

基于空间差分算法的相干信号二维 DOA 估计

刘亚宁^{1,2}, 张 秦¹, 郑桂妹¹, 孙铭才³

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 93658 部队, 北京, 100041; 3. 95333 部队, 贵阳, 550025)

摘要 针对传统解相干算法对阵列孔径利用率不高的问题, 提出了一种改进的空间差分算法, 通过重构子阵之间的协方差矩阵, 将阵列接收信号协方差矩阵的所有自相干信息和互相关信息充分利用, 再通过建立差分矩阵, 利用空间差分算法去除噪声的影响。最后采用传播算子(PM)算法完成二维波达方向(DOA)估计。仿真结果表明, 该算法相比传统解相干算法, 解相干效果较好, 角度估计精度有较大的提高。

关键词 相干信号; 空间差分; 二维波达方向估计; 传播算子算法

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.05.008

中图分类号 TN911.7 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)05-0045-06

An Improved Spatial-Differencing Algorithm for 2-Dimensional DOA Estimation of Coherent Signals

LIU Yaning^{1,2}, ZNANG Qin¹, ZHENG Guimei¹, SUN Mingcai²

(1. Air and Missile Defence College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. Unit 93658, Beijing 100041, China; 3. Unit 95333, Guiyang 550025, China)

Abstract: Aimed at the problem that the utility of the traditional decorrelation algorithm to the array aperture is poor, this paper proposes an improved spatial smoothing algorithm. All the data information of the covariance matrix received signals are utilized fully by reconstructing sub-array covariance matrix, and the spatial-differencing matrix is built to suppress the effect of noise. Finally, the propagator method algorithm is adopted to estimate 2-dimensional direction of arrival (DOA). The simulation shows that this algorithm is good in decorrelation algorithm, and high in computation precision compared with the traditional decorrelation algorithm.

Key words: coherent signal; spatial-differencing; 2-dimensional direction of arrival; propagator method algorithm

雷达系统在对低空目标进行波达方向估计(DOA)时, 电磁波会产生多径效应, 导致雷达的接收信号具有了相干性, 并导致接收信号的协方差矩阵不满秩, 从而使常规 DOA 算法的估计精度明显下降甚至失效^[1-2]。因此, 常用解相干算法来解决信

号的相干问题, 常见的算法有空间平滑算法以及 Toeplitz 矩阵重构法等。空间平滑算法应用包括前向空间平滑算法(FSS)和前后向空间平滑算法(FB-SS)。文献[3]提出在未知噪声情况下的空间平滑解相干算法, 文献[4]提出了一种基于特征空间多重

收稿日期: 2018-11-01

基金项目: 国家自然科学基金(61501504)

作者简介: 刘亚宁(1994—), 男, 河北石家庄人, 硕士生, 主要从事雷达信号与信息处理。E-mail: 762050486@qq.com

引用格式: 刘亚宁, 张秦, 郑桂妹, 等. 基于空间差分算法的相干信号二维 DOA 估计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(5): 45-50. LIU Yaning, ZNANG Qin, ZHENG Guimei, et al. An Improved Spatial-Differencing Algorithm for 2-Dimensional DOA Estimation of Coherent Signals[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(5): 45-50.

信号分类(MUSIC)的空间平滑算法,文献[5]实现了单快拍下利用空间平滑算法解相干。Toeplitz矩阵重构法^[6]利用方向矢量的特性,对其线性组合进行Toeplitz重排,实现解相干,同时也保持了较好的解相干效果。但这两种算法都存在损失阵列孔径的问题,且不能去除未知噪声的干扰,无法进一步提高估计精度。

为了去除噪声对估计精度的影响,文献[7]提出了空间差分平滑算法对消噪声,使该算法可以适用于分布方式更为多样的噪声背景;文献[8]对协方差矩阵进行共轭处理,能够得到差分矩阵实部为零的Hermite矩阵,从而显著降低计算量,但空间差分算法仍存在对孔径利用率不高的问题。

二维DOA估计通过方位角和俯仰角两维角度来定位信号源,是近年来阵列信号处理的研究热点之一。文献[9]在双均匀圆阵的基础上利用空间平滑差分算法实现了相干信号的二维DOA估计,文献[10]联合空间平滑和传播算子(PM)算法,大大减少了计算量,文献[11]将降维稀疏重构与相干信号二维DOA估计结合,在降低计算量的同时,能够保证较好的角度估计精度。

本文提出了一种改进的空间差分算法来进行相干信号的二维DOA估计,通过重构子阵的协方差矩阵,将阵列接收信号协方差矩阵的所有信息充分利用,再建立差分矩阵,通过空间差分算法去除噪声影响,最后采用PM算法完成二维DOA估计。

