

一种优化嵌套 MIMO 的无孔差合阵列设计

刘巧鸽¹, 王布宏¹, 李夏¹, 刘帅琦², 沈海鸥³

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077; 2. 93995 部队, 西安, 710306; 3. 95486 部队, 成都, 610043)

摘要 针对现有嵌套 MIMO 阵列自由度有限的问题, 提出一种基于优化嵌套阵的优化改进方案。其不止保留了嵌套 MIMO 阵列设计的原有优势, 具有阵元位置以及自由度的闭合表达式, 而且极大程度地提高了阵列孔径以及自由度。优化嵌套 MIMO 阵列设计首先将优化嵌套阵作为发射和接收阵, 其次对 MIMO 阵列的合阵进行做差处理, 得到阵元位置的差合阵列。通过合理的设计发射和接收阵的阵元间距, 可以获得一个无孔的差合阵列。当阵元总数给定的时候, 通过分析阵列结构的特点, 可以得到发射和接收阵的最佳阵元数目。仿真实验表明, 与嵌套 MIMO 阵列设计相比, 所提方法在不增加实际阵元数目的情况下可以有效扩展阵列孔径, 增加自由度, 从而提高 MIMO 雷达波达方向估计精度。

关键词 MIMO 阵列; 嵌套阵列; 差合阵列; 自由度; 波达方向估计

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.02.006

中图分类号 TN820 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)02-0035-07

An Optimized Nested MIMO Array with Hole-Free Difference Array

LIU Qiaoge¹, WANG Buhong¹, LI Xia¹, LIU Shuaiqi², SHEN Haiou³

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Unit 93995, Xi'an 710306, China; 3. Unit 95486, Chengdu 610043, China)

Abstract: Aimed at the problems that the degree of freedom in the current nested MIMO array (Multiple-Input Multiple-Input Multiple Output Multiple Array) is limited, an optimized nested array is proposed, i. e. to optimize the nested MIMO array design. This method not only retains the original advantage of nested MIMO array design - closed expression with array element position and degree of freedom, but also greatly improves the array aperture and degree of freedom (DOF). Firstly, the optimized nested array is used as the transmitting and receiving arrays, and then the difference between the MIMO arrays is processed to obtain the difference array of array elements. By properly designing the array spacing of the transmitting and receiving arrays, a non-porous difference matrix can be obtained. When the total number of array elements is given, by analyzing the characteristics of the array structure, the best array element number of the transmitting and receiving arrays can be obtained. The simulation experiments show that compared with the nested MIMO array design, the proposed method can effectively expand the array aperture, increase the degree of freedom, and increase the DOA estimation accuracy of the MIMO radar under condition of non-increasing the number of actual array elements.

收稿日期: 2018-10-17

基金项目: 国家自然科学基金(61671465)

作者简介: 刘巧鸽(1995—), 女, 陕西西安人, 硕士生, 主要从事雷达阵列信号处理研究。E-mail: 18829292513@163.com

引用格式: 刘巧鸽, 王布宏, 李夏, 等. 一种优化嵌套 MIMO 的无孔差合阵列设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 35-41. LIU Qiaoge, WANG Buhong, LI Xia, et al. An Optimized Nested MIMO Array with Hole-Free Difference Array[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(2): 35-41.

Key words: MIMO array; nested array; difference co-array of the sum co-array; degree of freedom; direction of arrival estimation

MIMO 雷达^[1-2]是近几年的一个研究热点,通过发射正交或不相干波形并且在接收端利用匹配滤波器组接收回波信号,可以产生一个具有更大孔径以及更高自由度的虚拟阵列。根据 MIMO 雷达发射接收阵列位置配置的不同,可以将其分为分布式 MIMO 雷达^[3]和共址 MIMO 雷达^[4],后者可以提供更高的角度分辨能力以及更好的目标参数估计性能,所以本文针对共址 MIMO 雷达进行研究。

由于基础的 MIMO 雷达发射阵和接收阵均为均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA),其中均匀线阵的孔径长度较小,并且所形成的虚拟阵列只是发射阵和接收阵的合阵,所以 MIMO 雷达的虚拟孔径是有限的,其自由度也是有限的。因此可以从提高发射阵和接收阵的自由度入手,来提高 MIMO 雷达的自由度。早期的研究提出了具有闭合表达式的稀疏阵列例如嵌套阵^[5-7]、互质阵^[8-10]以及最小冗余阵^[11-12],这些阵列通过利用接收数据的二阶统计量可以提供比均匀线阵更大的孔径、更高的自由度。即使信源数目大于阵元数目,也可以通过波达方向估计有效地检测出所有信源的位置。

