

非对称结冰情形下飞机横航向系统 稳定性分析方法研究

郭林亮¹, 王国智², 裴彬彬², 祝明红¹, 代胜吉³

(1. 中国空气动力研究发展中心低速空气动力研究所, 四川绵阳, 621000; 2. 空军工程大学航空工程学院, 西安, 710038;
3. 32035 部队, 西安, 710000)

摘要 以单侧机翼除冰系统故障诱发机翼非对称结冰为背景, 评价机翼非对称结冰对飞机横航向系统稳定性影响。首先构建非对称结冰情形的飞行横航向运动学模型, 考虑添加舵机模型和飞机横航向增稳控制律; 其次运用蒙特卡洛算法, 以偏航角速度 r 、滚转角速度 p 以及侧滑角 β 划分系统状态计算点集, 通过复杂动力学仿真获得稳定状态点集, 运用连续推进算法, 计算稳定状态点附近的稳定域边界, 从而构建多参数耦合的横航向系统稳定域; 最后对比分析了无冰和机翼非对称重度结冰两种情形下的稳定域。研究结果表明: 机翼非对称结冰情形会导致飞机横航向系统稳定域偏离并萎缩, 机翼非对称重度结冰情形下的稳定域萎缩 78.65%, 因此当机翼出现非对称结冰导致飞机偏离预定轨迹时, 飞行员应避免粗暴操纵舵面, 否则飞机容易跃出稳定域边界, 诱发飞行事故。

关键词 非对称结冰; 横航向系统; 系统稳定性; 稳定域

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2020.05.004

中图分类号 V211 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2020)05-0023-06

A Stability Analysis Method for Aircraft's Lateral-Directional System under Condition of Asymmetric Ice Formation on Wings

GUO Linliang¹, WANG Guozhi², PEI Binbin², ZHU Minghong², DAI Shengji³

(1. Low Speed of Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, Sichuan, China; 2. Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 3. Unit of 32035, Xi'an 710000, China)

Abstract Taking asymmetric ice formation on wings caused to happen by troubles in single wing in deicing system as background, the stability in the aircraft's lateral-directional system is studied. Firstly, a complex lateral-directional model composed of dynamics model, actuator model, asymmetrically icing model, and the control law of stability augmentation is constructed. Secondly, by using the Monte Carlo algorithm, the calculation nodes are divided by sideslip angle β , roll velocity p , yaw velocity r . The stability points of each calculation node are obtained by dynamic simulation, and the stability regions near the stability points are obtained by the continuous-advancing algorithm proposed in this paper. and, the multi-parameter coupled stability domain of aircraft's lateral-directional system is constructed. Finally, the differences between

收稿日期: 2020-05-28

作者简介: 郭林亮(1982—), 男, 湖北武穴人, 高级工程师, 主要从事实验空气动力学、飞行动力学与控制研究。E-mail: guolinliang@163.com

通信作者: 裴彬彬(1990—), 男, 安徽蚌埠人, 讲师, 主要从事飞行器总体与性能评估研究。E-mail: bin1940@163.com

引用格式: 郭林亮, 王国智, 裴彬彬, 等. 非对称结冰情形下飞机横航向系统稳定性分析方法研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2020, 21(5): 23-28. GUO Linliang, WANG Guozhi, PEI Binbin, et al. A Stability Analysis Method for Aircraft's Lateral-Directional System under Condition of Asymmetric Ice Formation on Wings [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2020, 21(5): 23-28.

stability regions in the case of no-ice and asymmetrical severe ice are analyzed. The results show that the asymmetric ice on wing may cause the deviation and contraction of the stability region in aircraft's lateral-directional system, and the stability region contracts by under condition of asymmetric severe ice formation. Therefore, the aircraft deviates from predetermined trajectory under condition of asymmetric ice formation on wing, pilot must avoid rough operation surface, or aircraft will easily cross the stability region to induce flight accidents.

