也有学者对这些智能算法进行改进,比如樊志凯等^[8]提出基于多目标的遗传模拟退火算法,虽然在简单环境下可以快速得到较优路径,但是在复杂环境下,收敛速度慢,规划路径需要较长时间。为了解决复杂环境下机器人的路径规划问题,概率路图(probabilistic road map, PRM)^[9]和快速搜索随机树(rapidly-exploring random trees, RRT)^[10]等基于采样的路径规划算法被提出。PRM 将连续空间分割成若干个离散空间,然后再利用其他算法寻找路径,由于分割离散空间过程的随机性,使得 PRM 搜索路径的效率不高。针对 PRM 路径规划的不足,Lavalle 等^[10]提出了同样基于采样的 RRT 算法,该算法虽然具有概率完备性,但是由于只能通过一棵树扩展路径,寻路时间过长。

针对 RRT 算法的不足,Kuffner 等^[11]于 2000 年提出了 RRT-Connect 算法,该算法通过在起点和目标点建立两棵树扩展路径,并引入贪婪策略减少寻路时间。Karaman 等^[12]于 2010 年提出 RRT* 算法,该算法通过重选父节点减小时间代价,但随着采样点的增加,会使 RRT* 算法计算量暴增。Jordan 等^[13]受 RRT-Connect 的启发,于 2013 年提出双向 RRT* (bidirectional rapidly-exploring random trees, B-RRT*),在 RRT* 的基础上,建立两棵树进行扩展,搜索速度加快,但在复杂环境下节点的计算量较大。同年,Janson 等^[14]提出利用堆栈技术选取合适的节点作为生长节点,同时采用碰撞检测策略避免与障碍物的碰撞,但该方法不适用于动态环

境。在此基础上,赵燕江等^[15]于 2017 年在 RRT 算法中引入直线段路径,采用直线、曲线结合的路径形式,使得生成的路径较为平滑。Jonathan 等^[16]于 2020 年提出使用采样和启发式方法交替逼近和搜索问题域(batch informed trees, BIT*),有效地解决了连续路径规划问题。针对机器人在复杂环境(如凹形、迷宫等)的特殊情况,邹启杰等^[17]提出了基于强化学习的快速探索随机树(reinforcement learning rapidly-exploring random trees, RL-RRT),许万等^[18]提出了基于简化地图的区域采样 RRT* 算法(regional sampling based on simplified map rapidly-exploring random trees, SMRS-RRT*),张卫波等^[19]提出基于 RRT 的——同心圆 RRT 算法,李秀智等^[20]提出了一种将 RRT 与前沿法协同实施的复合式候选目标点检测策略,使移动机器人沿着该优化路径快速、平稳、安全地到达目标点。当障碍物越多、环境越复杂时,上述研究将大部分时间都花费在寻找终点上,寻找终点所用的时间越长,寻路的计算代价就越高,算法效率也大幅降低。针对现有算法不能同时满足寻路时间少及寻路代价低的情况,本文考虑到 B-RRT* 的快速性与 BIT* 的寻优性,提出了一种双向同时无碰撞检测目标偏置快速扩展随机树算法(two-way simultaneous non-collision goal based RRT*, TNCG-RRT*),首先,将 B-RRT* 中的双向搜索策略与 BIT* 算法中的启发式搜索相融合,在此基础上对 RRT 算法进行改进:引入神经网络的批量抓取数量决定一次采样的节点数目,增加或减少每次采样的节点数目影响路径的搜索速度;其次,在双向搜索策略的基础上,使正向树与反向树的扩展同时进行,加快随机树的搜索速度;并通过改变目标偏向策略中的扩展顶点队列和不断更新采样区域明确扩展方向,缩小随机树的生长范围;然后,采用 3 次 B 样条曲线对生成的路径进行优化,使其更为平滑;最后,通过仿真实验验证了在一定的复杂环境中,TNCG-RRT* 算法进行路径规划的有效性。虽然其适用性尚未得到验证,但利用 TNCG-RRT* 算法进行路径规划能够在一定程度上有效降低机器人的寻路代价与成本,实现控制其按最优路径行驶的目的。