对此,文献[13]提出了最小冗余 MIMO 阵列,其将最小冗余阵作为发射和接收阵,并且对 MIMO 雷达产生的合阵进行做差处理,得到接收阵元数目的虚拟扩展,从而大幅度提高阵列的自由度,但是这种雷达阵列结构的稀疏优化通常涉及很大的计算量。文献[14]提出了互质 MIMO 阵列,这个阵列设计将文献[11]中的最小冗余阵替换为互质阵,虽然降低了计算量,提高了阵列的自由度,但是其差合阵是一个有孔的线阵,不能利用空间平滑(Spatial Smoothing, SS)算法来解相关信号然后进行准确的 DOA 估计。文献[15]提出了一种将嵌套阵作为发射阵和接收阵的嵌套 MIMO 阵列设计,虽然可以进一步提高 MIMO 雷达的自由度,并且得到无孔的均匀线阵,但由于嵌套阵的自由度是有限的,所以嵌套 MIMO 阵列的自由度也是有限的。

本文基于优化嵌套阵的思想,对嵌套 MIMO 阵列的收发端进行改进。多层嵌套阵的自由度虽然比较高,但它的差集阵列是有孔的线阵,因此嵌套 MIMO 采用 2 层嵌套阵作为收发阵列。但是 2 层嵌套阵的自由度有限,导致嵌套 MIMO 的自由度有限。因此本文对 2 层嵌套阵的阵元位置分布进行了改进,得到了具有更高自由度且差集阵列为无孔均匀线阵的优化嵌套阵列。

1 优化嵌套阵列结构

优化嵌套阵是通过改进两层嵌套阵的阵元位置分布,降低冗余度,从而进一步扩展阵列孔径。其由 2 个均匀线阵和 1 个单独的阵元构成,第 1 层均匀线阵由阵元间距为 d 的 M_1 个阵元组成,第 2 层均匀线阵是由阵元间距为 $(M_1 + 2)d$ 的 M_2 个阵元组成,单独的阵元置于距第 2 层均匀线阵距离为 $(M_1 + 1)d$ 的位置,见图 1。因此,阵元总数 M 等于 $M_1 + M_2 + 1$,用 $p_i d$ 表示第 i 个阵元的位置。

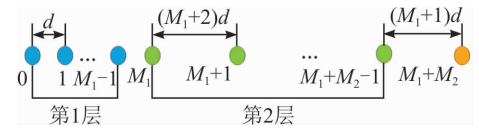


图 1 优化嵌套阵结构

对图 1 的优化嵌套阵的任意 2 个阵元位置进行做差处理,并将得到的位置差作为新阵元位置,得到优化嵌套阵的差阵,差阵的位置集表示为:

$$A = \{p_i - p_j\}d, \quad i, j = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

在 A 中共有 M^2 个元素,但一些元素是重复的,将其定义为冗余元素,去除后将剩下的元素按照由小到大重新排列,得到去冗余后的差阵的位置集 A_u 。图 2 展现了一个阵元总数为 5 的优化嵌套阵原始阵列以及差阵。

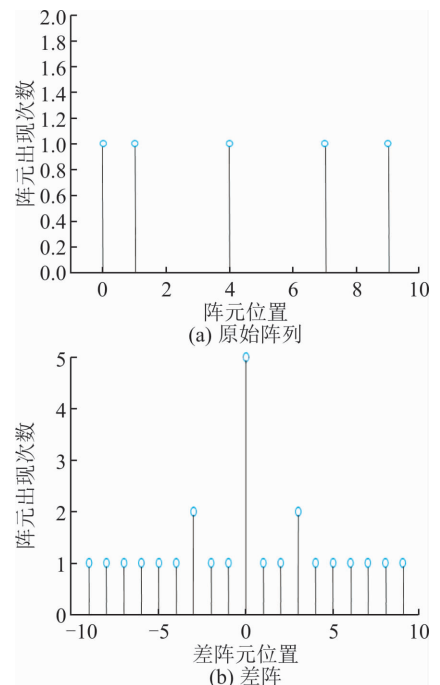


图 2 $m=5$ 的优化嵌套阵列

从图 1 可以得到优化嵌套阵的孔径长度为:

$$L = [M_1 + (M_2 - 1)(M_1 + 2) + M_1 + 1]d = (M_1 M_2 + 2M_2 + M_1 - 1)d \quad (2)$$