Key words asymmetrically icing; lateral-directional system; system stability; stability region

飞机结冰会破坏飞机外部流场,导致飞机的空气动力学特性恶化,破坏飞机的稳定性和操纵性,驾驶员如果缺乏对结冰风险态势的准确感知,操纵失效会诱发飞行事故。为了实现飞机结冰情形下的安全飞行,各国学者针对结冰后飞机气动特性、结冰致灾物理链路、容冰安全飞行以及结冰情形下的风险评估等问题展开了大量的研究。NASA借助于风洞试验和空气动力学仿真计算等手段,分析研究了飞机结冰部位(机翼、机身、平尾等)、冰型(明冰、霜冰、混合冰)以及结冰程度(轻度、中度、重度)等因素对飞机动力学特性的影响^[1-3]。文献[4]提出飞机结冰多重安全边界的概念,梳理了飞机结冰致灾物理链路的关键因素,分析了结冰对飞机飞行品质及操纵特性的影响。文献[5~8]基于非线性的结冰情形下复杂系统模型,应用微分动力学稳定域理论,分析结冰对飞机的动力学安全边界的影响。文献[9]构建了结冰情形下人-机-环实时仿真系统,致力于为结冰情形下的飞行事故重现和飞行控制律验证提供平台支撑。文献[10~12]基于控制律重构方法,设计了飞行安全边界保护系统,实现容冰飞行。文献[13]提出安全窗概念,通过复杂动力学仿真的方法获得结冰情形下安全操纵指引,提升结冰情形下的飞行员情境感知意识,辅助飞行员制定安全操纵策略。文献[14]结合可达集和极值理论,评估飞机着陆阶段的风险概率。文献[15~16]基于 Copula 理论,描述风险极值参数的相关性,评估带冰飞行的事故风险概率。

上述研究主要是针对对称结冰情形下飞机纵向通道的安全保障问题。但是飞行过程中如果出现除冰系统部分失效导致的非对称结冰问题,不仅会使得飞机升力减小,阻力增大,而且会诱导产生附加的滚转力矩和偏航力矩,影响飞机横航向系统稳定性,严重时导致飞机进入失控的危险状态。因此,本文搭建了非对称结冰情形下的飞机横航向系统模型,运用蒙特卡洛算法划分计算状态点集,通过动力学仿真计算的方式确定系统的稳定状态点集。根据 Lyapunov 稳定性理论,系统中各稳定状态点的敛散性是相互独立的,通过并行计算的方式,运用连续推进算法,计算稳定状态点附近的稳定域边界,从而构建多参数耦合的系统稳定域。该稳定域可为非对称

结冰情形下驾驶员风险态势感知能力提升以及安全操纵提供理论参考。

1 非对称结冰情形下飞机横航向系统模型

非对称结冰情形下的飞机横航向系统模型如图 1 所示。模型主要由 4 部分组成:

- 1) 横航向运动学模型。假设飞机在水平面运动,航迹倾斜角满足条件: $\gamma = 0, \dot{\gamma} = 0$;
- 2) 舵机模型。模拟舵机在控制指令作用下,输出的实际偏转量;
- 3) 横航向增稳控制律。保证飞机横航向姿态稳定与控制,实现期望的动态响应;
- 4) 非对称结冰影响模型。模拟结冰对飞机气动力的影响。

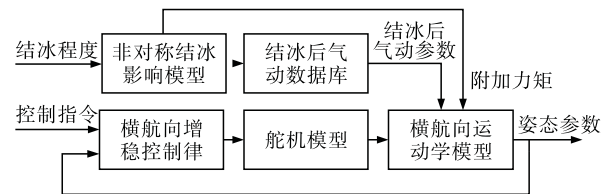


图 1 非对称结冰情形下飞机横航向系统模型

1.1 飞机横航向运动学模型

根据飞机横航向运动学方程组^[17],飞机横航向运动状态方程如式(1)所示:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\beta}/V_* & 0 & Y_r/V_* & -1 & g \cos \alpha / V \\ L_{\beta} & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_{\beta} & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r}/V \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: α 为迎角; β 为侧滑角; p 为滚转角速度; r 为偏航角速度; φ 为滚转角; δ_a 为副翼偏角; δ_r 为方向舵偏角; V 为空速; $Y_i, L_i, N_i, Y_{\delta_i}, L_{\delta_i}, N_{\delta_i}$ 均为横航向运动大导数,如表 1 所示。

