

# 基于噪声顺序解相关的两阶段 Kalman 滤波融合

张建朝<sup>1</sup>, 葛泉波<sup>2</sup>, 李 宏<sup>3</sup>, 何红丽<sup>3</sup>

(1. 杭州电子科技大学自动化学院, 杭州, 310018; 2. 同济大学电子与信息工程学院, 上海, 201804;  
3. 中国飞行试验研究院, 西安, 710089)

**摘要** 针对传统两阶段 Kalman 滤波只能处理单一或部分复杂噪声情形,在充分考虑多雷达跟踪系统的误差噪声有色建模和四类噪声相关性建模基础上,建立一种基于噪声顺序解相关的两阶段 Kalman 滤波融合算法。首先给出能有效避免噪声相关性耦合化的噪声解相关顺序,进而应用等价变换技术来获得有色噪声、过程噪声和测量噪声三者间不相关的目标跟踪融合模型,最后应用平方根分解和单位下三角阵求逆技术来实现多雷达量测噪声相关系统的集中式 Kalman 滤波融合,并通过 4 个仿真实验验证了该算法对复杂噪声情形的有效性和高精度。

**关键词** 两阶段 Kalman 滤波;多雷达跟踪;有色噪声;噪声顺序解相关;集中式 Kalman 滤波融合

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2020.01.012

**中图分类号** TN953 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2020)01-0071-09

## Two-Stage Kalman Filter Fusion Based on Sequential Decorrelation of Noise

ZHANG Jianchao<sup>1</sup>, GE Quanbo<sup>2</sup>, LI Hong<sup>3</sup>, HE Hongli<sup>3</sup>

(1. School of Automation, Hangzhou Electronic University, Hangzhou 310018, China; 2. School of Electronics and Information, Tongji University, Shanghai 201804, China;  
3. Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China)

**Abstract** Aimed at the problem that the traditional two-stage Kalman filtering can only deal with single or part of complex noises, a two-stage Kalman filtering fusion algorithm based on sequential de-correlation of noise is proposed in full consideration of the modeling of colored noise and four kinds of noise correlation in multi-radar tracking system. First, this paper is to give the order of noise de-correlation which can effectively avoid the coupling of noise correlation, and then to obtain a target tracking fusion model uncorrelated among the colored noise, the process noise and the measurement noise by using the equivalent transformation technology. Finally, the centralized Kalman filtering fusion of multi-radar measurement noise correlation system is realized by using the square root decomposition and the unit lower triangular matrix inversion technology.

**Key words** two-stage Kalman filter; multi-radar tracking; colored noise; sequential de-correlation of noise; centralized Kalman filtering fusion

**收稿日期:** 2019-09-04

**基金项目:** 国家自然科学基金(61773147);浙江省自然科学基金(LR17F030005)

**作者简介:** 张建朝(1995—),男,山东济南人,硕士生,主要从事图像识别、目标跟踪研究。E-mail:842962805@qq.com

**通信作者:** 葛泉波(1980—),男,浙江东阳人,教授,主要从事 Kalman 滤波、信息融合基础理论与方法等研究。E-mail:QuanboGe@163.com

**引用格式:** 张建朝,葛泉波,李 宏,等.基于噪声顺序解相关的两阶段 Kalman 滤波融合[J].空军工程大学学报(自然科学版),2020,21(1):71-79. ZHANG Jianchao, GE Quanbo, LI Hong, et al. Two-Stage Kalman Filter Fusion Based on Sequential Decorrelation of Noise[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2020, 21(1): 71-79.

雷达系统在进行目标跟踪时常受到电磁环境、地形地貌和部件老化等各种复杂因素的影响,从而导致跟踪模型中的不确定噪声内涵趋于混合复杂性<sup>[1-2]</sup>。除了外界因素外,雷达跟踪系统常会出现偏差,会对跟踪估计融合效果产生不利影响,因此必须在建模过程中考虑该误差影响,实现带有系统误差估计的高性能目标跟踪<sup>[3-8]</sup>。

在无法对系统误差精准建模的客观事实下,带有随机噪声的统计建模成为必然的选择,从而对目标状态估计器设计提出新的挑战。为了避免状态扩维模式下 Kalman 滤波器运行过程可能存在的计算病态问题,两阶段滤波方法已经被提出用来获得更好的计算性能,该方法已经受到了众多研究者的关注,并在线性系统、非线性系统和多传感器系统中得到诸多应用研究<sup>[9-16]</sup>。

在面对复杂实际工程应用时,两阶段 Kalman 滤波融合方法需要具有应对有色噪声和各种复杂噪声相关性的能力。文献[17]利用历元噪声的相关性特性,构建多步相关的噪声协方差矩阵,通过线性变换得到改进的状态协方差公式和增益矩阵来解决有色噪声问题。文献[18]应用待定系数矩阵的噪声解相关技术并推广到一类噪声相关多传感器系统的两阶段 Kalman 滤波融合算法设计中。同时,文献[19]进一步讨论有色噪声的滤波估计算法设计问题。上述工作并不具备应对更复杂噪声相关多雷达网的系统误差和状态联合估计融合的能力<sup>[20-24]</sup>,因此有必要进一步深入研究复杂噪声建模下的两阶段 Kalman 滤波融合算法的设计问题<sup>[25-32]</sup>。

针对上述问题,本文在现有噪声相关和有色噪声建模的两阶段 Kalman 滤波设计研究基础上,进一步考虑更复杂的噪声建模情形,即系统误差(偏差)不确定性的有色噪声建模(有色噪声)、过程噪声与测量噪声之间的4种相关性相比现有研究中涉及的噪声建模情形,本文中考虑的有色噪声和4种噪声相关性,基本上覆盖了实际工程中雷达系统误差估计融合模型中所能遇到的主要情况。随着噪声建模复杂度的增加,对两阶段 Kalman 滤波融合方法设计的难度和挑战影响也随之增加,尤其是如何在两阶段滤波器设计中有序地解决有色噪声和多种噪声相关性解相关过程的耦合问题是建立相应两阶段 Kalman 滤波融合方法的关键。

本文以上述复杂噪声建模多雷达目标跟踪系统

为对象,建立一种基于噪声顺序解相关的新型两阶段 Kalman 滤波融合算法。

## 1 问题描述

### 1.1 系统描述

考虑一种带有系统偏差的多传感器系统<sup>[18]</sup>:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{b}_k + \mathbf{w}_k^x \quad (1)$$