1 基础算法

利用 B-RRT* 的快速性与 BIT* 的寻优性作为

基础算法,提出一种双向同时无碰撞检测目标偏置快速扩展随机树算法——TNCG-RRT*,在提高路径规划效率的前提下解决采样点随机性大、路径不平滑等问题。

1.1 B-RRT* 算法基本原理

B-RRT* 算法在原始 RRT* 算法的基础上,额外增加了基于 RRT-Connect 算法中的 connect() 函数,通过起点和终点各生成一个树的方式,加速随机树的搜索速度,既具有概率完备性,又具备渐进最优性。图 1 为算法 B-RRT* 算法流程图,只要迭代的次数足够多,得到的最终路径就可以是较为接近最短的可行路径。

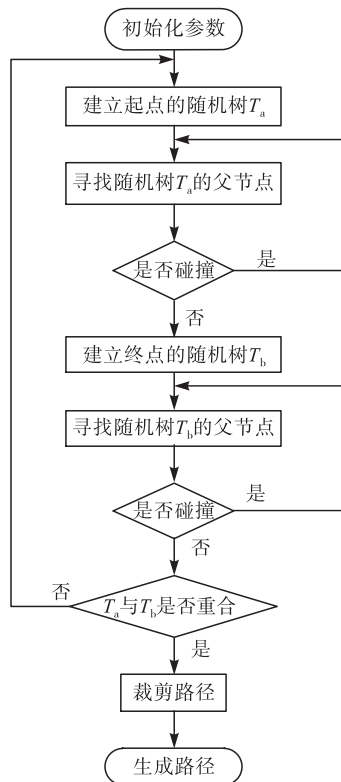


图 1 B-RRT* 算法流程图

1.2 BIT* 算法基本原理

BIT* 在 B-RRT* 的基础上加入潜在解代价排序的队列,该算法只根据潜在的解决方案质量对整个搜索进行排序,按潜在解质量的顺序即搜索队列 QV 搜索目标点,改善当前的路径方案。算法 BIT* 流程图见图 2。

搜索队列 QV 根据函数 $f(x) = g(x) + h(x)$ 确定,它可以提供比当前最佳解决方案成本更好的解决方案,其中, $g(x)$ 是通过当前树从开始到 x 的成本, $h(x)$ 是一个启发式函数,代表从状态 x 到目标的允许估计值,它引导树探索到目标上,我们使用 x 和目标之间的距离来估计它。在函数 $f(x)$ 确定的队列中获得最低的估计成本,将该函数确定的成本较低边、顶点加入至搜索队列中,以获得较优路径,并将此时的成本代价记为 $c(x)$,继续搜索,直至搜

索队列中没有可以改善当前路径的解即 $f(x) < c(x)$,便可生成该算法下的最优路径。

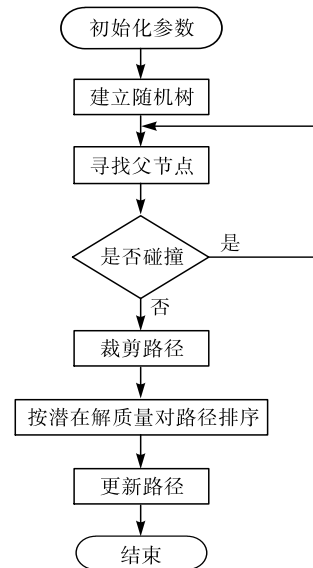


图 2 BIT* 算法流程图

2 TNCG-RRT*

针对 B-RRT* 和 BIT* 仍然存在搜索时间长、采样点随机性大和路径不平滑等问题,本文提出了双向同时无碰撞检测目标偏置快速扩展随机树算法——TNCG-RRT*,通过引入神经网络中的批量抓取数量^[21]和双向同时搜索加快路径搜索速度,利用目标偏向策略和不断更新椭圆状态子集缩小随机树的搜索范围,最后用 B 样条曲线对路径进行优化。TNCG-RRT* 流程图见图 3。