根据差阵的对称特性^[3], 优化嵌套阵的自由度为:

$$D_M = 2 \frac{L}{d} + 1 = 2M_1 M_2 + 4M_2 + 2M_1 - 1 \quad (3)$$

去冗余后的差阵列为具有 D_M 个虚拟阵元的线性均匀满阵, 其阵元位置为:

$$\{md, m = -M_e, -M_e + 1, \dots, M_e, M_e = \frac{D_M - 1}{2}\} \quad (4)$$

根据式(3), 可以在总阵元数固定为 $M = M_1 + M_2 + 1$ 的情况下, 通过算术-几何平均不等式最优化两层均匀线阵的阵元个数分配, 从而让阵列具有最高的自由度。见表 1。

表 1 优化嵌套阵列结构的阵元个数最优化分配

M	M_1, M_2 最佳取值
偶数	$M_1 = M/2 - 1, M_2 = M/2$
奇数	$M_1 = (M - 1)/2 - 1, M_2 = (M + 1)/2$

将 M_1, M_2 的最佳取值代入式(3), 可以得到优化嵌套阵的自由度 D_M :

$$D_M = \begin{cases} M^2/2 + 2M - 3, & M \text{ 为偶数} \\ M^2/2 + 2M - 7/2, & M \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (5)$$

2 MIMO 雷达信号模型

假设有一个具有 M 个发射天线和 N 个接收天线的共址 MIMO 雷达系统, 发射阵和接收阵均为优化嵌套阵, 他们的阵元位置集分别表示为 $\{p_{T,m}\}_{m=1}^M$ 和 $\{p_{R,n}\}_{n=1}^N$, 其中 $\{p_{T,m}\}$ 和 $\{p_{R,n}\}$ 是半波长的整数倍, 发射阵最小阵元间距为 d 。发射端发射 M 个相互正交的波形, 由第 m 个发射天线发射的信号复包络为:

$$s_m(t) = \sqrt{E/M} \phi_m(t), m = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

式中: t 为一个雷达脉冲内的时间参数; E 为一个雷达脉冲内的全部发射能量; $\phi_m(t)$ 为第 m 个基瓣波形信号。因为不同天线发射的波形是正交的, 将波形归一化到具有单位能量, 即 $\int_T |\phi_m(t)|^2 dt = 1, m = 1, 2, \dots, M$, 其中 T 为雷达脉冲宽度。

假设存在 Q 个信源, 接收阵列观测值的接收复矢量可写为:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{r}_q(t) \mathbf{b}(\theta_q) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{b}(\theta) = [e^{jkp_{R,1} \sin\theta}, e^{jkp_{R,2} \sin\theta}, \dots, e^{jkp_{R,N} \sin\theta}]^T$ 是接收

导向矢量, 其中 $k = 2\pi/\lambda$; $\mathbf{n}(t)$ 为 $N \times 1$ 的零均值的高斯白噪声; $\mathbf{r}_q(t) = \sqrt{E/M} \beta_q(\theta_q) \mathbf{a}^T(\theta_q) \boldsymbol{\phi}(t)$, 是对第 q 个信源的雷达回波。对于这个公式, $\beta_q(\theta_q)$ 和 θ_q 分别是反射系数与信源空间角度, $\mathbf{a}(\theta_q) = [e^{jkp_{T,1} \sin\theta_q}, e^{jkp_{T,2} \sin\theta_q}, \dots, e^{jkp_{T,M} \sin\theta_q}]$ 是第 q 个信源的发射导向矢量, $\boldsymbol{\phi}(t) \triangleq [\phi_1(t), \dots, \phi_m(t)]^T$ 是波形矢量。假定每个信源的反射系数 $\beta_q(\theta_q)$ 在同一个脉冲期间是恒定不变的, 不同的脉冲期间是变化的。

利用发射波形的正交特性, 可以使用匹配滤波器来提取式(7)中第 m 个波形的 $N \times 1$ 维的接收数据, 如下所示:

$$\mathbf{x}_m \triangleq \int_T \mathbf{x}(t) \phi_m^*(t) dt, m = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

式中: $(\cdot)^*$ 是共轭运算符。将 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$ 叠加在一个列向量中, 可以获得 $MN \times 1$ 维的虚拟数据矢量:

$$\mathbf{y} \triangleq [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_M^T]^T =$$

$$\sqrt{E/M} \sum_{q=1}^Q \beta_q(\theta_q) \mathbf{a}(\theta_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q) + \hat{\mathbf{n}} \quad (9)$$

式中: \otimes 表示 Kronecker 乘积; $\hat{\mathbf{n}}$ 是 $MN \times 1$ 维的噪声项。

$$\mathbf{u}(\theta) \triangleq \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{b}(\theta) = (e^{jk(P_{T,1} + P_{R,1}) \sin\theta}, e^{jk(P_{T,2} + P_{R,2}) \sin\theta}, \dots, e^{jk(P_{T,3} + P_{R,N}) \sin\theta}, \dots, e^{jk(P_{T,M} + P_{R,1}) \sin\theta}, e^{jk(P_{T,M} + P_{R,2}) \sin\theta}, \dots, e^{jk(P_{T,M} + P_{R,N}) \sin\theta})^T \quad (10)$$

