

基于滑窗数据和过零检测的正弦频率估计新方法

戴光华^{1,2}, 肖治庭¹, 乐艳丽², 何成伟²

(1. 国防科技大学信息通信学院, 武汉, 430010; 2. 空军预警学院, 武汉, 430019)

摘要 过零检测法计算量小、实现方便,在正弦信号频率估计中有着广泛应用,但是在频率估计时易受随机噪声影响。为降低随机噪声对频率估计性能的影响,提出一种基于滑窗数据和过零检测的正弦频率估计新方法。首先,利用观测数据构造出多组滑窗数据,并应用过零检测法,获得多组频率预估计结果;然后通过门限处理剔除掉预估计结果中的频率野值点;最后将频率均值作为最终的估计结果。详细讨论了数据长度、滑动次数、相邻2次滑动的点数、采样频率等因素对频率估计的影响,结果表明新方法能够改善正弦信号的频率估计性能,数值仿真和实测数据均验证了其有效性。

关键词 频率估计;过零检测;滑窗数据

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.02.010

中图分类号 TP391 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)02-0066-06

New Method of Sinusoidal Frequency Estimation Based on Moving Window Data and Zero Crossing Detection

DAI Guanghua^{1,2}, XIAO Zhiting¹, LE Yanli², HE Chengwei²

(1. Academy of Information Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430010, China; 2. Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: Although the zero crossing detection algorithm is being applied widely in frequency estimation of a single sinusoid for its low computation and for the convenience of realization, the zero crossing method is easily effected by the stochastic noise in the frequency estimation performance. In order to solve this problem, a new method is presented based on moving window data and zero crossing detection. Firstly, the multi-groups moving window data are obtained from the observation data; Secondly, the pre-estimated frequency values are obtained by using the zero crossing detection algorithm in multi-groups moving window data; Then, the outliers of frequency values are removed by threshold processing. Finally, the average value is confirmed as an estimated result. A series of frequency estimation factors are discussed in detail, such as data length, slipping times, adjoining sliding point number and sampling frequency. The result shows that the proposed method can improve the performance of frequency estimation. And the new method is feasible.

Key words: frequency estimation; zero crossing detection; moving window

收稿日期: 2018-06-09

基金项目: 国家自然科学基金(61871397)

作者简介: 戴光华(1983—),男,湖北仙桃人,博士生,主要从事军事信息服务研究。E-mail:oumai@163.com

引用格式: 戴光华, 肖治庭, 乐艳丽, 等. 基于滑窗数据和过零检测的正弦频率估计新方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 66-71. DAI Guanghua, XIAO Zhiting, LE Yanli, et al. New Method of Sinusoidal Frequency Estimation Based on Moving Window Data and Zero Crossing Detection[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(2): 66-71.

参数估计是信号研究领域的一个重要发展方向,而估计受噪声污染的正弦信号的频率,则是其中的一个重要分支,在通信、雷达、声纳、生物医学等领域有着广泛的应用^[1-18]。目前研究者已提出多种正弦信号频率估计算法,从计算的复杂程度来划分,主要有离线算法和在线算法 2 大类。离线算法主要包括非参数化方法,如旋转不变(Esprit)法^[1-2]、多信号分类(Music)法^[3];参数化方法,如自回归(AR)模型法。在线算法主要包括过零检测法^[4]、及基于自适应陷波算法^[5-10]。离线算法性能优良,但运算量较大,不易实时处理;在线算法计算量较小,硬件上易于实现,因此其在实际中应用较多,如多普勒计程仪中频率的测量^[19]。

过零检测法作为在线算法之一,尽管其频率估计性能易受噪声影响,但对于低信噪比条件下的观测信号,可以先借助滤波算法抑制噪声,然后再运用过零检测估算频率,因此过零检测法在实际中仍具有一定的应用空间。对于一组观测数据,假定其信噪比在过零检测法的工作能力之内,如果直接运用过零检测法进行计算,只能得到频率的单个估计值,并且受随机噪声的影响,此估计值围绕真值具有波动性。为提高频率估计性能,本文利用多组滑窗数据和过零检测法,提出一种正弦信号频率估计新方法。