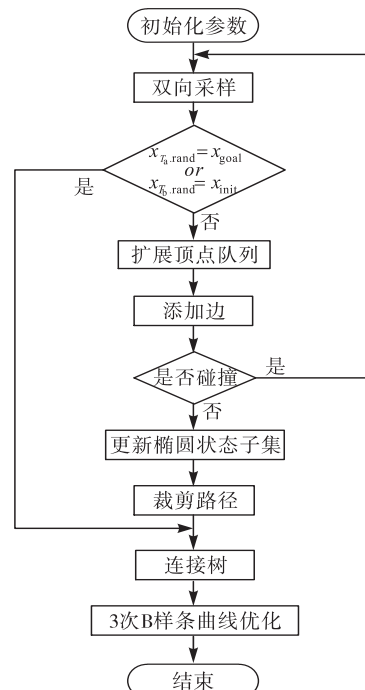


图 3 TNCG-RRT* 算法流程图

2.1 采样

2.1.1 引入神经网络中批量抓取数量

当机器人在简单环境中进行路径规划时,全环境下多数采样点确定的方向能够更好地代表目标点所在的方向,但当机器人在有大量障碍物的复杂环境中进行路径规划时,全环境下的采样点会影响确定目标点所在的方向和速度。此时引入神经网络中的批量抓取数量,其值决定一次采样的节点数目,继而影响路径的搜索速度。

图 4 为在同种环境中,经过 200 次迭代后,批量抓取数量取不同值时的实验结果,表 1 为同种环境下批量抓取数量不同取值时经过 200 次迭代后的运行代价的对比。由表 1 可以看出,当批量抓取数量值过小时,采样点的稳定性较差,难以收敛导致代价变大;当批量抓取数量值过大时,进行一次采样的节点数目过多导致所需内存容量变大,代价升高。图 5 为当批量抓取数量值恒为 1 时,经过 200 次迭代后,在 4 种不同复杂度场景中的实验结果,表 2 为批量抓取数量恒定,但场景复杂度不同时的运行代价。当场景简单时,如图 5(a)所示,搜索代价明显较小,但当场景逐渐复杂时,如图 5(b)~(d)所示,搜索代价有明显的提升。因此,针对场景复杂程度选择一个适当的批量抓取数量值可以减少完成代价,有效提升寻路效率。

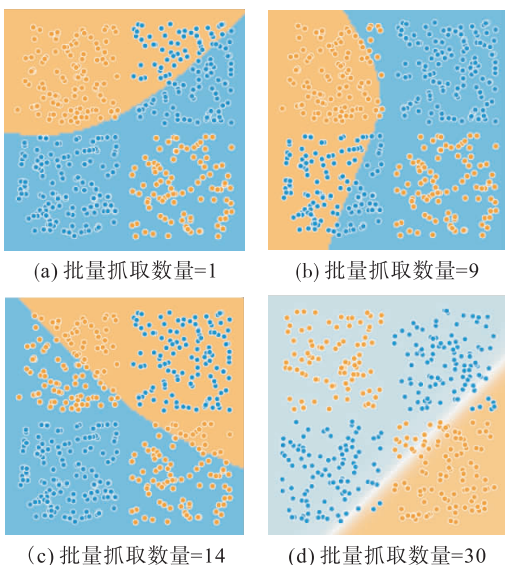


图 4 同种环境下批量抓取数量取不同值时的实验结果

表 1 同种环境批量抓取数量取不同值时的运行结果对比

批量抓取数量	1	9	14	30
Cost	0.602	0.554	0.532	0.593

表 2 批量抓取数量恒定,场景不同时的运行结果对比

场景	1	2	3	4
代价	0.010	0.502	0.433	0.547

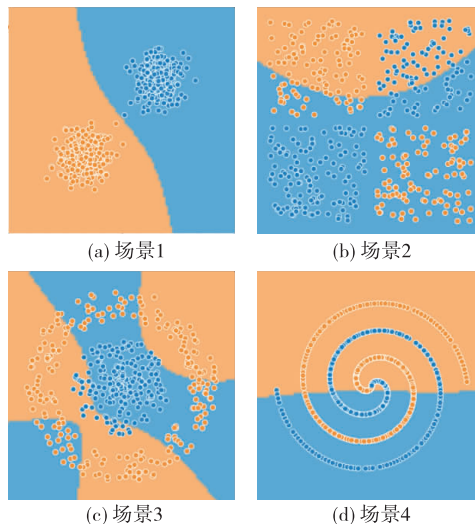


图 5 批量抓取数量恒定,场景不同时的实验结果

在确定批量抓取数量的值时,可以一次性让路径搜索利用全部样本点(即传统的梯度下降法),也可以让路径搜索一次只采用一个样本点(即随机梯度下降法,也称在线梯度下降法),本文提出的算法采取折中方案,即每次采取一部分样本点让其完成本轮迭代(即 batch 梯度下降法)。