1 信号模型

低空环境下,采用L型阵列接收信号,见图1。

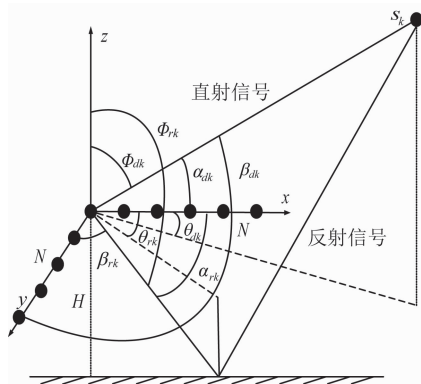


图1 阵列模型

阵列在 x - y 平面上, x 轴和 y 轴上均有 N 个阵元,阵元间隔为 d ,阵列相对地面的海拔高度为 H 。假设 k 个远场窄带信号源以不同二维DOA入射,分别为 $(\theta_{d1}, \phi_{d1}), (\theta_{r1}, \phi_{r1}), (\theta_{d2}, \phi_{d2}), (\theta_{r2}, \phi_{r2}), \dots, (\theta_{dk}, \phi_{dk}), (\theta_{rk}, \phi_{rk})$ 。其中, θ_{dk} 和 θ_{rk} 分别表示第 k 个信号源直达波信号的仰角和方位角, θ_{rk} 和 θ_{rk} 分别表示第 k 个信号源反射信号的仰角和方位角, θ_{dk}, θ_{rk}

$\in [-90^\circ, 90^\circ], \phi_{dk}, \phi_{rk} \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 。 α_{dk} 和 β_{dk} 分别表示第 k 个信号源直射信号与 x 轴和 y 轴夹角, α_{rk} 和 β_{rk} 分别表示第 k 个信号源反射信号与 x 轴和 y 轴夹角。

由图1可推得:

$$\cos\alpha_{dk} = \cos\theta_{dk} \sin\phi_{dk}, \cos\beta_{dk} = \sin\theta_{dk} \sin\phi_{dk} \quad (1)$$

$$\cos\alpha_{rk} = \cos\theta_{rk} \sin\phi_{rk}, \cos\beta_{rk} = \sin\theta_{rk} \sin\phi_{rk}$$

因为信号是由远场入射到阵列的,所以:

$$\theta_{dk} = \theta_{rk} = \theta_k \quad (2)$$

$$\phi_{dk} = -\phi_{rk} = \phi_k$$

将式(2)代入式(1)中得:

$$\cos\alpha_{dk} = -\cos\alpha_{rk} = \cos\alpha_k \quad (3)$$

$$\cos\beta_{dk} = -\cos\beta_{rk} = \cos\beta_k$$

因此,直射信号与反射信号的方向矢量分别为:

$$\mathbf{a}_x(\theta_{dk}, \phi_{dk}) = \mathbf{a}_x(\alpha_{dk}) = \mathbf{a}_x(\alpha_k) = (1, \exp(j2\pi d/\lambda) \cdot \cos\alpha_k, \dots, \exp(j2\pi(N-1)d/\lambda) \cos\alpha_k)^\top \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_{dk}, \phi_{dk}) = \mathbf{a}_y(\beta_{dk}) = \mathbf{a}_y(\beta_k) = (1, \exp(j2\pi d/\lambda) \cdot \cos\beta_k, \dots, \exp(j2\pi(N-1)d/\lambda) \cos\beta_k)^\top \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_{rk}, \phi_{rk}) = \mathbf{a}_x(\alpha_{rk}) = \lambda_k \mathbf{a}_x(-\alpha_k) = \lambda_k (1, \exp(-j2\pi d/\lambda) \cdot \cos\alpha_k, \dots, \exp(-j2\pi(N-1)d/\lambda) \cos\alpha_k)^\top \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_{rk}, \phi_{rk}) = \mathbf{a}_y(\beta_{rk}) = \lambda_k \mathbf{a}_y(-\beta_k) = \lambda_k (1, \exp(-j2\pi d/\lambda) \cdot \cos\beta_k, \dots, \exp(-j2\pi(N-1)d/\lambda) \cos\beta_k)^\top \quad (7)$$

其中 λ_k 为相干系数。

则 x 轴和 y 轴的阵元接收信号模型为:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_x(\alpha) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_x(t) \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}_y(\beta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_y(t) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 和 $\mathbf{Y}(t)$ 分别为 x 轴和 y 轴接收信号; $\mathbf{A}_x(\alpha) = [\mathbf{a}_x(\alpha_1), \mathbf{a}_x(-\alpha_1), \mathbf{a}_x(\alpha_2), \mathbf{a}_x(-\alpha_2), \dots, \mathbf{a}_x(\alpha_k), \mathbf{a}_x(-\alpha_k)]$ 为 x 轴阵元方向矩阵; $\mathbf{A}_y(\beta) = [\mathbf{a}_y(\beta_1), \mathbf{a}_y(-\beta_1), \mathbf{a}_y(\beta_2), \mathbf{a}_y(-\beta_2), \dots, \mathbf{a}_y(\beta_k), \mathbf{a}_y(-\beta_k)]$ 为 y 轴阵元方向矩阵; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), \lambda_1 s_1(t), s_2(t), \lambda_2 s_2(t), \dots, s_k(t), \lambda_k s_k(t)]^\top$ 为入射信号矢量; $\mathbf{N}_x(t) = [n_{1x}(t), n_{2x}(t), \dots, n_{Nx}(t)]^\top$ 为 x 轴阵元接收到的噪声矢量, $\mathbf{N}_y(t) = [n_{1y}(t), n_{2y}(t), \dots, n_{Ny}(t)]^\top$ 为 y 轴阵元接收到的噪声矢量,本文只考虑均值为0,方差为 σ^2 的高斯白噪声, $\mathbf{N}_x(t)$ 和 $\mathbf{N}_y(t)$ 均与 $\mathbf{S}(t)$ 相互独立。