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_k + \boldsymbol{\zeta}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{C}_i\mathbf{x}_k + \mathbf{D}_i\mathbf{b}_k + \mathbf{v}_{i,k} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{C}_i$ 为状态观测矩阵; $\mathbf{x}_{k+1} \in R^n$ 是被跟踪系统的状态; $\mathbf{b}_{k+1} \in R^p$ 为随机偏差向量; $\mathbf{y}_{i,k}$ 表示第*i*个测量向量,偏差(系统误差)噪声 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 为有色噪声; $\mathbf{w}_k^x$ 和 $\mathbf{v}_{i,k}$ 分别是零均值高斯的系统过程白噪声和量测白噪声。

### 1.2 过程和测量噪声统计特性描述

$$E[\mathbf{w}_k^x (\mathbf{w}_j^x)^T] = \mathbf{Q}\delta_{kj} \quad (4)$$

$$E[\mathbf{v}_{i,k} (\mathbf{v}_{i,j})^T] = \mathbf{R}_i\delta_{kj} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{Q} > 0, \mathbf{R}_i > 0, \delta_{kj}$ 为 Kronecker- $\delta$  函数。

### 1.3 系统偏差的有色噪声描述

在实际雷达目标跟踪系统中,常常会出现偏差噪声有色的情况。只有在噪声相关性比较弱时,才可以近似地表示为白噪声,当噪声的相关性不可忽略时,就要考虑有色噪声建模,即:

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_k + \boldsymbol{\zeta}_k \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{k+1} = \mathbf{H}\boldsymbol{\zeta}_k + \mathbf{w}_k^b \quad (7)$$

式中: $\mathbf{w}_k^b$ 为零均值白噪声序列,且有:

$$E[\mathbf{w}_k^b (\mathbf{w}_k^b)^T] = \mathbf{W}^b\delta_{kj} \quad (8)$$

### 1.4 噪声相关性问题的

在雷达目标跟踪系统中可能存在复杂的噪声相关情形,即过程噪声与有色噪声的相关性(相关性 I)、测量噪声与有色噪声的相关性(相关性 II)、过程噪声与测量噪声相关性(相关性 III)以及测量噪声之间的相关性(相关性 IV)。

1)相关性 I:过程噪声与有色噪声相关性

$$E[\mathbf{w}_k^x (\mathbf{w}_j^b)^T] = \mathbf{M}\delta_{kj} \quad (9)$$

2)相关性 II:测量噪声与有色噪声相关性

$$E[\mathbf{v}_{i,k} (\mathbf{w}_j^b)^T] = \hat{\mathbf{N}}_i\delta_{kj} \quad (10)$$

3)相关性 III:过程噪声与测量噪声相关性

$$E[\mathbf{w}_k^x (\mathbf{v}_{i,j})^T] = \mathbf{W}_i^{xy}\delta_{kj} \quad (11)$$

4)相关性 IV:测量噪声之间的相关性

$$E[\mathbf{v}_{i,k} (\mathbf{v}_{c,k})^T] = \hat{\mathbf{R}}_{ic}\delta_k \quad (12)$$

### 1.5 关键性问题

由于噪声建模的复杂性增加,必然导致两阶段 Kalman 滤波融合算法的设计复杂性和难度增加。针对本文考虑的复杂噪声建模多雷达目标跟踪系统,重点要解决如下 4 个关键性问题:

- 1) 有色噪声处理和噪声相关性的处理顺序;
- 2) 相关性(I)~(III)和相关性(IV)的处理顺序;
- 3) 相关性(I)、(II)和(III)的处理顺序;
- 4) 相关性(I)~(IV)的解相关方法。

## 2 复杂噪声建模的两阶段 Kalman 滤波

### 2.1 研究方案

针对 1.5 节中给出的前 3 个需要解决的关键性问题,相应的分析和解决方案如下:

1) 应用状态扩维技术来解决有色噪声白化问题不会对后续噪声相关性产生不利影响,即白化后的噪声解相关不会再产生有色噪声情形。因此,选择先有色噪声白化再处理噪声相关性的思路。

2) 由于(IV)是单一类测量噪声之间的相关性且只在融合过程中才会涉及,而(I)~(III)是不同类型噪声之间的相关性,并且在滤波和融合算法推导过程中都会涉及。因此,本文确定先处理相关性(I)~(III)再解决相关性(IV)的方案。

3) 由于(I)~(III)表示的是不同类型噪声之间的相关性,使得这些相关性之间必然存在内在的耦合性。如果解相关顺序选择不恰当,可能会出现后面噪声解相关工作完成后前面的噪声相关性又出现的现象。因此,如何选择合适的相关性(I)~(III)解相关顺序至关重要。经过深入分析和验证,能有效避免上述耦合性现象发生的噪声解相关顺序为(I)、(II)和(III),即先解决过程和测量噪声与有色噪声的相关性,然后再解决两者之间的相关性。

4) 相关性(I)~(III)的解相关采用状态和测量方程的等价变换技术,相关性(IV)的解相关采用集中式融合下的矩阵对角化技术。

综合上述关键问题的解决方案,基于噪声顺序解相关的两阶段 Kalman 滤波融合流程见图 1。

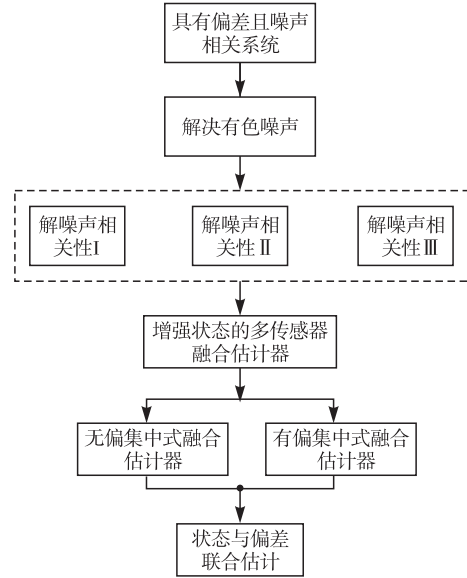


图 1 整体方案框图

### 2.2 有色噪声处理

采用状态增广法来解决偏差噪声白化问题<sup>[17]</sup>,即将偏差作为状态的一部分,则扩维后状态为:

$$\hat{\mathbf{b}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{k+1} \\ \boldsymbol{\zeta}_{k+1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

则增广偏差后系统状态、系统误差和观测方程为:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}'\hat{\mathbf{b}}_k + \mathbf{w}_k^x \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{k+1} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}_k + \mathbf{\Gamma}\mathbf{w}_k^b \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{C}_i\mathbf{x}_k + \mathbf{D}'_i\hat{\mathbf{b}}_k + \mathbf{v}_{i,k} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{B}' = [\mathbf{B} & \mathbf{0}] \\ \mathbf{D}'_i = [\mathbf{D}_i & \mathbf{0}] \\ \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Pi} \end{bmatrix} \\ \mathbf{\Gamma} = [\mathbf{0} & \mathbf{I}]^T \end{cases} \quad (17)$$