1 频率估计算法

设观测信号为:

$$x(n) = A \cos(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + \varphi_0) + v(n) \quad (1)$$

式中: A , f_0 , φ_0 分别表示正弦信号的幅度,频率和相位; f_s 为采样频率; $v(n)$ 为功率为 σ_v^2 的加性白噪声;信噪比为 $\text{SNR} = 10 \log(A^2 / 2\sigma_v^2)$ 。

过零检测法的基本思想是:在一个过零点初开始以非常高的时钟脉冲计数,来确定一定时间长度内过零点的个数,从而得到信号频率。频率计算公式为^[4]:

$$\hat{f} = \frac{(N_x - 1) f_s}{[p(N_x) - p(1)\delta(N_x) + \delta(1)]} \quad (2)$$

式中: $\delta(i) = \frac{x_{Bi}}{x_{Bi} - x_{Ai}}$, 表示第 i 个过零处的修正因子, x_{Ai} , x_{Bi} 分别为 $\delta(i)$ 相邻的负、正采样值;记采样值由负到正为 1 次过零,过零数为 N_x , $p(1)$ 、 $p(N_x)$ 分别为第 1 个和第 N_x 个过零点后第 1 个正采样时间序号。

由式(2)可知,修正因子 δ 影响着频率估计结果,而且频率计算公式中只需用第 1 个和第 N_x 个过零处的修正值。另外,修正因子直接由过零处的相邻负正采样值制约,随机噪声又影响着负正采样

值 x_{Ai} , x_{Bi} 的大小,因此修正因子具有一定波动性。如果直接运用过零检测法处理观测数据,就减弱了频率估计的可靠性。基于此,本文以传统过零检测算法为基础,给出一种正弦信号频率估计新方法,其流程图见图 1, W 表示滑动次数。

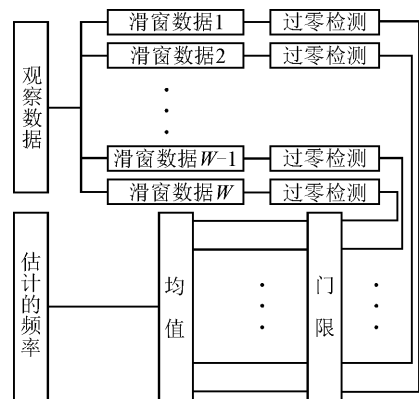


图 1 频率估计流程图

利用观测数据构造滑窗数据时,要根据数据长度大小和运算量要求合理选择滑动次数 W 和相邻 2 次滑动点数 N_p 。不失一般性,本文采用等长度的滑窗构造滑窗数据,滑窗数据长度 $N_w = N + N_p - WN_p$ 。滑动时从观测数据起始处计起,依次向数据尾部滑动。尽管相邻滑窗数据间噪声不是统计独立的,但随机噪声影响着第 i 个过零处的修正因子 $\delta(i)$,借助多组滑窗数据频率估计的统计均值,可提高频率估计性能,进而增强估计结果的可靠性。

门限处理主要是剔除或削弱由 W 组滑窗数据计算得到的某些频率野点,可按式(3)对输入的频率值进行处理:

$$f_{\text{out}}(i) = \begin{cases} \bar{f}, & |f_{\text{in}}(i) - \bar{f}_{\text{in}}| > f_{\text{gate}} \\ f_{\text{in}}(i), & |f_{\text{in}}(i) - \bar{f}_{\text{in}}| < f_{\text{gate}} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, W$; f_{gate} 为门限值; $\bar{f}_{\text{in}} = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^W f_{\text{in}}(i)$ 为 W 组滑窗数据频率估计的均值。门限值 f_{gate} 选取时可适当放宽,信噪比越高,相应由随机噪声引起的频率野点就越少,此时门限处理与否对结果影响很小,处理时可省略这一步骤。

2 数值仿真与性能分析

为保持与实测数据的统一,数值仿真参数参照詹纳斯配置的窄带多普勒计程仪湖上试验参数,采样频率为 $f_s = 50$ kHz,基频为 7 kHz,数值仿真中沿 x 轴方向的多普勒频偏设为 0 Hz。正弦信号初始相位 φ_0 服从 $(-\pi, \pi)$ 上的均匀分布。用频率测量偏差 ϵ 和频率测量标准差 σ_f 来评价频率估计方法的性能优劣。同时,克拉美罗限(CRLB)作为估计方差的下界,理论上它是任何估计算法所能够达到的