2 空间差分算法

低空目标角度估计时,由于多径信号的存在而使接收信号之间具有高度相关性甚至完全相干,众所周知,相干信号的协方差矩阵是秩亏矩阵,所以直接采用常规二维DOA算法是失效的。需要解相干来恢复阵列接收数据协方差矩阵的秩,然后再采用相关的DOA估计算法得到二维DOA估计值。

首先将 x 轴上的所有阵元划分为 M 个子阵,每

个子阵含有 Q 个阵元。 x 轴的信号协方差矩阵可以表示为:

$$\mathbf{R}_{x0} = E(\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)) = \mathbf{A}_x \mathbf{R}_s \mathbf{A}_x^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N \quad (9)$$

其中, \mathbf{R}_s 为入射信号源矢量 $\mathbf{S}(t)$ 的协方差矩阵。

则第 m 个子阵的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{xm} = \mathbf{K}_m \mathbf{R}_{x0} \mathbf{K}_m^H \quad (10)$$

其中, $\mathbf{K}_m = [\mathbf{O}_{Q(m-1)} \mathbf{I}_Q \mathbf{O}_{Q(N-m)}]$, $m=1, 2, \dots, M$ 。

根据文献[12]中空间差分算法的理论,可将上式进行如下差分处理:

$$\mathbf{D}_x^C = \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M [\mathbf{R}_{x1} - \mathbf{J}(\mathbf{R}_{xm})^* \mathbf{J}] \quad (11)$$

根据上面相同的分析方法,将 y 轴上所有阵元的接收信号的协方差矩阵可表示为:

$$\mathbf{R}_y^0 = E(\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)) = \mathbf{A}_y \mathbf{R}_s \mathbf{A}_y^H + \sigma^2 \mathbf{I}_n \quad (12)$$

则第 m 个子阵的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{ym} = \mathbf{K}_m \mathbf{R}_y^0 \mathbf{K}_m^H \quad (13)$$

空间差分处理后的协方差矩阵为:

$$\mathbf{D}_y^C = \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M [\mathbf{R}_{y1} - \mathbf{J}(\mathbf{R}_{ym})^* \mathbf{J}] \quad (14)$$

根据文献[13]可得,按照以上空间差分算法,协方差矩阵 \mathbf{D}_x^C 和 \mathbf{D}_y^C 为满秩矩阵。

为了直观显示,以 x 轴上所有阵元接收信号的协方差矩阵为例,可表示为图 2。

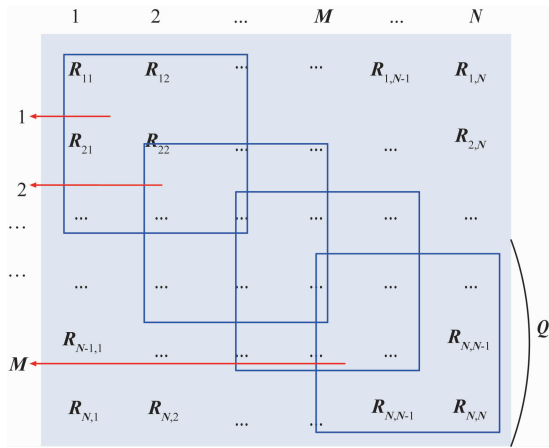


图 2 x 轴所有阵元接收信号的协方差矩阵

蓝色框内为每一个子阵的协方差矩阵值 \mathbf{R}_{xm} 。从图 2 可以看出在解相干过程中并没有利用其他的互相关协方差矩阵的信息,即蓝色框以外信息均没有利用,孔径损失较大,鉴于此,本文提出了一种改进空间差分算法,将整个协方差矩阵的自相关信息和互相关信息全部利用起来,用以提高解相干性能,同时提高二维 DOA 角度估计性能。