2.1.2 目标偏向策略

机器人在使用 B-RRT* 和 BIT* 算法进行路径规划时,随机树在环境中进行自由采样时,采样范围大且随机性强,具有一定的盲目性,对此,本文根据目标采样概率确定采样点如式(1)所示:

$$x_{rand} = \begin{cases} x_{goal}, & \text{if } P_0 > P_{aim} \\ \text{Sample Free}(), & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

在初始化参数时设定目标采样概率 $P_{aim} = 0.5$,按照均匀概率分布随机获取一个概率值 $P(0 < P < 1)$,以随机树 T_a 向目标点 x_{goal} 的扩展为例,如图 6 所示,当随机概率值 P 大于目标采样概率 P_{aim} 时,将终点 x_{goal} 作为此时的采样节点 x_{rand} ,行进路线为紫色路径;其他情况,则将当下采样的点作为随机点 x_{rand} ,行进路线为蓝色路径,继续搜索,直至将终点 x_{goal} 作为采样节点 x_{rand} 。

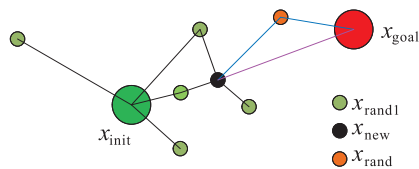


图 6 目标偏向策略

2.1.3 双向同时搜索

B-RRT* 和 BIT* 算法在迭代时,先扩展随机树 T_a ,对 T_a 进行一系列采样后,在下次迭代时才会对随机树 T_b 进行扩展,在复杂环境中进行路径规划时搜索时间过长。针对上述问题,本文在每次迭代时,将随机树 T_a 、 T_b 同时进行扩展,双向同时搜索

简图如图 7 所示,改进后的算法在起点和终点同时搜索将大大缩短节点搜索时间,提升路径搜索效率。

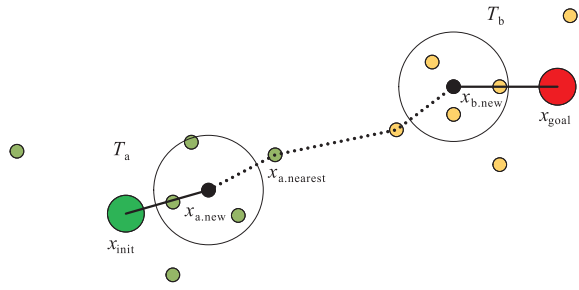


图 7 双向同时搜索

2.2 路径优化

当机器人在有大量障碍物的复杂环境中进行路径规划时,会生成较多路径节点,其中一大部分为冗余样本点。随着冗余样本点的增多,使得路径搜索速度逐渐变慢,因此,为了提高路径搜索效率,使搜索出的路径更符合机器人运动轨迹,需要对无效路径进行剪枝并使最终路径趋于平滑。

2.2.1 椭圆状态子集

虽然在 2.1.1 中提出引用批量抓取数量来决定每次采样的节点数,但是当批量抓取数量值偏大时,会导致该次采样在整个状态空间内进行,无效样本点可能增多,针对该问题,本文利用不断更新采样空间的方法进行采样。

椭圆状态子集如图 8 所示,绿点为起点 x_{init} ,红点为终点 x_{goal} ,黑点为椭圆区域的焦点,黑色方框为障碍物。当从起点 x_{init} 开始第 1 次采样时,由于 x_{init} 与 x_{goal} 的直线距离上检测到有障碍物,因此,以 x_{init} 与 x_{goal} 的直线距离 c_{best} 作为椭圆的长轴,焦点之间的距离为 c_{min} ,椭圆的短轴为 $\sqrt{c_{best}^2 - c_{min}^2}$,确定第 1 次椭圆采样空间后开始采样,淘汰椭圆空间外的采样点,将无效路径进行剪枝,确定新的采样点,将新的采样点记为 x'_{init} ,新采样点到 x_{goal} 的距离作为长轴,然后更新椭圆的短轴,确定新的椭圆采样空间,直至新采样点 x'_{init} 到终点 x_{goal} 的直线距离上没有障碍物为止。图 8 中新采样点 x'_{init} 与 x_{goal} 之间存在障碍物,因此需要构建新的椭圆采样空间寻找新的采样点,直至找到没有障碍物的路径。