表 1 横侧向运动大导数

| 参数 | 公式 |
|----------------|---|
| L_{β} | $QSbL_{\beta} (C_{l\beta}, C_{n\beta})$ |
| L_{δ_a} | $QSbL_{\delta_a} (C_{l\delta_a}, C_{n\delta_a})$ |
| L_{δ_r} | $QSbL_{\delta_r} (C_{l\delta_r}, C_{n\delta_r})$ |
| N_{β} | $QSbN_{\beta} (C_{l\beta}, C_{n\beta})$ |
| N_{δ_a} | $QSbN_{\delta_a} (C_{l\delta_a}, C_{n\delta_a})$ |
| N_{δ_r} | $QSbN_{\delta_r} (C_{l\delta_r}, C_{n\delta_r})$ |
| L_p | $QSb^2 L_p (C_{lp}, C_{np}) / 2V$ |
| L_r | $QSb^2 L_r (C_{lr}, C_{nr}) / 2V$ |
| N_p | $QSb^2 N_p (C_{lp}, C_{np}) / 2V$ |
| N_r | $QSb^2 N_r (C_{lr}, C_{nr}) / 2V$ |
| Y_{δ_r} | $\frac{QS}{mV} Y_{\delta_r} (\partial C_Y / \partial \delta_r)$ |

1.2 舵机模型

图 2 为舵机模型。

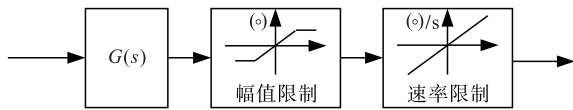


图 2 舵机模型

横航向姿态控制主要是通过作动器控制副翼和方向舵实现,其动力学模型如式(2)所示:

$$G(s) = \frac{1}{Ts + 1} \quad (2)$$

式中: T 为作动器时间常数。副翼的作动器响应时间常数设定为 $T_a = 40$ s,方向舵的作动器响应时间常数设定为 $T_r = 35$ s。

副翼和方向舵的作动器工作幅度和工作速率受到实际因素的限制,根据经验给定副翼和方向舵作动器的工作幅值及速率限制参数,如表 2 所示。

表 2 舵机参数

| 舵面 | 幅值限制/(°) | 速率限制/[(°) · s ⁻¹] |
|-----|----------|--------------------------------|
| 副翼 | -25~25 | 90 |
| 方向舵 | -30~30 | 70 |

1.3 非对称结冰影响模型

通过结冰影响因子^[18]表征冰型对飞机气动力导数以及操纵导数的影响,如式(3)所示:

$$C_{A(ice)} = C_A + \eta k_{i,ice} C_A \quad (3)$$

式中: $C_{A(ice)}$ 为结冰后气动导数; C_A 为干净外形的气动导数; $\eta \in [0, 3]$ 为结冰影响因子,表征结冰严重程度, $\eta = 0$ 表征无结冰, $\eta = 1$ 表征轻度结冰, $\eta = 2$ 表征中度结冰, $\eta = 3$ 表征重度结冰; $k_{i,ice}$ 为敏感系数,如表 3 所示,表征气动参数对结冰的敏感特性,其值与结冰程度以及冰型无关,与机翼相对厚度、展弦比、后掠角等相关,可通过结冰风洞试验或试飞试验获得。

表 3 飞机气动参数的结冰敏感系数

| 气动参数 | k_{ice} | 气动参数 | k_{ice} |
|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
| C_L | -0.1 | C_{np} | 0 |
| C_D | -0.1 | C_{nr} | -0.061 |
| $C_{Y\delta_r}$ | -0.07 | $C_{l\delta_a}$ | -0.1 |
| $C_{l\beta}$ | -0.1 | $C_{l\delta_r}$ | -0.08 |
| $C_{n\beta}$ | -0.15 | $C_{n\delta_a}$ | -0.083 |
| C_{lp} | -0.1 | $C_{n\delta_r}$ | 0 |
| C_{lr} | -0.1 | | |

本文研究的非对称结冰情形为:右侧机翼除冰系统故障,机翼左右两侧冰型出现非对称特征。受机翼左右两侧冰型的影响,飞机机翼两侧的流场出现较大差异,两侧机翼的升力及阻力会出现较大的差值,从而产生附加的滚转力矩和偏航力矩,如式(4)所示。

$$\begin{cases} \Delta L_{ice} = \frac{1}{2} QS_w d_{mgc} (C_L - C_{L_{ice}}) \\ \Delta N_{ice} = \frac{1}{2} QS_w d_{mgc} (C_{D_{ice}} - C_D) \end{cases} \quad (4)$$