最好估计精度,因此实验中将 σ_f 和频率的克拉美罗限作了比较。 ϵ 、 σ_f 和噪声中实正弦信号频率的CRLB^[20]表达式分别为:

$$\bar{f} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} f_m \quad (4)$$

$$\epsilon = \bar{f} - f_0 \quad (5)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} (f_m - \bar{f})^2} \quad (6)$$

$$\text{var}(\hat{f})_0 \geq \frac{12f_s^2}{(2\pi)^2 \eta N(N^2-1)} \quad (7)$$

式中: f_m 为序列样本的测量频率; \bar{f} 为统计测量的均值; $\eta = A^2/2\sigma_n^2$ 。以下仿真中取蒙特卡罗仿真次数 $M=500$ 。

2.1 数据长度的影响

固定采样频率 f_s ,改变观测数据长度 N 。取 $N_p=1$, $W=100$,图2给出了 $N=512$ 和1 024时,传统过零检测法和新方法所估计得到的频率测量偏差 ϵ 及频率测量标准差 σ_f 随观测数据信噪比的变化曲线。

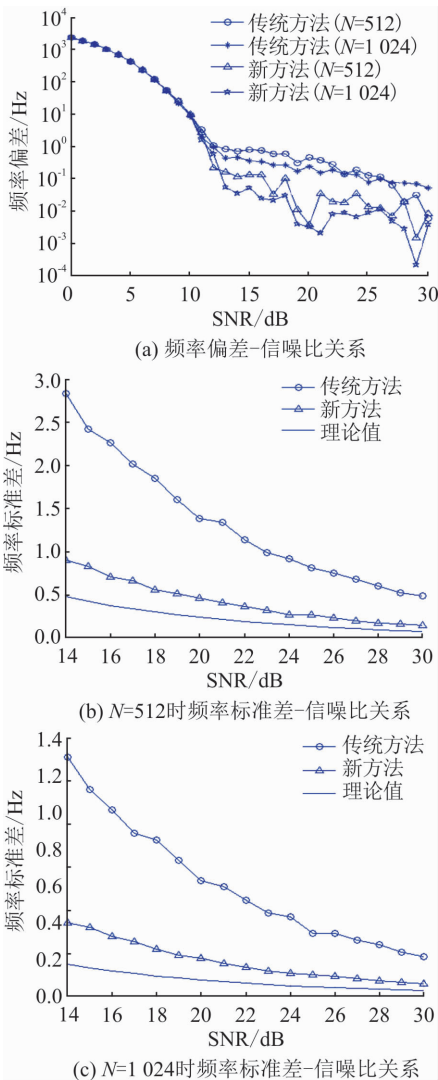


图2 不同数据长度时频率测量偏差、频率测量标准差与信噪比关系

由图2可看出,2种方法均易受噪声影响,这是由于信噪比偏低时,过零数 N_x 就会不准确,从而造成测频误差。但新方法频率测量的统计性能明显优于传统过零检测法,统计性能提高近10 dB,这是因为当信噪比逐渐增加到一定程度时,尽管能够保证过零数计算准确,但在频率计算公式(2)中, $B=f_s/[p(N_x)-p(1)-\delta(N_x)+\delta(1)]$ 的数量级一般在 10^1 Hz以上(如 $N=512$, $f_s=50$ kHz时,其数量级为 10^2 Hz),故分母中修正因子 $\delta(N_x)$ 和 $\delta(1)$ 的微小变动都将影响到频率的估算,而噪声又是随机的,因此不能保证 $p(1)$ 和 $p(N_x)$ 时刻修正因子为最优,所以新方法利用多组修正因子,将频率均值作为估计结果,可相应减弱随机噪声的影响,其优于传统方法是合理的。另外,对比图2(b)和2(c)知,采样频率固定时,增加数据长度,就减小了 B 的数量级,同时缩小了修正因子 δ 的范围,因此相应提高了测频精度。