### 2.3 相关噪声处理

#### 2.3.1 相关噪声耦合性分析

从方程(9)~(12)可知,有色偏差噪声、过程噪声与量测噪声是的相关性存在内在的耦合性,本节给出一个具体例子来说明该现象的存在性:在解相关过程中,若先进行解相关III,再进行解相关I、II。由于在解决偏差噪声与过程噪声及量测噪声过程中,又将偏差噪声引入,使得过程噪声与量测噪声相关。

通过引入方程等价技术可得<sup>[28]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} = & \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}'\hat{\mathbf{b}}_k + \mathbf{w}_k^x + \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i(\mathbf{y}_{i,k} - \mathbf{C}_i\mathbf{x}_k - \mathbf{D}_i\hat{\mathbf{b}}_k - \mathbf{v}_{i,k}) = \\ & (\mathbf{A} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i\mathbf{C}_i)\mathbf{x}_k + (\mathbf{B}' - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i\mathbf{D}_i)\hat{\mathbf{b}}_k + \\ & (\mathbf{w}_k^x - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i\mathbf{v}_{i,k}) + \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i\mathbf{y}_{i,k} = \\ & \mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^* \hat{\mathbf{b}}_k + (\mathbf{w}_k^x)^* + \mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (18)$$

其中:

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{C}_i \quad (19)$$

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{B}' - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{D}_i \quad (20)$$

$$(\mathbf{w}_k^r)^* = \mathbf{w}_k^r - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i,k} \quad (21)$$

此时完成了相关性 III 的解相关工作,因此有:

$$E[(\mathbf{w}_k^r)^* (\mathbf{v}_{i,j})^T] = E\left[\left(\mathbf{w}_k^r - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i,k}\right) (\mathbf{v}_{i,j})^T\right] =$$

$$E\left\{\mathbf{w}_k^r (\mathbf{v}_{i,j})^T - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i,k} (\mathbf{v}_{i,j})^T\right\} = 0 \quad (22)$$

紧接着开始解相关性 I 和 II, 分别有:

$$\mathbf{x}_{k+1} =$$

$$\mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^* \hat{\mathbf{b}}_k + (\mathbf{w}_k^r)^* + m(\hat{\mathbf{b}}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}_k - \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + m\hat{\mathbf{b}}_{k+1} + (\mathbf{B}^* - m\mathbf{H})\hat{\mathbf{b}}_k + ((\mathbf{w}_k^r)^* - m\Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + m\mathbf{b}_{k+1} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{b}_k + \hat{\mathbf{w}}_k^r \quad (23)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_i \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_{i,k} + n_i (\hat{\mathbf{b}}_{k+1} \mathbf{H} - \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + n_i \hat{\mathbf{b}}_{k+1} + (\mathbf{D}_i - n_i \mathbf{H}) \hat{\mathbf{b}}_k + (\mathbf{v}_{i,k} - n_i \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + n_i \mathbf{b}_{k+1} + \tilde{\mathbf{D}}_i \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_{i,k}^* \quad (24)$$

其中:

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^* - m\mathbf{H} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_k^r = (\mathbf{w}_k^r)^* - m\Gamma \mathbf{w}_k^b \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_i = \mathbf{D}_i - n_i \mathbf{H} \quad (27)$$

$$\mathbf{v}_{i,k}^* = \mathbf{v}_{i,k} - n_i \Gamma \mathbf{w}_k^b \quad (28)$$

从而我们容易获得:

$$E[(\hat{\mathbf{w}}_k^r (\mathbf{v}_{i,k}^*)^T)] \neq 0 \quad (29)$$

式(22)表明,本来经过上述解相关过程相关性 III 已经不存在了(完成了解相关),而式(29)表明后续经过相关性 I 和 II 的解相关后,相关性 III(过程噪声和量测噪声的相关性)又重新出现了,这意味着相关性 III 的解相关工作与相关性 I、II 解相关过程存在耦合性(相互依赖性)。

上述例子分析表明,为了实现完美的噪声解相关,前 3 种噪声解相关顺序不是任意的,必须寻找和确定一个能避免上述耦合性的解相关序列。经过深入分析和测试,满足该要求的解相关顺序为相关性 I、II 和 III。接下来就根据该顺序给出前 3 种相关性完整的解相关过程。

### 2.3.2 噪声相关性 I 解相关

噪声相关性 I 的解相关主要解除过程噪声与有色偏差噪声相关性。该解相关的思想是通过一个待定系数矩阵,在系统方程(14)的等号右侧加上一个由偏差方程组成的恒等于零的项<sup>[24]</sup>,即:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}'\hat{\mathbf{b}}_k + \mathbf{w}_k^r + m(\hat{\mathbf{b}}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}_k - \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_k + m\hat{\mathbf{b}}_{k+1} + (\mathbf{B}' - m\mathbf{H})\hat{\mathbf{b}}_k + (\mathbf{w}_k^r - m\Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_k + m\mathbf{b}_{k+1} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{b}_k + \hat{\mathbf{w}}_k^r \quad (30)$$

式中:  $\mathbf{m} = \mathbf{M}(\mathbf{W}^b)^{-1}$  是  $n \times p$  维待定系数矩阵。

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}' - m\mathbf{H} \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_k^r = \mathbf{w}_k^r - m\Gamma \mathbf{w}_k^b \quad (32)$$

$$E[\hat{\mathbf{w}}_k^r (\hat{\mathbf{w}}_k^r)^T] = \mathbf{Q} - \mathbf{M}(\Gamma \mathbf{W}^b)^{-1} \mathbf{M}^T \quad (33)$$

此时有  $E[\hat{\mathbf{w}}_k^r (\mathbf{w}_k^b)^T] = 0$ , 表明相关性 I 被解除。

### 2.3.3 噪声相关性 II 解相关

噪声相关性 II 的解相关是解除量测噪声与偏差噪声的相关性。主要思想是通过一个待定系数矩阵,在系统方程(16)的等号右侧加上一个由偏差方程组成的恒等于零的项<sup>[24]</sup>,即:

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_i \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_{i,k} + n_i (\hat{\mathbf{b}}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}_k - \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + n_i \hat{\mathbf{b}}_{k+1} + (\mathbf{D}_i - n_i \mathbf{H}) \hat{\mathbf{b}}_k + (\mathbf{v}_{i,k} - n_i \Gamma \mathbf{w}_k^b) =$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + n_i \mathbf{b}_{k+1} + \tilde{\mathbf{D}}_i \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_{i,k}^* \quad (34)$$