3 改进空间差分算法

3.1 重构协方差矩阵

在图 2 中,我们把从第 1 列到第 $M-1$ 列,每一

列分成 M 个子向量,第 M 列到第 N 列用式(10)表示。以第 1 列为例,第 m 个子向量是第 m 个子阵阵元的接收信号与第 1 个阵元接收信号的协方差值。第 m 个子阵阵元可以表示为:

$$\mathbf{X}_m(t) = \mathbf{K}_m \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \boldsymbol{\phi}_x^{m-1} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_{xm}(t) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{A}_{xQ}(\alpha)$ 为 x 轴阵元方向矩阵的前 Q 行; $\boldsymbol{\phi} = \text{diag}[\exp(-j2\pi d/\lambda) \cos\alpha_1, \exp(j2\pi d/\lambda) \cos\alpha_1, \dots, \exp(-j2\pi d/\lambda) \cos\alpha_k, \exp(j2\pi d/\lambda) \cos\alpha_k]$; $\mathbf{N}_{xm}(t)$ 为对应的高斯白噪声。

则第 1 个阵元接收信号为:

$$\mathbf{X}_{1m}(t) = \mathbf{e}_1 \mathbf{X}_m(t) = \mathbf{a}_1 \boldsymbol{\phi}^{m-1} \mathbf{S}(t) + \mathbf{e}_1 \mathbf{N}_{xm}(t) \quad (16)$$

式中: \mathbf{e}_1 为 $[1, 0, \dots, 0]_{1 \times Q}$, \mathbf{a}_1 为 $\mathbf{A}_{xQ}(\alpha)$ 的第 1 行。

在这里,我们定义一个量 \mathbf{R}_m^x ($m=1, 2, \dots, M-1$) 表示每一列的协方差矩阵值,其表达式为:

$$\mathbf{R}_m^x = \{E(\mathbf{X}_m(t)\mathbf{X}_{1m}^*(t)), E(\mathbf{X}_{m+1}(t)\mathbf{X}_{1m}^*(t)), \dots, E(\mathbf{X}_M(t)\mathbf{X}_{1m}^*(t))\} = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) [\boldsymbol{\phi}^{m-1} \mathbf{R}_s \boldsymbol{\phi}^{1-m} \mathbf{a}_1^{-H}, \dots, \boldsymbol{\phi}^{M-1} \mathbf{R}_s \boldsymbol{\phi}^{1-M} \mathbf{a}_1^{-H}] + \mathbf{E}_m \quad (17)$$

式中: $\mathbf{E}_m = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{0}_{Q \times 1}, \dots, \mathbf{0}_{Q \times 1}]_{Q \times (M-m+1)}$ 。

当 $m=M$ 时,有:

$$\mathbf{R}_M^x = \mathbf{K}_M \mathbf{R}_0^x \mathbf{K}_M^H = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \boldsymbol{\phi}^{M-1} \mathbf{R}_s \boldsymbol{\phi}^{1-M} \mathbf{A}_{xQ}(\alpha)^H + \mathbf{I}_Q \quad (18)$$

根据式(17)和式(18),可以表示每一列的协方差矩阵值。

3.2 改进空间差分算法

由式(17)和式(18)可以得出,噪声对协方差矩阵的影响集中在第 1 列,为了减少噪声的干扰,我们做如下处理,构建矩阵:

$$\mathbf{B}_m = \{E(\mathbf{x}_1(t)\mathbf{X}_{11}^*(t)), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}\}_{Q \times (M-m+1)} = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) [\mathbf{R}_s \mathbf{a}_1^{-H}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] + \mathbf{E}_m \quad (19)$$

定义第 m 个差分矩阵 ($m=1, 2, \dots, M-1$) 为:

$$\mathbf{D}_{xm} = \mathbf{B}_m - \mathbf{J}_Q (\mathbf{R}_m^x)^* = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \prod_m \quad (20)$$

式中: $\prod_m = \{\mathbf{R}_s \mathbf{a}_1^{-H} - \boldsymbol{\phi}^{Q-m} \mathbf{R}_s^* \boldsymbol{\phi}^{m-1} \mathbf{a}_1^{-H}, \dots, -\boldsymbol{\phi}^{Q-M} \mathbf{R}_s^* \boldsymbol{\phi}^{m-1} \mathbf{a}_1^{-H}\}$, $\mathbf{J}_Q \mathbf{A}_{xQ}(\alpha)^* = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \boldsymbol{\phi}^{-(Q-1)}$ 的证明见文献[14]。

定义第 M 个差分矩阵为:

$$\mathbf{D}_{xM} = \mathbf{R}_{x1} - \mathbf{J}_Q (\mathbf{R}_M^x)^* \mathbf{J}_Q = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \prod_M \quad (21)$$

式中: $\prod_M = (\mathbf{R}_s - \boldsymbol{\phi}^{Q-M} \mathbf{R}_s^* \boldsymbol{\phi}^{M-Q}) \mathbf{A}_{xQ}(\alpha)^H$ 。

因此,定义总的差分矩阵为:

$$\mathbf{D}_{x0} = \{\mathbf{D}_{x1}, \mathbf{D}_{x2}, \dots, \mathbf{D}_{xM}\} = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) (\prod_1, \prod_2, \dots, \prod_M) \quad (22)$$