2.2 滑动次数的影响

固定相邻2次滑动的点数 N_p ,改变滑动次数 W 。当 $N=1024$ 时, W 依次取50、100、300、500,并取 $N_p=1$ 。对应 $N=1024$,图3给出了取不同滑动次数 W 时,新方法所获得的频率测量偏差 ϵ 及频率测量标准差 σ_f 随信噪比的变化曲线。

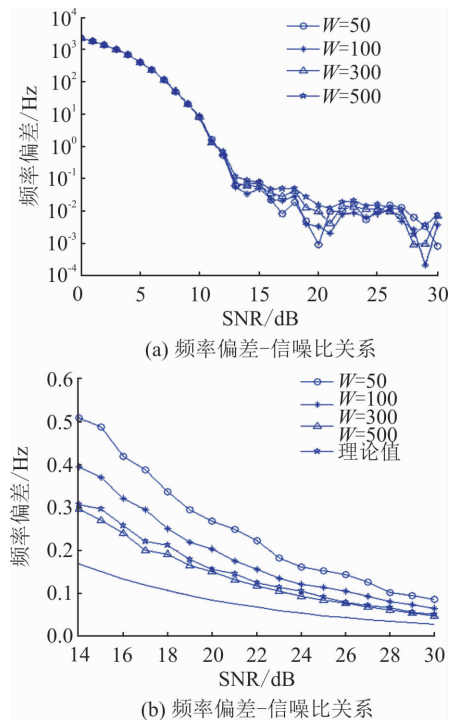


图3 不同滑动次数时频率测量偏差、频率测量标准差与信噪比关系

根据统计理论知识,当滑窗数据长度相同的条件下,滑动次数越多,即统计次数越多,估计误差会越小。不过,由于待处理的原始数据长度是固定值,因此改变滑动次数时,相应的滑窗数据长度会相应

发生变化。如滑动次数 $W=1$ 时,滑窗数据长度 $N_w=N$,此时会退化为传统的过零检测法。当滑动次数增加时,滑窗数据长度 $N_w=N+N_p-WN_p$ 就会减小。依据 2.1 节和实正弦信号频率的 CRLB 理论可知,参与运算的数据长度越小,估计性能会变差。因此,从测量误差角度分析,当原始数据长度固定的条件下,并不是滑动次数越多,估计性能越好。由图 3(b) 可看出,随着滑动次数由小增大,估计性能会越来越好,这个趋势与理论是吻合的。但是当滑动次数增大到一定数值时,如本仿真中 $W=500$, $N=1\ 024$,滑窗数据长度会减小到 $N_w=525$,数据长度降低将近一半,而 $W=300$ 同时兼顾了统计次数和数据长度的影响,综合性能反而会更优一些。因此,在实际应用中,不要一味增加滑动次数,还要考虑到滑窗数据长度的影响。

2.3 相邻 2 次滑动点数的影响

固定滑动次数 W ,改变相邻 2 次滑动的点数 N_p 。当 $N=1\ 024$ 时, N_p 依次取 1、2、3、4、5、6、9, 并取 $W=100$ 。对应 $N=1\ 024$,图 4 给出了取不同相邻 2 次滑动点数 N_p 时,新方法所获得的频率测量偏差 ϵ 及频率测量标准差 σ_f 随信噪比的变化曲线。