式中: d_{mgc} 为机翼平均气动力弦线到机身中心线的距离。

根据式(4)计算,附加的滚转力矩系数 $\Delta C_{l_{ice}}$ 和偏航力矩系数 $\Delta C_{n_{ice}}$ 如式(5)所示:

$$\begin{cases} \Delta C_{l_{ice}} = \Delta L_{ice} / QSb \\ \Delta C_{n_{ice}} = \Delta N_{ice} / QSb \end{cases} \quad (5)$$

则非对称结冰情形下的滚转合力矩系数和航向合力矩系数如式(6)所示:

$$\begin{cases} C_l = C_l(\beta, \delta_a, \delta_r, p, r) + \Delta C_{l_{ice}} \\ C_n = C_n(\beta, \delta_a, \delta_r, p, r) + \Delta C_{n_{ice}} \end{cases} \quad (6)$$

将附加滚转力矩和偏航力矩以及结冰情形下的气动参数带入飞机横航向运动学模型,即可进行非对称结冰情形下的飞行仿真。

1.4 横航向增稳控制律

为了提升飞机横航向系统的稳定性,同时保证飞机在横航向通道内具有良好的动态响应特性,现代飞机普遍针对飞机横航向通道构建了增稳控制系统,如图 3 所示。本文中,横向通道采用滚转角变化率 $\dot{\varphi}_{cmd}$ 作为控制指令,航向通道采用侧滑角 β_{cmd} 作为控制指令, $k_1 \sim k_7$ 为控制律参数。

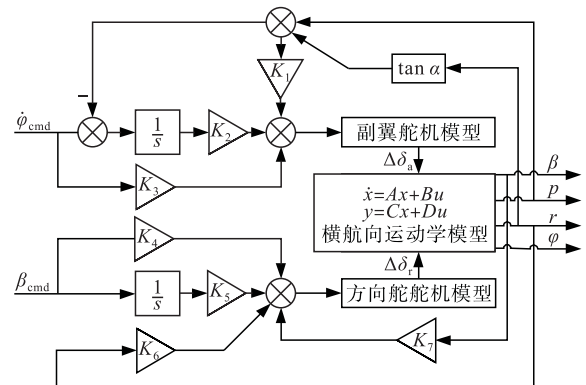


图 3 横航向增稳控制系统

2 系统稳定性分析方法

根据系统理论,稳定性表征研究对象受扰偏离后自主恢复初始平衡状态的能力。系统稳定性分析方法以 Lyapunov 稳定性理论为基础,相继出现了平方和法、分叉分析法^[19-20]、相平面法^[21]、流形法^[22]、正规形法^[23]以及可达集法^[24]等,这些研究方法更加关注局部的稳定性分析,缺乏对系统参数耦合条件下的系统整体稳定性分析及描述。本文运用蒙特卡洛算法划分计算状态点集,并通过动力学仿真计算的方式确定系统的稳定状态点集,从状态点敛散性判断的角度出发,运用连续推进算法,计算稳定状态点附近的稳定域边界,从而构建多参数耦合的系统稳定域。

2.1 稳定性基本理论

自治系统如式(7)所示:

$$\dot{x} = f(x) \quad (7)$$

式中: x 为 n 维状态向量; $f(x)$ 为 n 维的状态方程。

若系统存在状态点 x_e ,满足 $\dot{x}_e = f(x_e) = 0$ 的条件,则 x_e 为系统平衡状态点。根据 Lyapunov 稳定性理论可知, $\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon) > 0$,使得从满足 x_e 邻域 $\Omega = \{x_0 | x_0 - x_e | \leq \delta(\epsilon)\}$ 上任意一点出发的受扰运动都满足式(8),即自治系统在外界扰动下的过渡过程是收敛的,系统具有动稳定性。