由以上分析可知, \mathbf{D}_{x0} 只利用了协方差矩阵对角线以下的信息,根据协方差矩阵的对称性,整个 x 轴阵元接收信号的差分矩阵为:

$$\mathbf{D}_x = [\mathbf{D}_{x0}, \mathbf{J}_Q \mathbf{D}_{x0}^*] \quad (23)$$

以上为 x 轴阵元接收信号的差分矩阵求解过程,同理,也可得到 y 轴阵元接收信号的差分矩阵:

$$\mathbf{D}_y = [\mathbf{D}_{y0}, \mathbf{J}_Q \mathbf{D}_{y0}^*] \quad (24)$$

其中 \mathbf{D}_{y0} 按照 \mathbf{D}_{x0} 方式求解。

4 二维 DOA 估计算法

根据已经求出的差分矩阵 \mathbf{D}_x 和 \mathbf{D}_y , 分别对 α 和 β 进行估计, 再通过配对得到 α 和 β 的联合估计值。这里采用 PM 算法^[15] 完成二维 DOA 估计, 其过程如下:

首先对 α 进行估计, 将 $\mathbf{A}_{xQ}(\alpha)$ 分成 2 个子矩阵:

$$\mathbf{A}_{xQ}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1xQ}(\alpha) \\ \mathbf{A}_{2xQ}(\alpha) \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中: $\mathbf{A}_{1xQ}(\alpha)$ 为前 $2K$ 行; $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha)$ 为后 $Q-2K$ 行。因为 $\mathbf{A}_{1xQ}(\alpha)$ 和 $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha)$ 均为满秩的 Vandermonde 矩阵, 因此存在一个 $2K(Q-2K)$ 的线性算子 \mathbf{P}_x , 使得 $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha) = \mathbf{P}_x^H \mathbf{A}_{1xQ}(\alpha)$ 。

根据式(22~23, 25), 可将 \mathbf{D}_x 做同样处理:

$$\mathbf{D}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{x1} \\ \mathbf{D}_{x2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中: \mathbf{D}_{x1} 为前 $2K$ 行; \mathbf{D}_{x2} 为后 $Q-2K$ 行, 且 $\mathbf{D}_{x2} = \mathbf{P}_x^H \mathbf{D}_{x1}$ 。

由以上方向矩阵和差分矩阵的关系式可以推导出 \mathbf{P}_x 为:

$$\mathbf{P}_x = \mathbf{A}_{1xQ}(\alpha)^{-H} \mathbf{A}_{2xQ}(\alpha)^H = (\mathbf{D}_{x1} \mathbf{D}_{x1}^H)^{-1} \mathbf{D}_{x1} \mathbf{D}_{x2}^H \quad (27)$$

定义 $\mathbf{Q}_x = [\mathbf{P}_x^T, -\mathbf{I}_{Q-2K}]^T$, 可以推得 $\mathbf{Q}_x^H \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) = \mathbf{0}_{(Q-2K) \times 2K}$ 。在此基础上, 定义 $\mathbf{a}(\alpha) = [1, \exp(j2\pi d/\lambda) \cos \alpha, \dots, \exp(j2\pi(Q-1)d/\lambda) \cos \alpha]^T$ 。 α 的估计值 $\bar{\alpha}$ 便是当损失函数 $f(\alpha)$ 为最小值时的值。

$$f(\alpha) = \mathbf{a}^H(\alpha) \prod_x \mathbf{a}(\alpha) \quad (28)$$

式中: $\prod_x = \mathbf{Q}_x (\mathbf{Q}_x^H \mathbf{Q}_x)^{-1} \mathbf{Q}_x^H$ 。

接着对 β 进行估计, 方法与对 α 估计一致, 求出 β 的估计值 $\bar{\beta}$ 。

在得到 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$ 的基础上, 通过配对进行联合估计, 得到最后的联合估计值, 参考文献[15], 其方法如下。首先定义一个量 $\mathbf{Z}_m(t) = [\mathbf{X}_m(t)^T, \mathbf{Y}_m(t)^T]^T$, 当 $m = 1$ 时:

$$\mathbf{Z}_1(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1(t) \\ \mathbf{Y}_1(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{xQ}(\alpha, \beta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_z(t) \quad (29)$$

式中: $\mathbf{X}_1(t)$ 和 $\mathbf{Y}_1(t)$ 分别为 x 轴和 y 轴第 1 个子阵阵元, 方向矩阵 $\mathbf{A}_{xQ}(\alpha, \beta)$ 可按式(30)推导:

$$\mathbf{A}_{xQ}(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{xQ}(\alpha) \\ \mathbf{A}_{yQ}(\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1xQ}(\alpha, \beta) \\ \mathbf{A}_{2xQ}(\alpha, \beta) \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中: $\mathbf{A}_{1xQ}(\alpha, \beta)$ 为前 $2K$ 行; $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha, \beta)$ 为后 $2Q-2K$ 行。