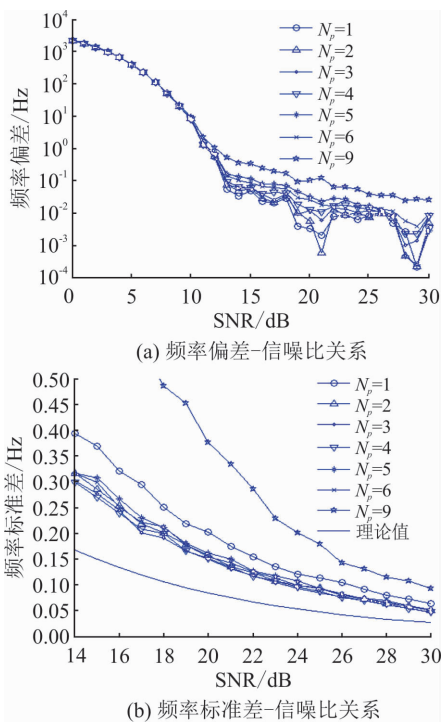


图 4 不同相邻 2 次滑动点数时频率测量偏差、频率测量标准差与信噪比关系

由图 4 可看出,改变相邻 2 次滑动点数 N_p 同样影响着频率估计性能,具体体现为 3 点:①当固定 N 和 W 时,由于 $N_w=N+N_p-WN_p$ 中 WN_p 为倍乘关系,如果 N_p 值过大,滑窗数据长度 N_w 会急剧减小,理论上得不到最佳的估计结果,这也是图 4

中 $N_p=9$ 时性能最差的原因;②当 N_p 值过小时,虽然滑窗数据长度 N_w 较大,但是每次滑动时的频率估算值更新较慢,例如特例 $N_p=0$ 时,就会重复得到 W 次相同的频率值,频率估计性能完全没有得到改善。适当加大 N_p 值有助于单次频率估算值的更新,但要考虑到滑窗数据长度的影响;③当参数 N 固定时,对照图 3(b) 和图 4(b) 可知, $W=300$ 、 $N_p=1$ 时的频率估计性能与 $W=100$ 、 $N_p=3$ 时近似,这是因为前者虽然滑动次数多,但滑窗数据的频率估算值有重复,而后者借助 N_p 的改变,加快了频率估算值的更新。而运算量又是与滑动次数成正比的,实际应用中要选取滑动次数少的情况。因此,结合图 4 的统计分析,本文中将相邻 2 次滑动的点数 N_p 设为 2 或 3 较为合适,会综合考虑到滑动次数、滑窗数据长度和运算量的影响。

2.4 采样频率的影响

固定观测时间 $T=0.02$ s,改变采样频率 f_s ,使其为分别为 $f_s=4f_0$ 、 $5f_0$ 、 $7f_0$ 、 $8f_0$ 。新方法中 $W=100$, $N_p=2$,图 7 给出了传统过零检测法和新方法估计得到的频率测量标准差 σ_f 随观测数据信噪比的变化曲线。

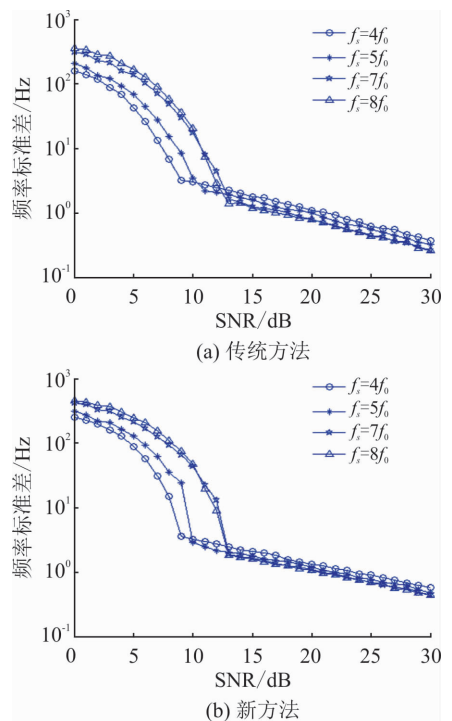


图 5 不同采样频率时频率测量标准差与信噪比关系

对比图 5(a) 和图 5(b) 可知,新方法频率标准差的统计特性优于传统方法,而且当信噪比 $\text{SNR}>13$ dB 时,增加采样频率,能够降低频率的标准差,但新方法中要注意 N_p 的调整,保证修正因子的更新。由图 5 还可发现,低信噪比时,采样频率小的测量结果相对要好一些,这是因为低信噪比时,随机噪声影响较严重,采样频率越大,对过零点测量就越不准