式中:  $n_i = \hat{\mathbf{N}}_i (\mathbf{w}^b)^{-1}$  是  $i \times p$  维待定系数矩阵,且:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D}_i - n_i \mathbf{H} \quad (35)$$

$$\mathbf{v}_{i,k}^* = \mathbf{v}_{i,k} - n_i \Gamma \mathbf{w}_k^b \quad (36)$$

$$E[\mathbf{v}_{i,k}^* (\mathbf{v}_{i,k}^*)^T] = \mathbf{R}_i - \hat{\mathbf{N}} (\mathbf{W}^b)^{-1} \hat{\mathbf{N}}^T \quad (37)$$

此时有  $E[\mathbf{v}_{i,k}^* (\mathbf{w}_k^b)^T] = 0$  和  $E[\hat{\mathbf{w}}_k^r (\mathbf{w}_k^b)^T] = 0$ 。

这表明噪声相关性 II 被解除,同时相关性 I 的解相关结果没有受到耦合性的影响。

### 2.3.4 噪声相关性 III 解相关

噪声相关性 III 的解相关是解决过程噪声与量测噪声相关性。主要思想是通过一个待定系数矩阵,在系统方程(30)的等号右侧加上一个由量测方程组成的恒等于零的项<sup>[24]</sup>,即:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + m\mathbf{b}_{k+1} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{b}_k + \hat{\mathbf{w}}_k^r + \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i (\mathbf{y}_{i,k} -$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{x}_k - n_i \mathbf{b}_{k+1} - \tilde{\mathbf{D}}_i \mathbf{b}_k - \mathbf{v}_{i,k}^*) = \left[ \mathbf{A} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{C}_i \right] \mathbf{x}_k +$$

$$\left[ m - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i n_i \right] \mathbf{b}_{k+1} + \left[ \hat{\mathbf{B}} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \right] \mathbf{b}_k + \left[ \hat{\mathbf{w}}_k^r -$$

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i,k}^* \right] + \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + \left[ m - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i n_i \right] \mathbf{b}_{k+1} +$$

$$\tilde{\mathbf{B}}\mathbf{b}_k + (\mathbf{w}_k^r)^* + \mathbf{u}_i \quad (38)$$

式中:  $\mathbf{J}_i = \hat{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{R}_i^{-1}$  是  $n \times i$  维待定系数矩阵,且:

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{C}_i \quad (39)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{B}} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \tilde{\mathbf{D}}_i \quad (40)$$

$$\mathbf{u}_i = \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{y}_{i,k} \quad (41)$$

$$(\mathbf{w}_k^r)^* = \hat{\mathbf{w}}_k^r - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{y}_{i,k} \quad (42)$$

此时有  $E[\hat{\mathbf{w}}_k^r (\mathbf{v}_{i,k}^*)^T] = 0$ ,  $E[\mathbf{v}_{i,k}^* (\mathbf{w}_k^b)^T] = 0$  和  $E[\hat{\mathbf{w}}_k^r (\mathbf{w}_k^b)^T] = 0$ 。这表明相关性 III 被解除,同时相关性 II 和 I 的解相关结果没有受到影响。

通过上述解相关过程后可得:

$$E = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{w}_k^x)^* \\ \mathbf{w}_k^b \\ \mathbf{v}_{i,k}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{w}_k^x)^* \\ \mathbf{w}_k^b \\ \mathbf{v}_{i,k}^* \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^* & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}^b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_i^* \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (43)$$

即前 3 种相关性已经被完美的解除。

### 2.3.5 复杂噪声建模系统的两阶段 Kalman 滤波

有色噪声白化和多种噪声顺序解相关工作完成后,最终可以获得如下新的多传感器系统:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}^* \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^* \tilde{\mathbf{b}} + (\mathbf{w}_k^x)^* + \mathbf{u}_i \quad (44)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_{k+1} = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{b}}_k + \Gamma \mathbf{w}_k^b \quad (45)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_i^* \tilde{\mathbf{b}}_k + \mathbf{v}_{i,k}^* \quad (46)$$

式中:噪声统计特性如式(43),且有:

$$\mathbf{B}^* = \left( \mathbf{m} - \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i \mathbf{n}_i \tilde{\mathbf{B}} \right) \quad (47)$$

$$\mathbf{D}_i^* = (\mathbf{n}_i \quad \tilde{\mathbf{D}}_i) \quad (48)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_{k+1} = (\hat{\mathbf{b}}_{k+1} \quad \hat{\mathbf{b}}_k)^T \quad (49)$$

## 2.4 简要分析

针对本文研究的复杂噪声相关系统,本节给出了较完善的科学解决方案,即先解决偏差噪声为有色噪声问题,然后在考虑耦合性基础上解决噪声相关问题,最后利用两阶段 Kalman 滤波算法解决系统偏差问题。其中,运用状态扩维方法解决有色噪声问题,相比于常规模型维数有所增加。由于利用引入待定系数矩阵的解相关算法,使得系数矩阵存在运算关系。相比于不考虑噪声相关情况,一定程度上加大了计算复杂度,但获得比传统不相关噪声假设的算法更符合实际系统。同时,在解相关法的使用上,充分考虑到了 3 种噪声解相关问题存在的耦合相关性,使得算法原理研究上难度增加。幸运的是,通过深入的合理性分析,获得了一个能避免该耦合性的噪声解相关具体顺序。

## 3 复杂噪声建模的两阶段 Kalman 滤波融合

本节主要研究带有第 IV 种相关性的集中式融合估计算法的设计。针对两阶段 Kalman 滤波的具体问题,采用如下融合结构:先同时实现多传感器集中式有偏差融合估计和多传感器集中式无偏差融合估计,然后再采用两阶段 Kalman 滤波的组合方式实现有偏差融合估计和无偏差融合估计结果的融合,其中集中式融合采用基于对角化扩维测量噪声协方差阵的方式。即,首先将各个传感器的量测方程联合组成一个新的广义量测方程,然后利用平方根分

解和单位下三角阵的求逆方法<sup>[21]</sup>应对量测噪声相关下的分散式融合算法设计问题,最后在融合中心按照两阶段 Kalman 滤波模式完成偏差和状态的联合融合估计<sup>[26]</sup>。

### 3.1 量测噪声相关性的处理

由于经过 3 次的噪声解相关操作,原始的测量噪声相关性已经发生了变化,因此需要对新的融合估计系统进行测量噪声方差的重新计算。经过 3 次噪声解相关的等价集中式扩维量测方程为<sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}^* \mathbf{x}_k + \mathbf{D}^* \tilde{\mathbf{b}}_k + \mathbf{v}_k \quad (50)$$

其中:

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{y}_{1,k}^T, \mathbf{y}_{2,k}^T, \dots, \mathbf{y}_{N,k}^T]^T \quad (51)$$

$$\mathbf{v}_k = [(\mathbf{v}_{1,k}^*)^T, (\mathbf{v}_{2,k}^*)^T, \dots, (\mathbf{v}_{N,k}^*)^T]^T \quad (52)$$

因此,可得新的多传感器两阶段 Kalman 融合估计系统的测量噪声协方差矩阵为:

$$\tilde{\mathbf{R}} \cdot \text{Cov}(\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_j^T) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11} & \tilde{\mathbf{R}}_{12} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{1N} \\ \tilde{\mathbf{R}}_{21} & \tilde{\mathbf{R}}_{22} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{N1} & \tilde{\mathbf{R}}_{N2} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{NN} \end{bmatrix} \delta_{kj} \quad (53)$$

其中:

$$E[\mathbf{v}_{i,k}^* (\mathbf{v}_{c,j}^*)^T] = \tilde{\mathbf{R}}_{ic} \delta_{kj} \quad (54)$$

对于测量噪声相关的多传感器测量系统,处理噪声相关性的方式有多种。本文采用平方根分解和单位下三角阵的求逆方法,将其转化为测量噪声互不相关的广义多传感器测量方程<sup>[23]</sup>。

由于  $\tilde{\mathbf{R}}_{ic} = [r_{ij,k}]$  是一正定的实对称阵,根据矩阵的 Cholesky 分解可知,  $\tilde{\mathbf{R}}_{ic}$  可以唯一地分解成  $\tilde{\mathbf{R}}_{ic} = \mathbf{L}_k \mathbf{D}_k \mathbf{L}_k^T$ <sup>[23]</sup>。其中,  $\mathbf{L}_k = [l_{ij,k}]$  为单位下三角阵,  $\mathbf{D}_k = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$  且正定,同时有:

$$d_i = r_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} d_k l_{ik}^2, i = 1, 2, \dots, N \quad (55)$$

$$l_{ij} = \begin{cases} \frac{r_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} d_k l_{ik}^2}{d_j}, & i = 1, 2, \dots, i-1 \\ 1, & j = 1 \\ 0, & i = j+2, j+3, \dots, N \end{cases} \quad (56)$$

对于单位下三角阵  $\mathbf{L}_k$ , 其逆阵存在且仍为单位下三角阵,记  $\mathbf{M}_k = \mathbf{L}_k^{-1} = [m_{ij}]$ , 其中:

$$m_{ij} = \begin{cases} 0, & i = 1, 2, \dots, i-1 \\ 1, & j = 1 \\ -l_{ij}, & i = j \\ -\sum_{k=1}^{i-1} l_{ij} m_{ik}, & i = j+2, j+3, \dots, N \end{cases} \quad (57)$$

将  $\mathbf{M}_k$  进行分块表示,可得:

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11,k} & \mathbf{0}_{12,k} & \dots & \mathbf{0}_{1N,k} \\ \mathbf{M}_{21,k} & \mathbf{M}_{22,k} & \dots & \mathbf{0}_{2N,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}_{N1,k} & \mathbf{M}_{N2,k} & \dots & \mathbf{M}_{NN,k} \end{bmatrix} \quad (58)$$

在量测方程式两边左乘以  $M_k$ , 则解相关后新的多传感器广义测量方程可以转化成:

$$z_k = G_k x_k + \Lambda_k \tilde{b}_k + \eta_k \quad (59)$$

其中:

$$\begin{cases} z_k = M_k y_k \\ G_k = M_k C_k \\ \Lambda_k = M_k D_k^* \end{cases} \quad (60)$$

$$\text{Cov}(\eta_k, \eta_k) = M_k R M_k^T = D \quad (61)$$

此时, 新得到的集中式扩维量测方程中各传感器的量测噪声已互不相关, 原系统的测量方程重写为:

$$x_{k+1} = A^* x_k + B^* \tilde{b}_k + (w_k^x)^* + u_i \quad (62)$$

$$\tilde{b}_{k+1} = H \tilde{b}_k + \Gamma w_k^b \quad (63)$$

$$z_k = G_k x_k + \Lambda_k \tilde{b}_k + \eta_k \quad (64)$$

### 3.2 集中式融合

集中式多传感器融合中心的状态估计<sup>[28]</sup>如下:

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1/k+1} + V_{k+1} b_{k+1/k+1} \quad (65)$$

$$P_{k+1/k+1}^x = \bar{P}_{k+1/k+1}^x + V_{k+1} P_{k+1/k+1}^b V_{k+1}^T \quad (66)$$

$$V_{k+1} = (I - K_{k+1/k+1}^x G_k) A^* V_k + B^* \quad (67)$$

无偏差滤波的集中式融合<sup>[32]</sup>:

$$\bar{x}_{k+1/k+1} = A^* x_k^* + \sum_{i=1}^N K_{i,k}^x [z_{i,k} - G_{i,k} x_{i,k}] \quad (68)$$

$$K_k^x = \bar{P}_{k/k-1}^x G_k^T [G_k \bar{P}_{k/k-1}^x G_k^T + V_k]^{-1} = [K_{1,k}^x, K_{2,k}^x, \dots, K_{N,k}^x] \quad (69)$$

$$(P_{k+1/k+1}^x)^{-1} = (P_{k+1/k}^x)^{-1} +$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ (P_{i,k+1/k+1}^x)^{-1} - (P_{i,k+1/k}^x)^{-1} \right\} \quad (70)$$

$$P_{k+1/k}^x = A^* P_{k/k}^x (A^*)^T + Q^* \quad (71)$$

偏差滤波器的集中式融合估计<sup>[32]</sup>:

$$\bar{b}_{k+1/k} = \bar{b}_{k/k} \quad (72)$$

$$\bar{b}_{k+1/k+1} = \bar{b}_{k+1/k} + \sum_{i=1}^N K_{i,k}^b (\Gamma^{-1} \bar{b}_{k+1} - \Gamma^{-1} \Lambda_k \bar{b}_k) \quad (73)$$

$$(P_{k+1/k+1}^b)^{-1} = (P_{k+1/k}^b)^{-1} +$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ (P_{i,k+1/k+1}^b)^{-1} - (P_{i,k+1/k}^b)^{-1} \right\} \quad (74)$$

$$P_{k+1/k}^b = P_{k/k}^b + W^b \quad (75)$$

$$K_{k+1}^b = P_{k+1/k}^b \Lambda_{k+1}^T [\Lambda_{k+1} P_{k+1/k}^b \Lambda_{k+1}^T + G_{k+1} P_{k+1/k}^b \cdot G_{k+1}^T + V_{k+1}]^{-1} = [K_{1,k+1}^b, K_{2,k+1}^b, \dots, K_{N,k+1}^b] \quad (76)$$