通过以上分析可知, MIMO 雷达从发射端发射相互正交的波形并且在接收端利用匹配滤波器组接收波形, 可以合成一个具有 MN 个阵元的虚拟阵列, 其阵元位置集表示为:

$$\{p_g\} =$$

$$\{p_{T,m} + p_{R,n} | m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N\} \quad (11)$$

式中: $g = 1, 2, \dots, MN$, 从式(11)可以看出 MIMO 雷达虚拟阵列的阵元位置是发射阵和接收阵阵元位置的直和。因此, 我们称这个虚拟阵列为 MIMO 雷达的合阵。

3 优化嵌套 MIMO 阵列

3.1 阵列模型

优化嵌套 MIMO 阵列可以通过 3 步构建:

1) 将具有 M 个阵元的优化嵌套阵作为发射阵, 它的阵元位置表示为:

$$\{p_{T,m}\} = \{a_m | m = 1, 2, \dots, M\} \quad (12)$$

式中: $\{a_m\}_{m=1}^M$ 是优化嵌套阵的阵元位置集。

2) 接收阵为另一具有更大最小阵元间距 S 的优化嵌套阵, 它的阵元位置表示为:

$$\{p_{R,n}\} = \{b_n \cdot S | n = 1, 2, \dots, N\} \quad (13)$$

式中: $\{b_n\}_{n=1}^N$ 是优化嵌套阵的阵元位置序列。将式(12)和(13)代入式(10), 式(10)虚拟阵列的导向矢量表达式变为:

$$\mathbf{u}(\theta) \triangleq \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{b}(\theta) = (e^{jk(a_1+b_1)S \sin\theta}, e^{jk(a_2+b_2)S \sin\theta}, \dots, e^{jk(a_1+b_N)S \sin\theta}, \dots, e^{jk(a_M+b_1)S \sin\theta}, e^{jk(a_M+b_2)S \sin\theta}, \dots, e^{jk(a_M+b_N)S \sin\theta})^T \quad (14)$$

3) 对式(9)两边同乘 $\sqrt{M/E}$, 可得:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sum_{q=1}^Q \beta_q(\theta_q) \mathbf{u}(\theta_q) + \sqrt{M/E} \tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{U} \boldsymbol{\beta} + \sqrt{M/E} \tilde{\mathbf{n}} \quad (15)$$

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1(\theta_1), \dots, \mathbf{u}_Q(\theta_Q)]$ 为虚拟阵列 $MN \times Q$ 维的流型矩阵, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1(\theta_1), \dots, \beta_Q(\theta_Q)]^T$ 为目标反射系数向量。

根据做差处理算法, 构造 $\tilde{\mathbf{y}}$ 的自相关矩阵:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H} = E[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] = E[(\mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{M/E}\tilde{\mathbf{n}})(\mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{M/E}\tilde{\mathbf{n}})^H] =$$

$$\mathbf{U} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \\ \vdots \\ \sigma_Q^2 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H + \frac{M}{E} \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (16)$$

式中: $E[\cdot]$ 表示求期望; σ_q^2 表示信源功率, $q=1, 2, \dots, Q$; σ_n^2 为噪声功率。

对 $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H}$ 矢量化, 得到:

$$\hat{\mathbf{y}} = \text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H}) = \text{vec}\left[\sum_{q=1}^Q \sigma_q^2 \mathbf{u}(\theta_q) \mathbf{u}^H(\theta_q)\right] + \frac{K}{M} \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{I}} = (\mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U}) \mathbf{p} + \frac{K}{M} \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{I}} = \mathbf{U}_{\text{new}} \mathbf{p} + \frac{K}{M} \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{I}} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_Q^2]$ 表示信源功率矢量, $\tilde{\mathbf{I}} = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_N^T]^T$, \mathbf{e}_i 代表第 i 个元素为 1, 其他元素都为 0 的列矢量, 符号 \oplus 表示 KR 乘积。则可得到差合阵列的 $M^2 N^2 \times Q$ 维的阵列流形矩阵:

$$\mathbf{U}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} e^{jk(a_1+b_1)S^{-a_1-b_1}S \sin\theta_1} & \dots & e^{jk(a_1+b_1)S^{-a_1-b_1}S \sin\theta_Q} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{jk(a_M+b_N)S^{-a_1-b_1}S \sin\theta_1} & \dots & e^{jk(a_M+b_N)S^{-a_1-b_1}S \sin\theta_Q} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{jk(a_1+b_1)S^{-a_M-b_N}S \sin\theta_1} & \dots & e^{jk(a_1+b_1)S^{-a_M-b_N}S \sin\theta_Q} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{jk(a_M+b_N)S^{-a_M-b_N}S \sin\theta_1} & \dots & e^{jk(a_M+b_N)S^{-a_M-b_N}S \sin\theta_Q} \end{bmatrix} \quad (18)$$