确,导致较大的测频误差。

2.5 运算量分析

工程实践中,不仅要考虑算法的性能,同时还要考虑运算量大小。数据长度为 N 的观测信号,运用过零检测法进行频率估算时,需要循环次数为 $N-1$ 的过零判断,外加 4 次四则运算,其运算量记为 T_1 ;新方法的运算量 T_2 ,包括 W 次循环次数为 $N+N_P-WN_P-1$ 的过零判断, W 次门限判别和 $W+4$ 次四则运算,信噪比较高时可忽略门限判别;现代谱估计的运算量 T_3 ,包括相关矩阵的求解、矩阵的分解、参数的求取以及谱峰的搜索等,运算量较大,而且实现复杂。因此,利用过零检测计算的高效性,在新方法中通过调节滑动次数 W 以及相邻 2 次滑动点数 N_P ,可满足实时处理的要求。

3 实测数据分析

利用詹纳斯配置的窄带多普勒计程仪经湖上试验得到的实测回波数据,对传统过零检测法和新方法的频率估计值进行比较。实测数据采样频率 $f_s=50$ kHz,混频后基频降至 70 kHz,沿 x 轴方向的多普勒频偏为 $-30\sim 100$ Hz。频率估计时,将传统过零检测法和新方法的频率估计结果与 AR 模型谱估计、Music 算法估计结果进行比对。截取通道 3 某时刻的部分有效回波数据,其长度 $N=1\ 024$,新方法中取 $W=100$ 、 $N_P=3$,表 1 给出了各算法频率估计的比较结果,单位为 Hz。由实测结果可知,新方法估计值更贴近现代谱估计方法。基于 Intel Core 2 处理器和 Matlab 2010 运算软件,传统过零检测法耗时 $9.95e-5$ s,新方法耗时 $7.16e-3$ s,AR 模型谱估计耗时 $1.25e-2$ s,Music 算法耗时 $7.28e-2$ s,其中过零检测类方法无须建立复杂的库函数,更容易工程硬件实现。此外,取不同时刻的 50 组实测回波数据,每组中以 Music 算法测量结果为参考,传统过零检测的测量偏差均值为 1.55 Hz,而新方法的测量偏差均值为 0.06 Hz,可见新方法鲁棒性较好。

表 1 不同算法对实测数据频率估计的比较

传统过零检测	新方法	AR 谱估计	Music 算法
7 030.01	7 031.78	7 031.65	7 031.73

4 结语

在传统过零检测方法的基础上,本文针对频率估计性能易受背景噪声影响问题,提出了一种基于滑动数据和过零检测的正弦信号频率估计新方法。

文中就仿真数据和实测数据对新方法分别进行了性能分析和验证。分析表明,新方法通过对观测数据构造多组滑动数据,从而借助修正因子的更新,利用频率的统计均值作为估计结果,较传统方法大大提高了频率估计性能。不过在应用时要兼顾滑动次数 W 、相邻 2 次滑动的点数 N_P 、采样频率 f_s 以及运算量间的协调统一,以求适应工作环境的要求和达到满意的估计性能。

参考文献(References):

- [1] ROY R, KAILATH T. ESPRIT Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques [J]. IEEE Trans ASSP, 1989, 37(7): 984-995.
- [2] LIU W, PIAO S C, GUO J Y, et al. Frequency Domain Polarization Weighted ESPRIT Method for Bearing Angle [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2014(5): 769-775.
- [3] STOCIA P, ERIKSSON A. MUSIC Estimation of Real-valued Sine-Wave Frequencies [J]. Signal Processing, 1995, 42(2): 139-146.
- [4] FRIEDMAN V. A Zero Crossing Algorithm for the Estimation of the Frequency of a Single Sinusoid in White Noise [J]. IEEE Trans SP, 1994, 42(6): 1565-1569.
- [5] PEI S C, TSENG C C. Adaptive IIR Notch Filter Based on Least Mean P-power Error Criterion [J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1993, 40(8): 525-529.
- [6] TEDESCO F, CASAVOLA A, FEDELE G. Unbiased Estimation of Sinusoidal Signal Parameters via Discrete-Time Frequency-Locked-Loop Filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(3): 1484-1490.
- [7] FAN L, QI G. A New Synthetic Frequency Estimation Method of Sinusoid Based on Interpolated FFT [C]// Fifth International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control, Qinhuangdao, 2015: 1725-1729.
- [8] ABOUTANIOS E. Estimating the Parameters of Sinusoids and Decaying Sinusoids in Noise [J]. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, 2011, 14(2): 8-14.
- [9] PUNCHALARD R, WARDKEIN P. Linear Prediction Based Adaptive Algorithm for a Complex Sinusoidal Frequency Estimation [J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2013, 67(6): 521-527.
- [10] 张世平, 赵永平. 一种改进的自适应格型陷波算法及其收敛性分析 [J]. 电子学报, 2004, 32(2): 338-341.
ZHANG S P, ZHAO Y P. A Modified Adaptive Algo-