$$\|x - x_e\| \leq \epsilon \quad (8)$$

2.2 基于连续推进算法的稳定域构建

基于连续推进算法的稳定域构建流程如图4所示。

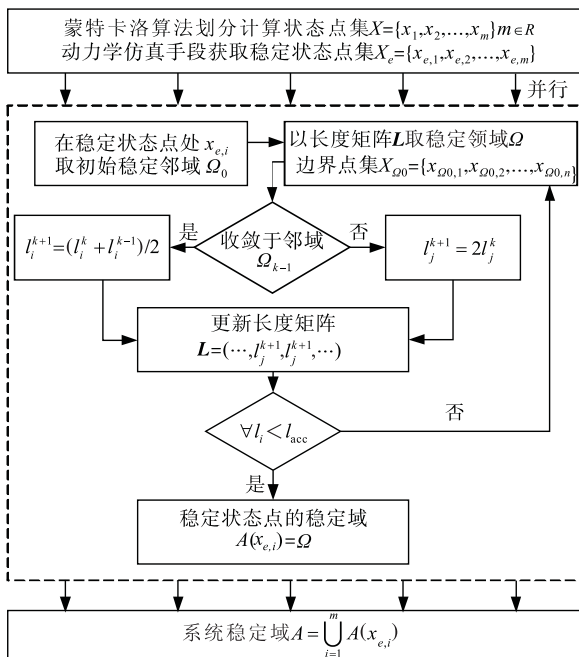


图4 连续推进算法流程

算法流程如下:

1)用蒙特卡洛算法划分计算状态点集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}, m \in R$,通过动力学仿真手段获取稳定状态点集 $X_e = \{x_{e,1}, x_{e,2}, \dots, x_{e,m}\}$;

2)在稳定状态点 $x_{e,i}, i \in [1, m]$ 处,以长度矩阵 $L(l_1^0, l_2^0, \dots, l_n^0)$ 取初始稳定邻域 Ω_0 ,满足条件:邻域 Ω_0 边界上的点集 $X_{\Omega_0} = \{x_{\Omega_0,1}, x_{\Omega_0,2}, \dots, x_{\Omega_0,n}\}$ 都收敛于稳定平衡点 $x_{e,i}$;

3)以长度矩阵 $L(l_1^k, l_2^k, \dots, l_n^k)$ 取邻域 $\Omega_k, k \in [1, +\infty)$,判别邻域 Ω_k 边界上的点集 $X_{\Omega_k} = \{x_{\Omega_k,1}, x_{\Omega_k,2}, \dots, x_{\Omega_k,n}\}$ 是否收敛于邻域 Ω_{k-1} ;

4)根据边界点的敛散性,更新长度矩阵。假设边界点 $x_{\Omega_k,i}$ 收敛于稳定平衡点 $x_{e,i}$,边界点 $x_{\Omega_k,j}$ 背离稳定平衡点 $x_{e,i}$,则长度矩阵变换为 $L(\dots, l_i^{k+1}, l_j^{k+1}, \dots)$,其中 $l_i^{k+1} = (l_i^k + l_i^{k-1})/2, l_j^{k+1} = 2l_j^k$,以 $x_{e,i}$ 为中心取邻域 Ω_{k+1} ,判别邻域 Ω_{k+1} 边界上的点集 $X_{\Omega_{k+1}} = \{x_{\Omega_{k+1},1}, x_{\Omega_{k+1},2}, \dots, x_{\Omega_{k+1},n}\}$ 是否收敛于邻域 Ω_k ;

5)重复步骤3)和步骤4)至 $\forall l_i < l_{acc}$ 时,计算停止,稳定平衡点 $x_{e,i} (i \in [1, m])$ 处的稳定域 $A(x_{e,i}) = \Omega_{k+1}$;

6)采用并行仿真计算的方式,对稳定状态点集 $X_e = \{x_{e,1}, x_{e,2}, \dots, x_{e,m}\}$ 中状态点的稳定域 $A(x_{e,i})$ 进行同时计算,最终获得系统稳定域 $A = \bigcup_{i=1}^m A(x_{e,i})$ 。

精度 $l_{acc} = 0.01$ 条件下,算法效能对比如表4所示,与传统的计算方法相比较,本文提出的连续推进算法,在稳定域求解方面具有精度可调、计算效率高的突出优点,原因如下:

1)计算终止条件收敛于稳定平衡点变化为收敛与稳定邻域,避免了不必要的耗时;

2)通过长度矩阵 $L(l_1^k, l_2^k, \dots, l_n^k)$ 实现了计算精度的动态可调;

3)采用并行计算方法实现计算效能的提升。

表4 算法效能对比

| 算法 | 计算精度 | 计算耗时 |
|--------|------|-------------|
| 传统算法 | 0.2 | 6 h 16 min |
| 并行算法 | 0.2 | 3 h 35 min |
| 连续推进算法 | 0.02 | 29 min 43 s |

3 案例仿真及分析

本文用于案例仿真分析的背景飞机基本参数如表5所示。控制律参数取值如表6所示。

表 5 背景飞机的基本参数

| 基本参数 | 数值 | |
|--------------------------|----------|-------|
| 质量 m /kg | 3 700 | |
| 机翼面积 S /m ² | 121 | |
| 平均气动弦长 b /m | 9.7 | |
| 转动惯量及惯 | I_x | 485 |
| 性积/(kg·m ²) | I_z | 2 169 |
| | I_{xz} | -52 |

表 6 控制律参数

| 参数 | 取值 | 参数 | 取值 |
|-------|--------|-------|---------|
| k_1 | 2.136 | k_5 | 0.951 8 |
| k_2 | -0.892 | k_6 | -2.875 |
| k_3 | -1.521 | k_7 | 2.512 |
| k_4 | 3.534 | | |

仿真案例场景设定为:飞行高度 $H=3\ 000\text{ m}$, 飞行马赫数 $Ma=0.4$, 右侧机翼除冰系统故障导致飞机右侧机翼重度结冰, 结冰因子 $\eta=3$ 。

稳定域计算范围如式(9)所示:

$$\begin{cases} (r, p, \beta) \mid r \in [-0.4, 0.4], \\ \{p \in [-0.6, 0.6], \beta \in [-0.6, 0.6]\} \end{cases} \quad (9)$$

基于蒙特卡洛算法,以偏航角速度 $r \in [-0.4 : 0.01 : 0.4]$ 、滚转角速度 $p \in [-0.6 : 0.01 : 0.6]$ 、以及侧滑角 $\beta \in [-0.6 : 0.01 : 0.6]$ 将稳定域计算范围划分成 $80 \times 120 \times 120$ 个计算状态点。通过复杂动力学仿真获取无冰情形下的稳定状态点集见图 5, 非对称重度结冰情形下的稳定状态点集见图 6。