由此可得差合阵的位置集:

$$\{p_{T,m} + p_{R,n} - p_{T,m'} - p_{R,n'}\} = \{a_m + b_n S - a_{m'} - b_{n'} S \mid m, m' = 1, 2, \dots, M; n, n' = 1, 2, \dots, N\} \quad (19)$$

差合阵的位置集又可以表示为:

$$\{p_{T,m} + p_{R,n} - p_{T,m'} - p_{R,n'}\} = \{a_m - a_{m'} + (b_n - b_{n'})S \mid m, m' = 1, 2, \dots, M;$$

$$n, n' = 1, 2, \dots, N\} \quad (20)$$

式中: $(a_m - a_{m'})$ 和 $(b_n - b_{n'})$ 分别为发射阵和接收阵的差阵列。

在这个结构设计下, 只要 S 等于 D_M , 就可以得到 MIMO 雷达的差合阵是一个无孔的线阵^[16]。另外由于发射阵和接收阵具有闭合表达式, 所以优化嵌套 MIMO 阵列的差合阵也具有闭合表达式。

图 2 展现了一个具有五元发射阵和四元接收阵的优化嵌套 MIMO 阵列的例子, 由于差合阵具有对称性, 所以图中只展现了差合阵的非负部分^[5]。由于发射阵的差集阵列的自由度是 19, 所以接收阵中 $S=19$ 。从图 3 中可以看出五发四收的优化嵌套 MIMO 阵列的差合阵孔径长度 $L=123d$, 并且差合阵是一个无孔的均匀线阵。

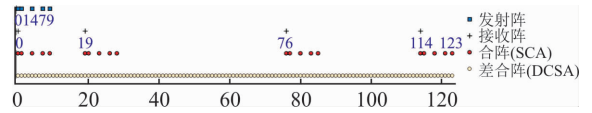


图 3 具有五元发射阵和四元接收阵的优化嵌套 MIMO 阵列

3.2 阵列特性

优化嵌套 MIMO 阵列的差合阵的自由度是:

$$D = D_M D_N \quad (21)$$

式中: D_M 和 D_N 分别为发射阵和接收阵的自由度。

因为有 M 个阵元的优化嵌套阵的差集阵列是一个满阵, 因此, 发射阵的孔径长度 l_M 和他的自由度 D_M 满足下面的关系式:

$$D_M = 2l_M/d + 1 \quad (22)$$

同理可得具有 N 个阵元的接收阵的孔径长度 l_N 和自由度 D_N 的关系式:

$$D_N = 2l_N/d + 1 \quad (23)$$

在本文的阵列设计中, 接收阵的最小阵元间距 $S=D_M$ 。因此我们可以从式(11)得到合阵的孔径长度:

$$L_C = l_M + l_N S = l_M + l_N D_N \quad (24)$$

因为优化嵌套 MIMO 阵列的差合阵是一个线性均匀满阵, 因此差合阵的自由度为:

$$D = 2L_C/d + 1 = 2(l_M + l_N D_N)/d + 1 = 2l_M/d + 2l_N/d D_M + 1 = D_M + 2l_N/d D_M = D_M(2l_N/d + 1) = D_M D_N \quad (25)$$

由式(25)可知对于优化嵌套 MIMO 阵列来说, 只需要 $M+N$ 个阵元就可以得到 $D_M D_N$ 的自由度。并且发射阵、接收阵、差阵列以及差合阵的阵元位置和自由度都具有闭合表达式。

在总阵元数固定为 $M+N=G$ 的情况下, 我们可以寻求最佳的发射阵元数和接收阵元数以求自由度达到最大值。通过使用算术-几何平均不等式, 我们

可以获得发射阵元数 M 和接收阵元数 N 的最佳值。

$$\begin{cases} M=N=G/2, G \text{ 为偶数} \\ M=(G+1)/2, N=(G-1)/2, G \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (26)$$