因为 $\mathbf{A}_{1xQ}(\alpha, \beta)$ 和 $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha, \beta)$ 均为满秩的 Vandermonde 矩阵, 因此存在一个 $2K \times (2Q-2K)$ 的线性算子 \mathbf{P}_z , 使得 $\mathbf{A}_{2xQ}(\alpha, \beta) = \mathbf{P}_z^H \mathbf{A}_{1xQ}(\alpha, \beta)$ 。

类比 3.1 节重构协方差矩阵的方法, 可以分别求出每一列的协方差矩阵 \mathbf{R}_m^z , 第 m 个差分矩阵 \mathbf{D}_{zm} 以及总的差分矩阵 \mathbf{D}_z 。参考式(26)对 \mathbf{D}_z 做如下处理:

$$\mathbf{D}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{z1} \\ \mathbf{D}_{z2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中: \mathbf{D}_{z1} 为前 $2k$ 行; \mathbf{D}_{z2} 为后 $2Q-2K$ 行, 且 $\mathbf{D}_{z2} = \mathbf{P}_z^H \mathbf{D}_{z1}$ 。

定义 $\mathbf{Q}_z = [\mathbf{P}_z^T, -\mathbf{I}_{2Q-2K}]^T$, 可以推得 $\mathbf{Q}_z^H \mathbf{A}_{zQ}(\alpha, \beta) = \mathbf{0}_{(2Q-2K) \times 2K}$ 。将 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$ 代入以下损失函数 $f(\alpha, \beta)$, $f(\alpha, \beta)$ 取最小值时对应的 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$ 的值即为最终估计值 $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$ 。

$$f(\alpha, \beta) = \mathbf{a}^H(\alpha, \beta) \prod_z \mathbf{a}(\alpha, \beta) \quad (32)$$

其中, $\prod_z = \mathbf{Q}_z (\mathbf{Q}_z^H \mathbf{Q}_z)^{-1} \mathbf{Q}_z^H$ 。

根据式(1), (2)可得方位角, 俯仰角与 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 的关系为:

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan(\cos \bar{\beta} / \cos \bar{\alpha}) \\ \phi &= \arcsin(\cos^2 \bar{\alpha} + \cos^2 \bar{\beta})^{1/2} \end{aligned} \quad (33)$$

根据以上分析, 得到算法流程如下:

步骤 1 求出 $\mathbf{X}(t)$, $\mathbf{X}_m(t)$, $7_{1m}(t)$ 和 \mathbf{R}_m^x 。再按照式(19~23)求出 \mathbf{D}_x 。

步骤 2 参照步骤 1, 同理求出 \mathbf{D}_y 。

步骤 3 将 \mathbf{D}_x 按照式(26)分解, 再按照式(27)计算 \mathbf{P}_x 。从而得到 \mathbf{Q}_x 表达式, 代入式(28), 求出 α 的估计值 $\bar{\alpha}$ 。

步骤 4 参照步骤 3, 得到 β 的估计值 $\bar{\beta}$ 。

步骤 5 将得到的 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$ 配对, 得到最终估计值 $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$ 。再按照式(33)得到二维 DOA 估计值 (θ, ϕ) 。

5 仿真结果与分析

5.1 算法的正确性验证

通过比较角度真实值 (θ, ϕ) 与估计值 $(\bar{\theta}, \bar{\phi})$ 的均方根误差(RMSE)来衡量角度估计性能, 在采用 N 次蒙特卡罗实验的情况下, RMSE 可表示为:

$$\begin{aligned} E_\theta &= \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\bar{\theta} - \theta)^2 \right)^{1/2} \\ E_\phi &= \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\bar{\phi} - \phi)^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (34)$$

式中: E_θ 为方位角的标准误差; E_ϕ 为仰角的标准误差。

为了验证本算法, 进行如下仿真。假设阵列为平面阵列, 有 $k=3$ 个窄带相干信号入射到阵列上, 其入射角度分别为 $(20^\circ, 20^\circ)$, $(40^\circ, 60^\circ)$, $(60^\circ, 80^\circ)$ 。 x 轴, y 轴方向阵元个数均为 15, 子阵个数为 10, 阵元间隔 $d = \lambda/2$, 角度搜索精度为 0.01° 。快拍数为 50, 信噪比 SNR 为 20 dB, 进行 500 次蒙特卡罗实

验。图 3 目标二维 DOA 估计值显示了 3 个信源条件下本算法的估计结果。从图中可看出,对 3 个目标的入射角度估计基本保持在真实值周围,波动较小。表明本算法能正确对二维 DOA 进行估计,并且精度较高。