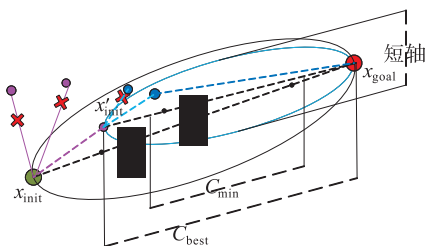


图 8 椭圆采样空间

2.2.2 基于 B 样条曲线的路径平滑

经过上述改进后形成的路径并不能直接应用于现实场景中,因此还需要对路径进行优化。B 样条曲线有一定的连续性,可以在不改变路径大概方向的前提下,对局部路径进行平滑处理。因此,本文采用 3 次 B 样条曲线对路径进行优化,使路径趋于平滑。3 次 B 样条曲线表示为: $P(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,3}(u)P_i$, ($i = 1, 2, \dots, n$), 其中, P_i 为曲线控制的节点,节点向量 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$ 确定 3 次分段曲线 $B_{i,3}(u)$ 为 3 次 B 样条基函数。

图 9 为简化路径与优化路径的对比图,图 9(a) 中红色实线为初始可行路径,图 9(b) 中黄色实线为经过 3 次 B 样条曲线拟合生成的优化路径,经过平滑处理过的路径明显更符合现实中机器人的行动轨迹。

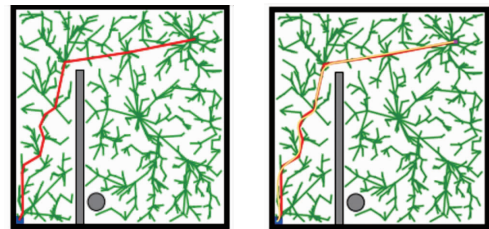


图 9 简化路径与优化路径对比图

3 仿真试验及对比分析

为了验证 TNCG-RRT* 在路径规划中具有更好的性能,本文采用 Python3.7 作为仿真平台,将本文算法与基本 RRT、RRT-Connect、RRT*、FMT*、B-RRT 和 BIT* 算法在二维仿真环境下进行对比验证。仿真中,设置步长为 1,搜索半径为 5,最大迭代次数为 1 000 次,重复实验 30 次,二维仿真环境如图 10 所示,起点坐标为 (2,2),终点坐标为 (43,43),黑色区域为障碍物。7 种算法在简单地图的仿真结果见图 11,可以看出,RRT、RRT-Connect、RRT*、FMT* 和 B-RRT 算法由于采样随机性过大,树的生长较为发散,生成的路径都比较曲折,虽然 RRT-Connect、FMT*、B-RRT* 和 BIT* 都加入了回溯过程,但这 4 种算法仍然不能生成较为平滑的路径,本文提出的 TNCG-RRT* 算法采用更新椭圆采样空间进行路径优化,剪除冗余枝,使随机树扩散具有一定的方向性,从而达到路径渐进最优的效果。这 7 种算法 30 次实验结果平均值如表 3 所示,在相同场景下,RRT、RRT-Connect、RRT*、FMT* 和 B-RRT* 由于迭代次数过多,需要大量时

间才能找到路径,且寻路代价较高,BIT* 虽然也可以在较短时间内找到可行路径,但相比之下,TNCG-RRT* 寻路代价更小,所用时间更短,生成的最终路径也更为平滑。