一旦确定了 M 和 N , 可以利用表 1 求得发射端和接收端的结构最优化分布。例如, 当 G, M 和 N 都为偶数时, 根据式 (26), $M=N=G/2$ 。通过式 (3) 和式 (25) 可以求得优化嵌套 MIMO 阵列自由度为:

$$D=D_M D_N=(M^2/2+2M-3)(N^2/2+2N-3)=(G^2/8+G-3)^2 \quad (27)$$

从式 (27) 可以看出优化嵌套 MIMO 阵列只需 G 个阵元就可以提供 $o(G^4)$ 的自由度。对于 G, M 和 N 都为奇数或者奇数和偶数的组合时, 也可以同样的方式进行计算。

因此, 当给定阵元总数 G 时, 通过表 1 和式 (26) 可以很轻易地得到优化嵌套 MIMO 阵列的最佳阵元分布并且计算量不会随着阵元个数的增加而增加, 因此, 利用这个方法可以很容易地构建一个具有更大孔径长度的虚拟 MIMO 阵列。

具有更大孔径长度的虚拟 MIMO 阵列即最终的差合阵, 其信号模型为 3.1 节式 (17) 所示, 差合阵列的 $M^2 N^2 \times Q$ 维的阵列流形矩阵带有冗余元素, 影响后续的 DOA 估计, 在移除阵列流行中的重复元素并将元素按序排列后, 因为每一列中不同的元素个数等于差合阵列的自由度, 所以经过此处理后的差合阵列的阵列流形矩阵 U_D 维数变为 $D \times Q$ 。对 \hat{y} 进行同样的去冗余以及元素排序操作后, 式 (17) 变为:

$$y_D = U_D p + K \sigma_n^2 I_D / M \quad (28)$$

式中: I_D 为矩阵 \bar{I} 去除冗余阵元对应位置而形成的特定矩阵。

接下来就可应用空间平滑 MUSIC 算法 (Spatial Smoothing-based MUSIC Algorithm)^[5,17-19] 对其进行 DOA 估计。

3.3 优化嵌套 MIMO 阵列与嵌套 MIMO 阵列的自由度比较

本节对优化嵌套 MIMO 阵列与文献 [15] 中嵌套 MIMO 阵列的自由度做了一个比较。嵌套 MIMO 阵列将传统的 2 层嵌套阵作为发射阵和接收阵, 其中发射阵和接收阵的自由度分别为 D_T 和 D_R :

$$D_T = \begin{cases} \frac{M_N^2}{2} + M_N - 1, M_N \text{ 为偶数} \\ \frac{(M_N + 1)^2}{2} - 1, M_N \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (29)$$

$$D_R = \begin{cases} \frac{N_N^2}{2} + N_N - 1, N_N \text{ 为偶数} \\ \frac{(N_N + 1)^2}{2} - 1, N_N \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (30)$$

式中: M_N 和 N_N 分别是发射阵和接收阵的阵元个数。在文献 [15] 中, 这个结构具有最大的自由度。让阵元总数 G 从 7 变化到 25, 然后计算出 M_N 和 N_N 的最佳取值, 列入表 2。当 G, M 和 N 都为偶数时, 嵌套 MIMO 阵列的自由度 DOF_1 为 $(G^2/8 + G/2 - 1)^2$, 优化 DOF_2 由式 (27) 得到。用 DOF_2 减去 DOF_1 , 可以得到 2 个阵列的自由度差值为 $G^3/8 + G^2/4 - 5G + 8$, 对于 G, M 和 N 都为奇数或者奇数和偶数的组合的情况, 计算方法相同。

从表 2 中可以很明显的看出随着 G 值的增加 2 种阵列结构的自由度都有了大幅增加, 但优化嵌套 MIMO 阵列自由度比嵌套 MIMO 阵列自由度有着更大幅度的增加。

表 2 优化嵌套 MIMO 阵列和嵌套 MIMO 阵列的自由度关于阵元总数 G 的比较

M_N	N_N	DOF_1	DOF_2	G
3	4	77	91	7
4	5	187	247	9
7	7	961	1 225	14
9	10	2 891	3 685	19
11	11	5 041	6 241	22
12	13	8 051	9 951	25

4 计算机仿真实验

4.1 DOA 估计成功率实验

首先, 应用空间平滑 MUSIC 算法对 2 种阵列结构的 DOA 估计成功率做一个比较。以阵元总数为 9 的优化嵌套 MIMO 阵和嵌套 MIMO 阵为例, 其中优化嵌套 MIMO 阵的合阵以及差合阵见图 3。假设快拍数为 1 500, 信噪比为 10 dB。图 4~5 分别展现了 50 个和 60 个具有相同能量的不相关信源均匀的分配在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 的空间角度时的 MUSIC 谱。图中直线是信源的真实位置可以看出优化嵌套 MIMO 阵和嵌套 MIMO 阵都可以正确的估计远远超出阵元总数的信源数。