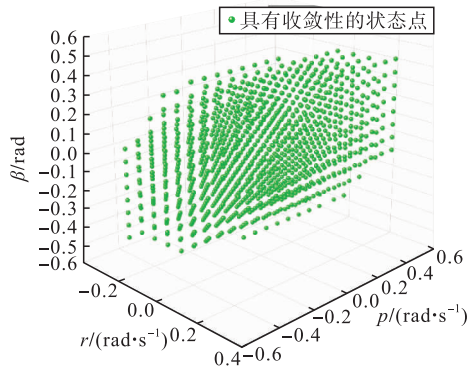


图 5 无冰情形下的的稳定状态点集

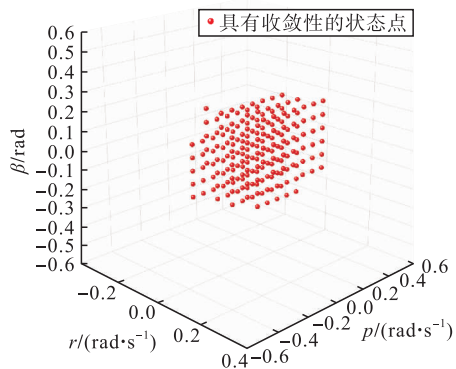


图 6 非对称重度结冰情形下的稳定状态点集

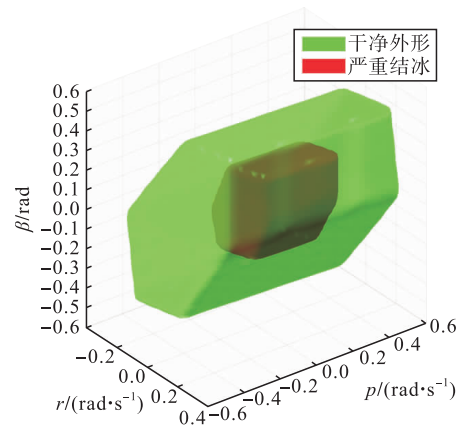


图 7 机翼非对称结冰与无冰情形的稳定包络对比

基于连续推进算法获得了机翼非对称重度结冰与无冰情形的系统稳定域包络,见图 7。对比分析机翼非对称重度结冰前后的系统稳定域可知:机翼非对称结冰情形会导致飞机横航向系统稳定域偏离并萎缩,机翼非对称重度结冰情形下的稳定域萎缩 78.65%, 稳定域中心点由(0,0,0)偏移至(0.005 1, 0.054 5, -0.003 1)。

截取 $r = -0.1\text{ rad/s}$, $r = 0\text{ rad/s}$, $r = 0.1\text{ rad/s}$ 的稳定域,获得填充的稳定域包线,如图 8~10 所示,红色填充面表征机翼非对称结冰情形下的飞机横航向系统稳定域,绿色填充面表征干净构型的飞机横航向系统稳定域。据图分析对比可知:机翼非对称结冰不仅导致系统稳定域大幅缩减,同时导致横航向系统稳定域参数耦合关系加强。填充的稳定域面积对比见表 7。

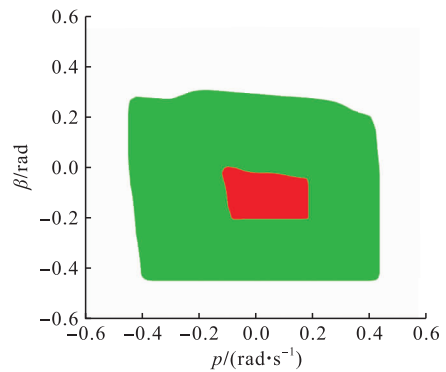


图 8 $r = -0.1\text{ rad/s}$ 稳定包线

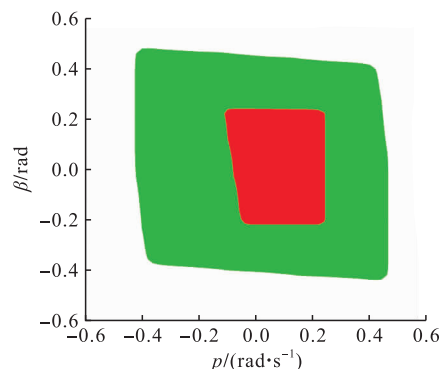


图 9 $r = 0\text{ rad/s}$ 稳定包线

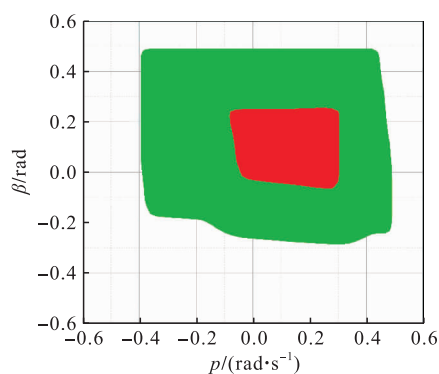
图10 $r=0.1$ rad/s 稳定包线

表7 稳定域面积

| 偏航角速度 $r/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ | -0.1 | 0 | 0.1 |
|---|---------|---------|---------|
| 面积/非对称重度结冰 | 0.051 6 | 0.147 2 | 0.109 2 |
| ($\text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) 无冰情形 | 0.575 6 | 0.638 6 | 0.586 7 |

4 结语

本文搭建了飞机非对称结冰情形下的横航向系统模型,基于 Lyapunov 稳定性理论,采用连续推进算法,获得多参数耦合的横航向系统稳定域,可以直观地反映机翼非对称结冰对飞机横航向系统稳定性的影响。仿真分析结果表明:机翼非对称结冰导致了横航向系统稳定域明显缩减,稳定域参数的耦合特征增强,警示非对称结冰情形下飞行员干预操纵时,避免粗暴操纵飞机舵面,防止飞机状态跃出稳定域边界进入失控的事故状态。