### 3.3 分布式融合

分布式融合结构每次只对 2 个两阶段 Kalman 滤波器的状态估计数据(状态估计值和误差协方差矩阵)进行加权融合。首先, 局部融合中心 2 先对第一和第二个滤波器的估计结果进行融合:

$$P_{c2,k+1/k+1}^x = \left( (P_{1,k+1/k+1}^x)^{-1} + (P_{2,k+1/k+1}^x)^{-1} \right)^{-1} \quad (77)$$

$$x_{c2,k+1/k+1} = P_{c2,k+1/k+1}^x (P_{1,k+1/k+1}^x)^{-1} x_{1,k+1/k+1} + P_{c2,k+1/k+1}^x (P_{2,k+1/k+1}^x)^{-1} x_{2,k+1/k+1} \quad (78)$$

接着, 局部融合中心 3 将融合结果与第 3 滤波器的估计结果进行融合:

$$P_{c3,k+1/k+1}^x = \left( (P_{c2,k+1/k+1}^x)^{-1} + (P_{3,k+1/k+1}^x)^{-1} \right)^{-1} \quad (79)$$

$$x_{c3,k+1/k+1} = P_{c3,k+1/k+1}^x (P_{c2,k+1/k+1}^x)^{-1} x_{c2,k+1/k+1} + P_{c3,k+1/k+1}^x (P_{3,k+1/k+1}^x)^{-1} x_{3,k+1/k+1} \quad (80)$$

### 3.4 简要分析

虽然为了应对有色噪声、噪声解相关以及集中式融合的使用必然会在算法复杂度上付出了一些代价, 但这个代价也是非常值得的, 对于当前的 CPU 运算水平而言也不会增加任何本质性的计算负担。

本文所用的融合模式是分别实现无偏差和有偏差的集中式融合, 然后再将两者融合结果进行组合(某种意义上也是一种融合)。也可以采用 3.3 所述分布式融合方法, 即每个传感器先实现一个完整的两阶段 Kalman 滤波估计, 然后再将所有传感器两阶段估计结果进行分布式加权<sup>[33]</sup>。

集中式融合估计算法因直接对原始测量值进行扩维处理, 而分布式算法是局部传感器先根据自身量测信息完成一个噪声相关系统的两阶段 Kalman 滤波。因此, 集中式估计融合算法的精度要比分布式算法高, 但是从融合估计的鲁棒性和安全性而言, 分布式融合算法要比集中式融合方法强。

## 4 计算机仿真

分别用 4 个计算机仿真验证本文算法的性能。

融合系统的模型参数选择如下:

$$x = [x_1, x_2], b = [b_1, b_2], A = [1, 1; 0, 1], B = [1, 1; 0, 1], W^{xy} = [0.009, 0.004; 0.009, 0.004], C_1 = [0.8, 0; 0, 0.8], D_1 = [1.2, 0; 0, 1.2], C_2 = [1.2, 0; 0, 1.2], D_2 = [0.5, 0; 0, 0.5], C_3 = [1, 0; 0, 1], D_3 = [1, 0; 0, 1], Q = [0.1, 0; 0, 0.1], W^b = [0.1, 0; 0, 0.1], M = [0.56, 0; 0, 0.039], \hat{N}_1 = [0.056, 0; 0, 0.0609], \hat{N}_2 = [0.029, 0; 0, 0.0074], \hat{N}_3 = [0.048, 0; 0, 0.032].$$

初始条件如下:

$$x_0 = [1; 2], b_0 = [0.2; 0.3], x_{0/0} = [1; 2], b_{0/0} = [0.2; 0.3], P_{0/0}^x = [0.2, 0; 0, 0.2], P_{0/0}^b = [0.1, 0; 0, 0.1], P_{0/0}^y = [0.2, 0; 0, 0.2].$$

### 4.1 有效性验证

根据所设置的模型参数, 可得图 1、图 2 和表 1 结果。集中式融合估计误差要比 3 个单传感器两阶段 Kalman 滤波估计误差要小, 因此所建立的噪声相关

系统的集中式两阶段 Kalman 融合估计方法精度高。

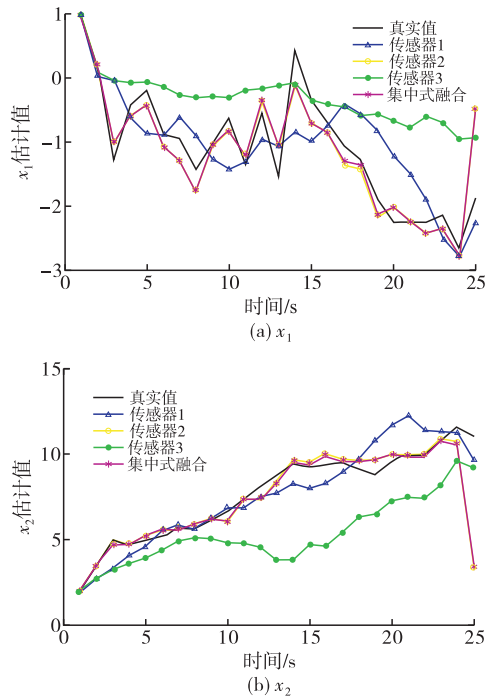


图 1 集中式融合估计曲线

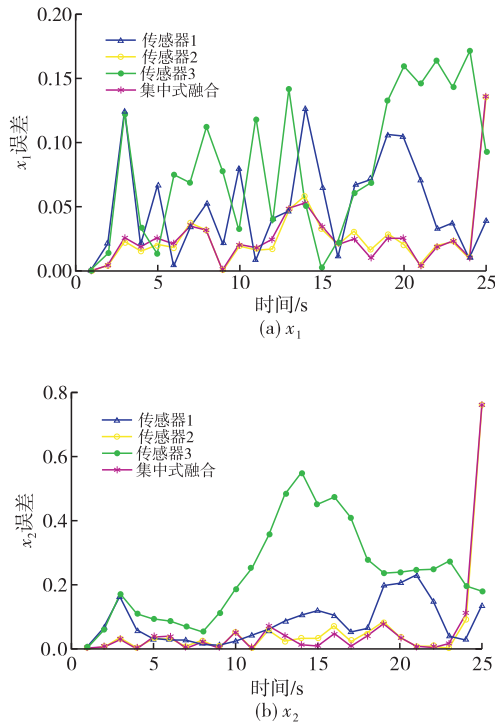


图 2 集中式融合估计误差曲线

表 1 各传感器估计与集中式融合误差

误差	传感器 1	传感器 2	传感器 3	集中式融合
$x_1$	0.013 7	0.011 9	0.024 6	0.005 6
$x_2$	0.027 4	0.019 6	0.029 2	0.009 7