但当信源总数增加为 70 时, MUSIC 谱见图 6。可以看出此时优化嵌套 MIMO 阵依然可以准确地估计出所有信源的位置, 但是嵌套 MIMO 阵却失败了。由此可知优化嵌套 MIMO 阵可估计的信源数多于嵌套 MIMO 阵可估计的信源数。

但在这里存在一个问题, 那就是前面的推导过程中优化嵌套 MIMO 阵列发射阵元 M 为 4、接收阵元 N 为 5 时自由度达到 247、嵌套 MIMO 阵列自由度达到 187, 理论上可估计的信源个数为自由度减

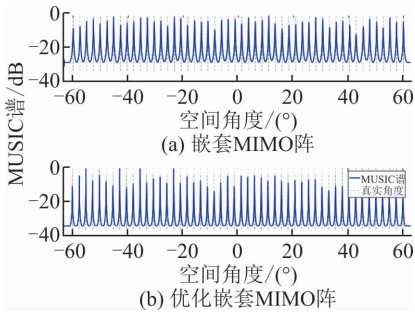


图4 信源总数为50时的MUSIC谱

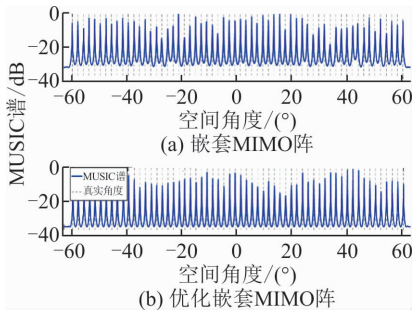


图5 信源总数为60时的MUSIC谱

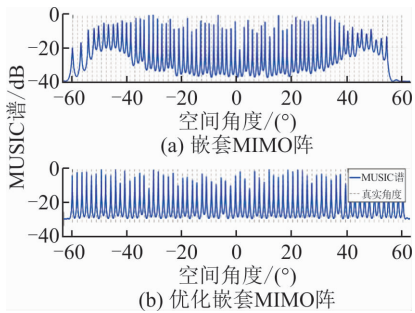


图6 信源总数为70时的MUSIC谱

一,可为何仿真信源为70时嵌套MIMO阵列不能进行分辨?这主要是因为嵌套MIMO中的虚拟阵列是经过2次变换得到的,由于差合阵所得的虚拟阵列中的虚拟阵元是全相干的(协方差矩阵的秩为1),所以在做MUSIC谱估计之前先应用空间平滑算法来解相干,其实质是对数据协方差矩阵的秩进行恢复的过程,而修正后矩阵的维数小于原矩阵的维数,也就是说空间平滑算法虽然能够解决解相干问题,但解相干性能是通过降低自由度换取的,因此平滑后阵列的自由度是小于187的。

另外对于虚拟阵列,很多因素都会影响到其估计结果,如快拍数、信噪比、阵列误差等,所以很难达到理论上的自由度。

虽然理想的187的自由度没有全部应用到,但这点实现了“可检测的信源个数远远大于真实的阵元个数9”。

4.2 DOA估计精度对比实验

为了验证优化嵌套MIMO阵比嵌套MIMO阵的

DOA估计精度高,同样以阵元总数为9的优化嵌套MIMO阵和嵌套MIMO阵为例,假设有7个窄瓣不相关信源分别位于 $[-40^\circ, -30^\circ, -20^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ]$ 方位。利用蒙特卡洛仿真计算出DOA估计的均方根误差(RMSE)。均方根误差的计算公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q E(\hat{\theta}_q - \theta_q)^2} \quad (31)$$

式中: $\hat{\theta}_q$ 表示第 q 个信源位置 θ_q 的DOA估计值; E 表示统计平均,其中进行了100次蒙特卡洛仿真,并且快拍数也为100。

图7是上面这种情况下估计均方根误差与信噪比SNR的关系。

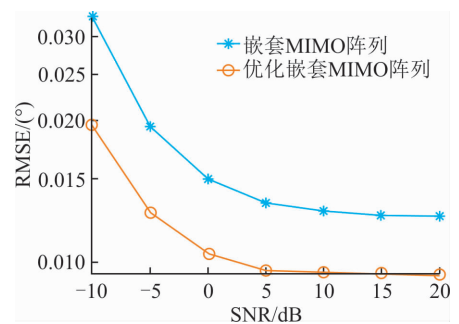


图7 阵元总数为9的2种阵列的信噪比与估计均方根误差

由图可知,这2种阵列的估计均方根误差均随着SNR的升高而降低,但在信噪比相同的情况下,优化嵌套MIMO阵的估计均方根误差明显低于嵌套MIMO阵的估计均方根误差,这说明了优化嵌套MIMO阵的DOA估计精度高于嵌套MIMO阵的DOA估计精度。