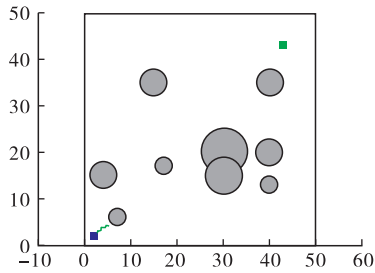
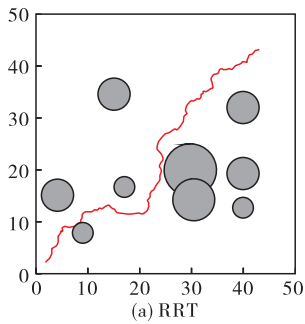
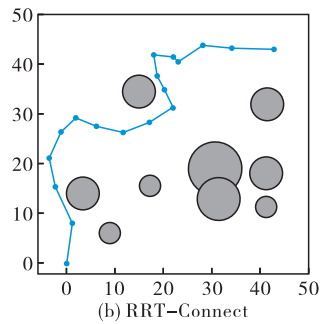


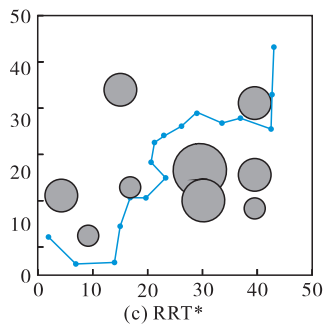
图 10 二维仿真环境



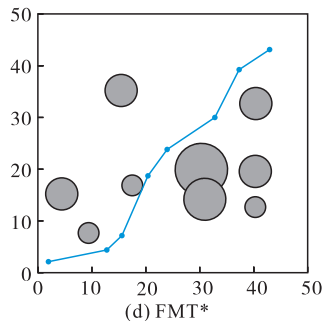
(a) RRT



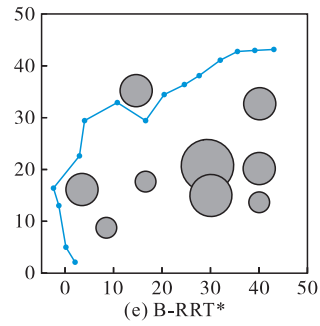
(b) RRT-Connect



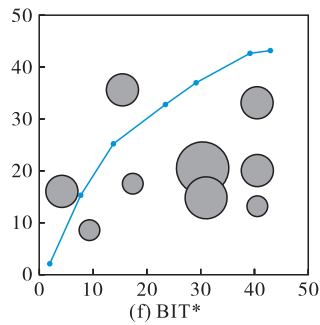
(c) RRT*



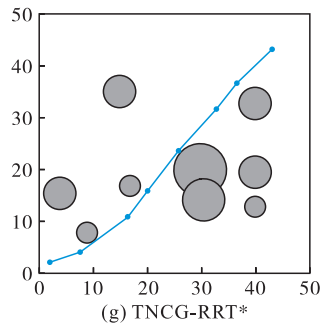
(d) FMT*



(e) B-RRT*



(f) BIT*



(g) TNCG-RRT*

图 11 7 种算法在简单地图中的仿真结果

表 3 7 种算法实验结果平均值

算法	平均代价	平均时间/s
RRT	153.724	217.31
RRT-Connect	118.398	186.23
RRT*	112.563	153.45
FMT*	104.453	134.35
B-RRT*	97.333	142.67
BIT*	61.892	100.90
TNCG-RRT*	57.892	89.30

上述实验中,RRT、RRT-Connect、RRT*、FMT* 和 B-RRT 需要经过较长时间才能找到相对较优路径,BIT* 与 TNCG-RRT* 寻路时间短效果较好,因此,在其他环境下对这 2 种算法再次进行 30 次重复试验进行对比。

图 12 为设定的规则障碍物环境下 2 种算法的结果对比,该环境的起点坐标为(2,2),终点坐标为(90,95),黑色区域为障碍物,绿色实线为搜索路径,红色实线为最终路径,黄色虚线包围的区域为椭圆状态子集,紫色虚线包围的区域为某次更新后的椭圆状态子集。图 13~14 为 BIT* 算法和 TNCG-

RRT* 算法在规则障碍物环境中生成最终路径的代价和寻路时间。从图 12 可以看出, BIT* 算法的随机树向碰撞概率小的区域扩展, 但生成的树枝仍然较为发散, 而 TNCG-RRT* 通过不断更新椭圆采样空间和明确随机树生长方向, 减少对不必要区域的搜索, 经过 3 次 B 样条曲线的平滑处理, 规划出的路径质量更高。从图 13~14 中可以看出, 在 30 次仿真实验中, 大部分情况下 TNCG-RRT* 寻路时间较 BIT* 短, 且由于目标采样概率的存在以及采样区域的不断缩小, TNCG-RRT* 在路径代价上具有明显优势。