### 4.2 精度验证

跟踪能力与误差的对比验证见图 3~4。由图可知集中式融合估计明显要比分布式加权融合估计具有更小的误差。

在实际应用中, 如果对于追踪精度有较高要求, 且能够有力保证每个传感器正常工作, 可以选用本文的集中式融合方法。当然, 由于分布式加权融合方法可以通过调整权值的方式给予各个传感器量测不同权重, 因此在不确定传感器状态时, 可以选用此算法。

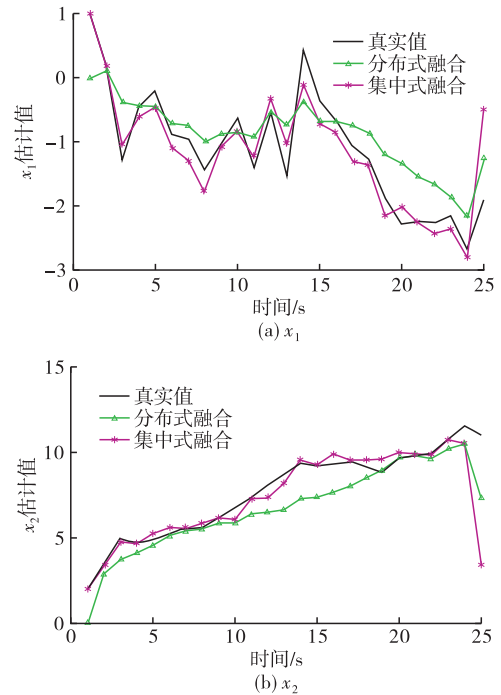


图 3 2 种融合方式的跟踪曲线

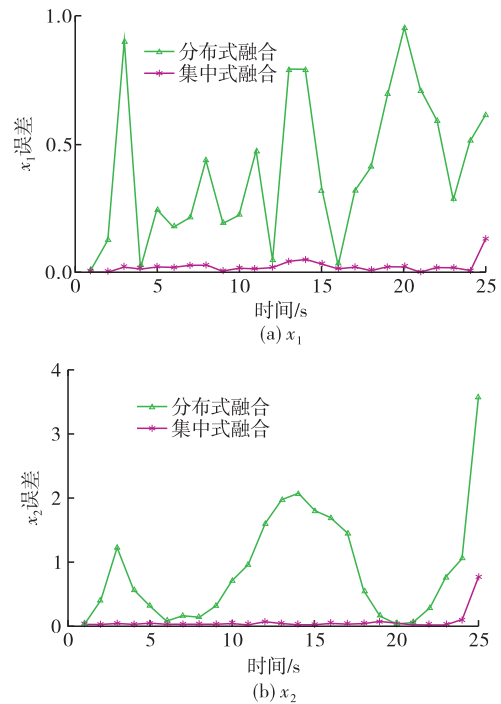


图 4 2 种融合方式的误差曲线

### 4.3 复杂度验证

针对复杂噪声相关两阶段 Kalman 滤波融合方法的集中式融合计算形式( $A_1$ )与噪声不相关的两阶段 Kalman 滤波融合方法( $A_2$ )进行复杂度计算,

分别统计其计算量。在统计时,遵循以下几个准则:

- ①计算种类归纳为加法运算、赋值运算、乘法运算、除法运算4种;②一次赋值运算相当于一次加法运算;③矩阵运算按元素来进行操作。

表2 计算量分析

计算种类	$A_1$	$A_2$
加法	2 800+3 600	3 600
减法	800+1 800	1 800
乘法	4 000+5 600	5 600
除法	3 600+14 700	14 700
总和	36 900	25 700

从表2可知:易知复杂噪声相关两阶段 Kalman 滤波融合方法的集中式融合方式计算量要比噪声不相关的两阶段 Kalman 滤波融合方法大,但是在目前计算机的可承载范围内。通过对复杂度的牺牲来提高算法对复杂问题的跟踪精度是有意义的。

#### 4.4 普适性验证

为了丰富仿真实验,本仿真通过在不同仿真参数下比较2种算法的估计结果,更充分验证本文所提集中式融合方法优越性。

部分修改参数如下:

$$\mathbf{A} = [-0.05, -0.84; 0.517, 8.069], \mathbf{B} = [1, 0; 0, 1], \mathbf{C}_1 = [1, 0; 0, 1], \mathbf{C}_2 = [0.8, 0; 0, 0.8], \mathbf{C}_3 = [1.2, 0; 0, 1.2].$$

通过图5~6与图3~4的比较可以看出,虽然仿真参数不同,但是融合估计的规律大体相同,即集中式融合方法具有更好的滤波精度。

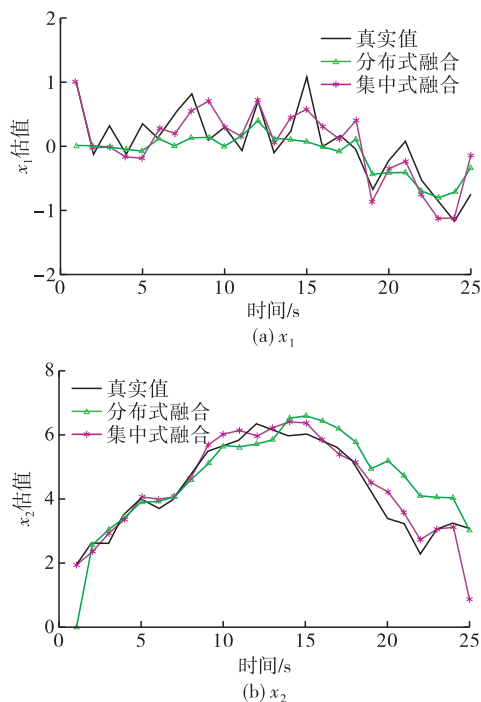


图5 2种融合方式的跟踪曲线

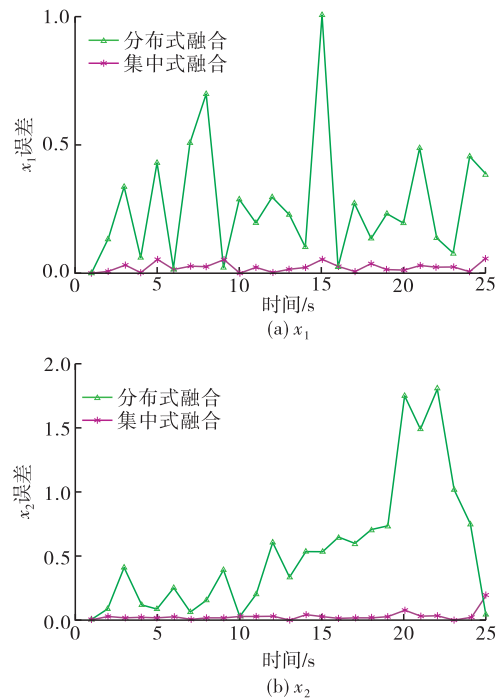


图6 2种融合方式的误差曲线

## 5 结语

在充分考虑带有偏差的多传感器融合估计系统具有有色噪声和复杂噪声相关性的情形下,本文应用状态和参数的扩维技术以及多次顺序方程等价技术来设计一种复杂噪声相关性多传感器系统的两阶段 Kalman 滤波融合方法。与现有的噪声相关两阶段 Kalman 滤波融合方法相比,本文考虑的噪声复杂建模情形更加完善,可推广到非线性系统、非高斯系统和自适应滤波融合系统中。