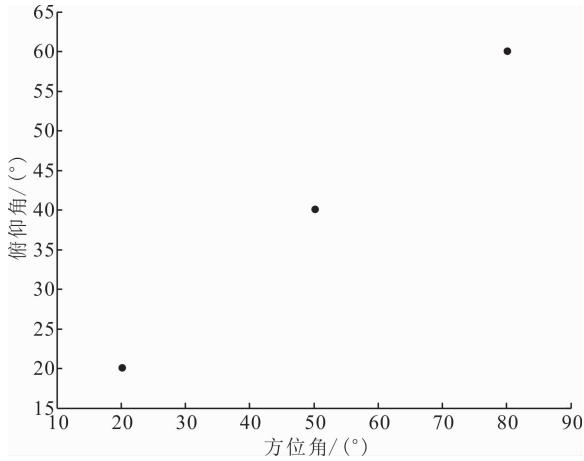


图 3 目标二维 DOA 估计值

5.2 信噪比与估计性能的关系

蒙特卡罗实验次数为 500,快拍数为 50, x 轴、 y 轴方向阵元个数均为 15,子阵个数为 10,信噪比分别取 -4 dB, 0 dB, 4 dB, 8 dB, 12 dB, 16 dB, 20 dB。其余参数同 5.1 节将本文算法与空间差分算法 (FSD)^[16] 和空间平滑算法 (FBSS)^[17] 进行比较,结果见图 4。

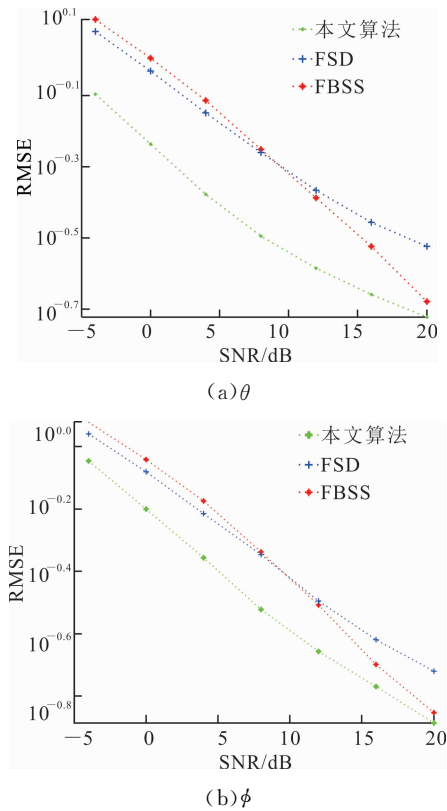


图 4 RMSE 与 SNR 关系图

由图 4 可得,本文算法性能相比 FSD 和 FBSS 算法有较大提高,因为本文所提方法不仅利用空间差分算法去掉了噪声项,减少了噪声的影响还通过重构协方差矩阵提高了阵元信息的利用率,所以相对另 2 种算法性能都有较大提高。在信噪比较小时, FSD 算法性能优于 FBSS,因为 FSD 算法减少了噪声的影响,所以性能更优,但在信噪比较大的情况下, FSD 算法因为损失了更多的阵元信息,所以估计性能比 FBSS 算法差。

5.3 快拍数与估计性能的关系

蒙特卡罗实验次数为 500, x 轴、 y 轴方向阵元个数均为 15,子阵个数为 10,信噪比取 20 dB,快拍数分别为 10, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200。其余参数同 5.1 节将本文算法与 FSD 和 FBSS 进行比较,结果见图 5。

由图 5 可得,本文算法性能相比 FSD 和 FBSS 算法有较大提高,不仅利用空间差分算法去掉了噪声项,减少了噪声的影响,还通过重构协方差矩阵提高了阵元信息的利用率,所以相对另 2 种算法性能都有较大提高。在较小快拍数时, FBSS 算法性能优于 FSD,因为 FSD 算法损失了更多的阵元信息,所以估计性能比 FBSS 算法差。此外可以看出 FSD 算法估计性能随着快拍数增大而减小,并且比 FBSS 算法估计性能的变化趋势更明显。

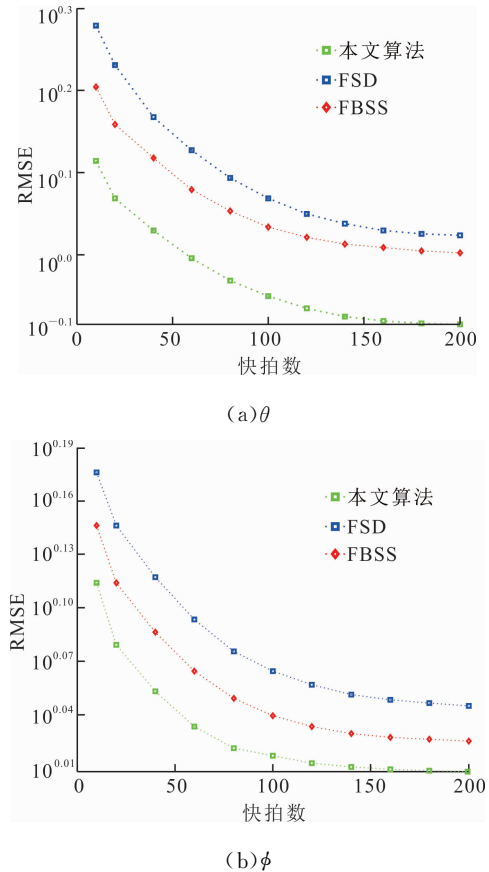


图 5 RMSE 与快拍数关系

6 结语

本文提出了一种改进的空间差分算法,通过重构子阵的协方差矩阵,将阵列接收信号协方差矩阵的所有信息加以利用,再建立差分矩阵,通过空间差分算法去除噪声影响。最后采用PM算法完成二维DOA估计。仿真结果表明,该算法相比传统解相干算法,能够充分利用阵元孔径信息,显著提高估计精度。