- rithm of Lattice Notch Filter and Its Convergence Analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 338-341. (in Chinese)
- [11] 韩仲祥,夏靖波,王元一,等. 高斯白噪声中单频复正弦信号频率估计新方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(3): 68-71.
HAN Z X, XIA J B, WANG Y Y, et al. A New Method for Frequency Estimation of Single Complex Sinusoid in White Gaussian Noise[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2003, 4(3): 68-71. (in Chinese)
- [12] 柏果,程郁凡,唐万斌,等. 利用 DFT 和迭代校正的正弦信号频率估计算法[J]. 信号处理, 2017, 33(12): 1536-1541.
BAI G, CHENG Y F, TANG W B, et al. A Frequency Estimation Algorithm of Sinusoidal Signal Capable of DFT and Iterative Correction [J]. Journal of Signal Processing, 2017, 33(12): 1536-1541. (in Chinese)
- [13] 张威,李松,刘进忙,等. 基于频差修正的余弦信号频率估计算法[J]. 传感器与微系统, 2017, 36(9): 121-124.
ZHANG W, LI S, LIU J M, et al. Frequency Estimation Algorithm for Cosine Signal Using Frequency-Offset Correction[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2017, 36(9): 121-124. (in Chinese)
- [14] 谭钊章,李宏伟,樊昌周,等. 基于 LE 和 IIN 算法的正弦信号频率估计算法[J]. 探测与控制学报, 2017, 39(4): 119-123.
TAN C Z, LI H W, FAN C Z, et al. Frequency Estimator of Sinusoid Signal Based on LE and IIN Algorithm [J]. Journal of Detection & Control, 2017, 39(4): 119-123. (in Chinese)
- [15] 孙宏军,王小威. 基于幅值-相角判据的修正 Rife 正弦波频率估计算法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2018, 51(8): 810-816.
SUN H J, WANG X W. Modified Rife Algorithm for Frequency Estimation of Sinusoid Wave Based on Amplitude and Phase Criterion[J]. Journal of Tianjin University: Science and Technology, 2018, 51(8): 810-816. (in Chinese)
- [16] 李夏,郭英,张坤峰,等. 基于频移修正的线性方程频率估计算法[J]. 探测与控制学报, 2015, 37(4): 66-71.
LI X, GUO Y, ZHANG K F, et al. Modified Linear Equation Frequency Estimator Based on Frequency Shift [J]. Journal of Detection & Control, 2015, 37(4): 66-71. (in Chinese)
- [17] 高瑞令,吴晓富,颜俊,等. 改进的 DFT 正弦信号频率估计[J]. 信号处理, 2014, 30(9): 1071-1077.
GAO R L, WU X F, YAN J, et al. A Modified DFT-based Frequency Estimator for Sinusoidal Signals[J]. Journal of Signal Processing, 2014, 30(9): 1071-1077. (in Chinese)
- [18] 殷波. 正弦信号频率估计算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2015.
YIN B. Research on the Algorithm of Sinusoidal Frequency Estimation[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2015. (in Chinese)
- [19] 张殿伦. 舰船声学测速技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2001.
ZHANG D L. Research on Ship Acoustic Velocity Measurement Technology [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2001. (in Chinese)
- [20] STEVEN M K. 统计信号处理基础—估计与检测理论[M]. 罗鹏飞等,译. 北京: 电子工业出版社, 2011.
STEVEN M K. Fundamentals of Statistical Processing-Estimation and Detection Theory [M]. Translated by LUO P F, et al. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011. (in Chinese)

(编辑: 徐敏)