## 参考文献

- [1] MA Y F. Application of Fault Tolerant and Federated Strong Tracking Kalman Algorithm in Integrated Navigation System[C]//International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks. [S. l.]: IEEE,2011:3946-3949.
- [2] MOGHADAM M,CALISKAN F. Actuator and Sensor Fault Detection and Diagnosis of Quadrotor Based on Two-Stage Kalman Filter[C]//control Conference. [S. l.]:IEEE,2015:182-187.
- [3] XIAO Q,WU Y,FU H, et al. Two-Stage Robust Extended Kalman Filter in Autonomous Navigation for the Powered Descent Phase of Mars EDL [J]. IET Signal Process,2015,9(3):277-287.
- [4] CHEN X Q,SUN R,WANG F, et al. Two-Stage Unscented Kalman Filter Algorithm for Fault Estimation in Spacecraft Attitude Control System[J]. IET Control



- Theory & Applications, 2018, 12(13):1781-1791.
- [5] ZHANG J H, WELCH G, BISHOP C, et al. A Two-Stage Kalman Filter Approach for Robust and Real-Time Power System State Estimation [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2014, 5(2): 629-636.
- [6] KELLER J Y, DAROUACH M. Optimal Two-Stage Kalman Filter in the Presence of Random Bias [J]. Automatic, 1997, 33(9): 1745-1748.
- [7] PAKALA L, SCHMAUSS B. Two Stage Extended Kalman Filtering for Joint Compensation of Frequency Offset, Linear and Nonlinear Phase Noise and Amplitude Noise in Coherent QAM Systems[C]//International Conference on Transparent Optical Networks. [S. l.]:IEEE, 2017. doi:10.1109/ICTON, 2017. 8024972.
- [8] 吴俊峰,徐嵩. 基于变分贝叶斯估计方法的双尺度自适应 Kalman 滤波[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 79-85.
- [9] 高晓阳,王刚,万鹏程,等. 逆协方差交叉融合鲁棒 Kalman 滤波器[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 94-97.
- [10] XIAHOU K S, LI M S, LIU Y, et al. Sensor Fault Tolerance Enhancement of DFIG-WTs via Perturbation Observer-Based DPC and Two-Stage Kalman Filters [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2018, 33(2): 483-495.
- [11] CHEN X, LIU M. A Two-Stage Extended Kalman Filter Method for Fault Estimation of Satellite Attitude Control Systems [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(2): 872-886.
- [12] ZHANG L, LV M, NIU Z Y, et al. Two-Stage Cubature Kalman Filter for Nonlinear System with Random Bias[C]//2014 International Conference on Multisensor Fusion and Information Integration for Intelligent Systems (MFI). [S. l.]:IEEE, 2014: 47-55.
- [13] KHABBAZI M R, ESFANJANI R M. Constrained Two-Stage Kalman Filter for Target Tracking[C]//International Conference on Computer & Knowledge Engineering. [S. l.]:IEEE, 2014: 393-397.
- [14] WANG H. Two-Stage Cubature Kalman Filter Fusion Algorithms for Nonlinear Systems[C]//Proceedings of the 2019 Chinese Control Conference. Guangzhou: [S. l.]:2019: 3634-3638.
- [15] SALAM A O A. Adaptive Tracking of Maneuvering Targets Using Two-stage Kalman Filter[C]//IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, [S. l.]:IEEE, 2015: 74-78.
- [16] KHABBAZI M R, ESFANJANI R M. Robust Two-Stage Kalman Filtering with State Constraints[C]//2015 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering. [S. l.]:IEEE, 2015: 1036-1041.
- [17] 林旭,刘俊钊. 有色噪声下的目标跟踪卡尔曼滤波新算法[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(6): 830-834.
- [18] WANG H. Two-Stage Kalman Filter for Linear System with Correlated Noises[C]//The 2018 IEEE Chinese Control Conference. [S. l.]:IEEE, 2018: 4196-4200.
- [19] ZHANG Y G, JIA G L, LI N, et al. A Novel Adaptive Kalman Filter with Colored Measurement Noise[J]. IEEE Access, 2018: 74569-74578.
- [20] 郝惠娟,秦超英. 有色量测噪声情况下的多传感器目标跟踪融合算法[J]. 科学技术与工程, 2013, 13(25): 7347-7351.
- [21] MA L L, WANG H R, CHEN J G. Analysis of Kalman Filter with Correlated Noises under Different Dependence [J]. Journal of Information & Computational Science. 2010, 7(5): 1147-1154.
- [22] 段战胜,韩崇昭,党宏社. 测量噪声相关情况下的多传感器数据融合[J]. 计量学报, 2005, 26(4): 360-363.
- [23] 王宏,葛泉波. 噪声相关带偏差线性系统的滤波融合算法[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版), 2019, 39(5): 48-55.
- [24] 王宏. 复杂系统的两阶段 Kalman 滤波融合算法研究[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2019.
- [25] 汤显峰,陈荣江,葛泉波,等. 相关局部估计的传感器网络最优递推融合算法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2007, 38(S1): 813-818.
- [26] 李麟,张福泉. 网络多信道多源信息融合技术的改进研究[J]. 机床与液压, 2018, 46(6): 152-157.
- [27] 王效良. 基于两阶段 Kalman 滤波的多传感器信息融合[D]. 郑州: 河南工业大学, 2016.
- [28] 丁维福,秦超英,郝惠娟. 基于两阶段卡尔曼滤波的多传感器信息融合[J]. 西南民族大学学报(自然科学版), 2006, 32(4): 788-793.
- [29] NOACK B, SIJS J, REINHARDT M, et al. Decentralized Data Fusion with Inverse Covariance Intersection [J]. Automatica, 2017, 79: 35-41.
- [30] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜,等. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [31] 关学慧,邓自立,石莹. 自校正集中式融合信息滤波器[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(2): 372-376.

(编辑:徐敏)