其 30 次实验结果平均值如表 4 所示: 与 BIT* 算法相比, TNCG-RRT* 在剪枝数上增加 80%, 在路径代价上减少 9%, 在寻路时间上减少 4.5%。在两种不同环境下, TNCG-RRT* 与其他算法相比, 扩展节点与搜索时间明显减少, 寻路代价也明显降低, 说明了减少不必要区域搜索的必要性与对路径进行平滑处理的有效性。

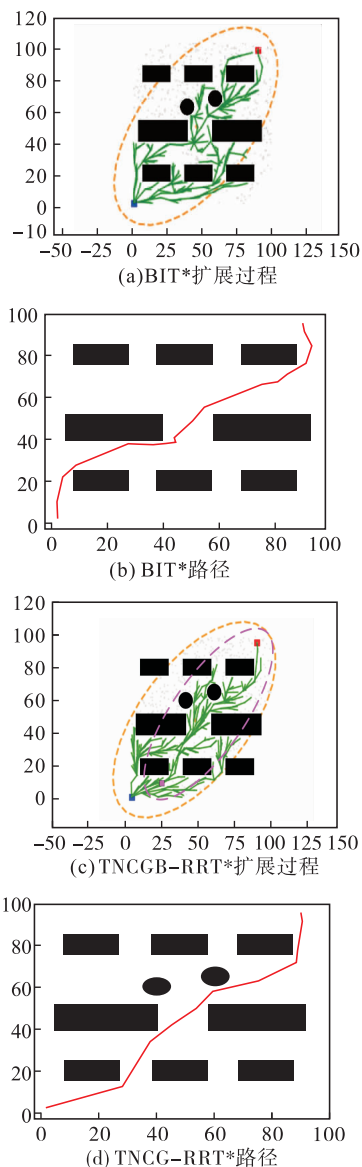


图 12 2 种算法规则障碍物环境规划结果对比

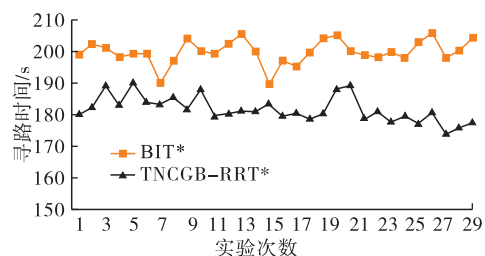


图 13 2 种算法 30 次实验的路径代价对比

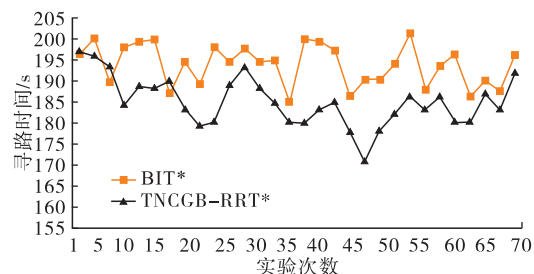


图 14 2 种算法 30 次实验的寻路时间对比

表 4 2 种算法 30 次实验结果平均值

算法	剪枝数	平均代价	平均时间/s
BIT*	35	199.93	194.03
TNCG-RRT*	63	181.94	185.25

4 结语

本文针对现有基于采样的算法在复杂环境中进行路径规划时存在对不必要区域搜索过多和时间代价过高等问题, 提出了双向同时无碰撞检测目标偏置快速扩展随机树算法——TNCG-RRT*, 利用 B-RRT* 的快速性与 BIT* 的寻优性, 将 B-RRT* 中的双向搜索策略与 BIT* 算法中的启发式搜索相融合作为基础算法, 引入神经网络的批量抓取数量加快路径搜索速度, 通过双向同时搜索、扩展顶点策略和不断更新椭圆状态子集明确随机树的扩展方向, 缩小随机树的生长范围, 最后采用 3 次 B 样条曲线对生成的路径进行平滑处理。通过在 2 种仿真环境下与其他算法进行对比实验, 实验结果表明 TNCG-RRT* 在寻路时间、寻路代价等方面均优于其他算法, 证明了算法的有效性。虽然该算法的适用性尚未得到验证, 但利用 TNCG-RRT* 算法进行路径规划能够有效降低机器人的寻路代价与成本, 可广泛应用于无人车、无人机、无人船等自动驾驶交通工具中, 以实现控制其按最优路径行驶的目的。

参考文献

- [1] 李昆鹏, 刘腾博, 阮炎秋. 半导体生产车间智能 AGV 路径规划与调度[J/OL]. 计算机集成制造系统, 1-17. (2020-09-07)[2021-12-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20210514.1357.012.html>.