参考文献(References):

- [1] SCHMIDT R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation [J]. IEEE Trans Antennas Propag. 1986, 34(3): 276-280.
- [2] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques[J]. IEEE Trans Acoust, Signal Process, 1989, 37(7): 984-995.
- [3] DAI J, YE Z. Spatial Smoothing for Direction of Arrival Estimation of Coherent Signals in the Presence of Unknown Mutual Coupling[J]. IET Signal Process, 2011, 5(4): 418-427.
- [4] 石要武,陈森,单泽涛,等. 基于特征空间 MUSIC 算法的相干信号波达方向空间平滑估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2017, 47(1): 268-273.
SHI Y W, CHEN M, SHAN Z T. Spatial Smoothing Technique for Coherent Signal DOA Estimation Based on Eigen Space MUSIC Algorithm[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2017, 47(1): 268-273. (in Chinese)
- [5] 刘晓娣,周新力,肖金光. 基于空间平滑的单快拍波达方向估计算法[J]. 探测与控制学报, 2015, 37(6): 66-70.
LIU X T, ZHOU X L, XIAO J G. Single Snapshot DOA Estimation Algorithm Based on Spatial Smoothing[J]. Journal of Detection & Control, 2015, 37(6): 66-70. (in Chinese)
- [6] 刁鸣,安春莲. 独立信号与相干信号并存的二维 DOA 估计新方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2013, 40(5): 75-81.
DIAO M, AN C L. 2D DOA Estimation of Coexisting Uncorrelated and Coherent Signals[J]. Journal of Xidian University, 2013, 40(5): 75-81. (in Chinese)
- [7] 齐崇英,王永良,张永顺,等. 色噪声背景下相干信源 DOA 估计的空间差分平滑算法[J]. 电子学报, 2005, 33(7): 55-60.
QI C Y, WANG Y L, ZHANG Y S. Spatial Difference Smoothing Algorithm for DOA Estimation of Coherent Sources in the Presence of Colored Noise Fields [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(7): 55-60. (in Chinese)
- [8] 董玫,张守宏,吴向东,等. 未知相关噪声下的广义波达方向估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(3): 428-431.
DONG M, ZHANG S H, WU X D. Generalized Algorithm for Direction of Arrival Estimation under Unknown Correlated Noises[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(3): 428-431. (in Chinese)
- [9] 毛维平,李国林,谢鑫. 均匀圆阵相干信源二维波达方向估计[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(8): 1596-1601.
MAO W P, LI G L, XIE X. 2D-DOA Estimation of Coherent Signals Based on Uniform Circular Array[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(8): 1596-1601.
- [10] 赵玉垒. 二维 DOA 估计的快速算法研究[D]. 南京:南京信息工程大学, 2016.
ZHAO Y L. Research on Fast Algorithm of Two-Dimensional DOA Estimation[D]. Nanjing: Nanjing University of Information Science and Technology, 2016. (in Chinese)
- [11] 王秀红,毛兴鹏,张乃通. 基于降维稀疏重构的相干信源二维 DOA 估计方法[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(8): 1709-1715.
WANG X H, MAO X P, ZHANG N T. Two-Dimensional DOA Estimation for Coherent Sources Based on Reduction Dimension Sparse Reconstructi[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(8): 1709-1715. (in Chinese)
- [12] LIU F, WANG J, SUN C. Spatial Differencing Method for DOA Estimation under the Coexistence of Both Uncorrelated and Coherent Signals[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2012, 60(4): 2052-2062.
- [13] SHI J P, HU G P, ZHANG X F. Direction of Arrival Estimation in Low-Grazing Angle: A Partial Spatial-Differencing Approach[J]. IEEE Access, 2017, 5(3): 9973-9980.
- [14] DONG Y Y, DONG C X, XU J. Computationally Efficient 2-D DOA Estimation for L-shaped Array With Automatic Pairing[J]. IEEE Antennas and Wireless Profagation Letters, 2016, 50(15): 1669-1672.
- [15] WANG G M, XIN J M, ZHENG N N. Computationally Efficient Subspace-Based Method for Two-Dimensional Direction Estimation with L-shaped Array[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3197-3212.
- [16] LIU F, WANG J, SUN C, et al. Spatial Differencing Method for DOA Estimation under the Coexistence of Both Uncorrelated and Coherent Signals [J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2012, 60(4): 2052-2062.
- [17] PILLAI S U, KWON B H. Forward/Backward Spatial Smoothing Techniques for Coherent Signal Identification[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1989, 37(1): 8-15.

(编辑:徐敏)