参考文献

- [1] BRAGG M B, BROEREN A P, ADDY H E, et al. Airfoil Ice-Accretion Aerodynamics Simulation [J]. AIAA Journal, 2007;2:967-988.
- [2] BROEREN A P. Aerodynamic Simulation of Runback Ice Accretion[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(3): 924-934.
- [3] BUSCH G, BDAGG M. Experimental Study of Full-Scale Iced-Airfoil Aerodynamic performance using Sub-Scale Simulations[J]. The 1st AIAA Atmospheric and Space Environments Conference. San Antonio, Texas: AIAA. 2009:4264.
- [4] 桂业伟,周志宏,李颖晖,等. 关于飞机结冰的多重安全边界问题[J]. 航空学报, 2017, 38(2): 6-17.
- [5] 禹志龙,李颖晖,郑无计,等. 复杂结冰环境下飞机鲁棒飞行安全包线分析[J]. 航空学报, 2020, 41(1): 110-118.
- [6] 郑无计,李颖晖,周驰,等. 基于动力学边界的结冰飞机安全预警方法[J]. 航空学报, 2019, 40(4): 22-47.
- [7] 周驰,李颖晖,郑无计,等. 结冰飞机非线性稳定域确定及安全操纵方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(4): 705-713.
- [8] 周驰,李颖晖,郑无计,等. 结冰飞机着陆阶段飞行安全包线确定及操纵应对策略[J]. 航空学报, 2018, 39(12): 56-65.
- [9] 李哲,徐浩军,薛源,等. 结冰条件下人机环复杂系统分布式仿真方法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(5): 1167-1174.
- [10] 王良禹,徐浩军,李颖晖,等. 结冰条件下的飞行控制律重构设计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(3): 606-613.
- [11] 王小龙,徐浩军,薛源,等. 俯仰姿态保持模式下飞机结冰边界保护方法[J]. 航空动力学报, 2016, 22(9): 2087-2894.
- [12] 魏扬,徐浩军,薛源,等. 基于神经网络自适应动态逆的结冰飞机飞行安全边界保护方法[J]. 航空学报, 2019, 40(5): 12-25.
- [13] 裴彬彬,徐浩军,薛源,等. 基于复杂动力学仿真的结冰情形下飞行安全窗构建方法[J]. 航空学报, 2017, 38(2): 37-50.
- [14] 武朋玮,李颖晖,郑无计,等. 基于可达集方法的结冰飞机着陆阶段安全风险评估[J]. 航空学报, 2018, 39(12): 47-55.
- [15] 王健名,徐浩军,薛源,等. 基于极值理论的平尾结冰飞行风险评估[J]. 航空学报, 2016, 37(10): 3011-3022.
- [16] 薛源,徐浩军,胡孟权. 结冰条件下人-机-环系统的飞行风险概率[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3328-3339.
- [17] 刘世前,顾诵芬. 现代飞机飞行动力学与控制[M]. 上海:上海交通大学出版社, 2014.
- [18] BRAGG M, BASAR T, PERKINS W, et al. Smart Icing Systems for Aircraft Icing Safety [C]//40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. [S. l.]: AIAA, 2002.
- [19] JAMES, RANKIN, ETIENNE et al. Bifurcation and Stability Analysis of Aircraft Turning on the Ground [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 499-507.
- [20] 黎康,方振平. 分叉分析方法在大迎角控制律设计中的应用[J]. 航空学报, 2003, 24(4): 289-292.
- [21] GOMAN M G, ZAGAINOV G I. Application of Bifurcation Methods to Nonlinear Flight Dynamics Problems[J]. Progress in Aerospace Sciences, 1997, 33(9-10): 539-586.
- [22] CHIANG H D, HIRSCH M W, WU F F. Stability Region of Nonlinear Autonomous Dynamical Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(1): 16-27.
- [23] 郑无计,李颖晖,屈亮,等. 基于正规形法的结冰飞机着陆阶段非线性稳定域[J]. 航空学报, 2017, 38(2): 100-110.
- [24] MITCHELL I M. A Toolbox of Level Set Methods Version 1.0[J]. Journal of Molecular Graphics Modeling, 2004, 25(4): 442-454.

(编辑:张建业,徐楠楠)