- [2] 张新艳, 邹亚圣. 基于改进 A* 算法的自动导引车无碰撞路径规划[J]. 系统工程理论与实践, 2021, 41(1):240-246.
- [3] 曹祥红, 李欣妍, 魏晓鸽, 等. 基于 Dijkstra-ACO 混合算法的应急疏散路径动态规划[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(6):1502-1509.
- [4] 徐菱, 付文浩, 江文辉, 等. 基于 16 方向 24 邻域改进蚁群算法的移动机器人路径规划[J]. 控制与决策, 2021, 36(5):1137-1146.
- [5] 张岳星, 王轶群, 李硕, 等. 基于海图和改进粒子群优化算法的 AUV 全局路径规划[J]. 机器人, 2020, 42(1):120-128.
- [6] 邹裕吉, 宋豫川, 王馨坤, 等. 自动导向小车与加工设备多目标集成调度的聚类遗传算法[J]. 中国机械工程, 2022, 33(1):97-108.
- [7] 袁朝春, 翁烁丰, 何友国, 等. 基于改进人工势场法的路径规划决策一体化算法研究[J]. 农业机械学报, 2019, 50(9):394-403.
- [8] 樊志凯, 任清华, 张广大. 基于多目标遗传模拟退火算法的方向调制[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(2):48-53.
- [9] KAVRAKI L E, SVESTKA P. Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High-Dimensional Configuration Spaces[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(4):566-580.
- [10] LAVALLE S M. Rapidly-Exploring Random Trees : A New Tool for Path Planning [R]. Computerence Dept, 1998.
- [11] KUFFNER J J, LAVALLE S M. RRT-Connect: An Efficient Approach to Single-Query Path Planning [C]// Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation. ICRA 2000, San Francisco, CA, USA: IEEE, 2000:995-1001.
- [12] KARAMAN S, FRAZZILI E. Sampling-Based Algorithms for Optimal Motion Planning[J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30(7):846-894.
- [13] JORDAN M, PEREZ A. Optimal Bidirectional Rapidly-Exploring Random Trees [R]. MIT-CSAIL-TR-2013-021, 2013.
- [14] JANSON L, CLARK A, PAVONE M. Fast Marching Tree: A Fast Marching Sampling-Based Method for Optimal Motion Planning in Many Dimensions[J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 34(7):883.
- [15] 赵燕江, 黄磊, 杜海艳, 等. 基于改进 RRT 算法的套管柔性针运动规划[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(3):620-628.
- [16] GAMMELL J D, Barfoot T D, SRINIVASA S S. Batch Informed Trees (B-IT*): Informed Asymptotically Optimal Anytime Search[J]. The International Journal of Robotics Research, 2020, 39(5).
- [17] 邹启杰, 刘世慧, 张跃, 等. 基于强化学习的快速探索随机树特殊环境中路径重规划算法[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(8):1737-1748.
- [18] 许万, 杨晔, 余磊涛, 等. 一种基于改进 RRT* 的全局路径规划算法[J]. 控制与决策, 2020, 37(4):829-838.
- [19] 张卫波, 肖继亮. 改进 RRT 算法在复杂环境下智能车路径规划中的应用[J]. 中国公路学报, 2021, 34(3):225-234.
- [20] 李秀智, 赫亚磊, 孙炎珺, 等. 基于复合式协同策略的移动机器人自主探索[J]. 机器人, 2021, 43(1):44-53.
- [21] 陈秋莲, 郑以君, 蒋环宇, 等. 基于神经网络改进粒子群算法的动态路径规划[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2021, 49(2):51-55.

(编辑:徐楠楠)