综合以上所述,优化嵌套MIMO阵的总体性能优于嵌套MIMO阵。这是因为在阵元总数相同的情况下优化嵌套MIMO阵具有更大的虚拟孔径长度以及更高的自由度的缘故,因而本文提出的优化嵌套MIMO阵具有一定的研究实用价值。

5 结语

本文提出了一种新的阵列设计-优化嵌套MIMO阵列设计,从分析仿真可以看出其不止具有阵元位置以及自由度的闭合表达式,而且相比于嵌套MIMO阵列本文所提阵列进一步扩展了虚拟阵列孔径,增加了自由度,提高了DOA估计精度以及信源估计个数,并且优化嵌套MIMO阵的差合阵还是一个无孔的均匀线阵。这个阵列结构较简单易得,并且增加了自由度从而提高了DOA估计性能,这对雷达DOA估计的研究也具有一定的现实意义。优化嵌套MIMO阵列的提出克服了目前已有的最

小冗余 MIMO 阵列、互质 MIMO 阵列、嵌套 MIMO 阵列的缺点。在运算量不大且差合阵为无孔的前提下,最大限度地提高了自由度。但是本文只是对发射和接收端的嵌套阵进行了改进,从而提高了阵列自由度,至于是否存在更优的整体阵列结构方面的改进方案,还有待进一步的研究。

参考文献(References):

- [1] COHEN D, ELDAR Y C. Target Recovery in Multiple Input Multiple Output (MIMO) Radar System: U. S. Patent Application 15/582,819[P]. 2017-11-2.
- [2] HASSANIEN A, VOROBYOV S A. Transmit Energy Focusing for DOA Estimation in MIMO Radar with Colocated Antennas[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2669-2682.
- [3] AMIRI R, BEHNIA F, SADR M A M. Efficient Positioning in MIMO Radars with Widely Separated Antennas[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(7): 1569-1572.
- [4] LI J, STOICA P. MIMO Radar with Colocated Antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 106-114.
- [5] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested Arrays: A Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [6] HUANG H, LIAO B, WANG X, et al. A New Nested Array Configuration with Increased Degrees of Freedom[J]. IEEE Access, 2018, 6: 1490-1497.
- [7] HAN K, NEHORAI A. Nested Vector-Sensor Array Processing via Tensor Modeling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(10): 2542-2553.
- [8] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized Coprime Array Configurations for Direction-of-Arrival Estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6): 1377-1390.
- [9] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized Coprime Array Configurations[C]//2014 IEEE 8th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). IEEE, 2014: 529-532.
- [10] SHI Z, ZHOU C, GU Y, et al. Source Estimation Using Coprime Array: A Sparse Reconstruction Perspective[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(3): 755-765.
- [11] MOFFET A. Minimum-Redundancy Linear Arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1968, 16(2): 172-175.
- [12] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. Minimum Redundancy MIMO Radars[C]//Circuits and Systems, ISCAS 2008. IEEE International Symposium on IEEE, 2008: 45-48.
- [13] WENG C C, VAIDYANATHAN P P. Nonuniform Sparse Array Design for Active Sensing[C]//Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), 2011 Conference Record of the 45th Asilomar Conference on. IEEE, 2011: 1062-1066.
- [14] BOUDAHER E, AHMAD F, AMIN M G. Sparsity-Based Direction Finding of Coherent and Uncorrelated Targets Using Active Nonuniform Arrays[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(10): 1628-1632.
- [15] YANG M, SUN L, YUAN X, et al. A New Nested MIMO Array with Increased Degrees of Freedom and Hole-Free Difference Coarray[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2018, 25(1): 40-44.
- [16] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. DOA Estimation of Mixed Coherent and Uncorrelated Signals Exploiting a Nested MIMO System[C]//2014 IEEE Benjamin Franklin Symposium on. IEEE, Microwave and Antenna Sub-systems for Radar, Telecommunications, and Biomedical Applications (BenMAS), 2014: 1-3.
- [17] 王永良, 陈辉, 彭应宁. 空间谱估计理论与算法[J]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
WANG Y L, CHEN H, PENG Y N. Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm [J]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [18] 张小飞, 陈华伟, 仇小锋, 等. 阵列信号处理及 MATLAB 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
ZHANG X F, CHEN H W, CHOU X F, et al. Array Signal Processing and MATLAB Implementation[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2015. (in Chinese)
- [19] GUO M, CHEN T, WANG B. An Improved DOA Estimation Approach Using Coarray Interpolation and Matrix Denoising[J]. Sensors, 2017, 17(5): 1140.

(编辑: 徐敏)