

基于平行因子分析的时空非均匀采样下双基地 MIMO 雷达目标参数联合估计算法

李云成, 崔琛, 龚阳

(国防科技大学电子对抗学院, 合肥, 230037)

摘要 提出了一种基于平行因子分析的时空非均匀采样下双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率联合估计算法。首先计算 K 级非均匀延迟器输出数据的协方差矩阵并对该矩阵进行变换和去冗余处理, 然后将新数据转化为三阶张量并对其进行降维处理, 最后通过交替最小二乘和 Root-MUSIC 算法估计出目标收发角和多普勒频率。该算法实现了时域和空域孔径自由度的二次扩展, 提高了参数估计精度, 降低了运算量。此外, 通过最小冗余配置, 实现了孔径的高效扩展, 降低了系统配置需求。仿真结果验证了所提算法的有效性。

关键词 双基地 MIMO 雷达; 平行因子分析; 时空非均匀采样; 交替最小二乘

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.06.011

中图分类号 TN958 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)06-0066-07

Joint Estimation of Target Parameters for Bistatic MIMO Radar Based on Parallel Factor Analysis under Spatiotemporal Non-Uniform Sampling

LI Yuncheng, CUI Chen, GONG Yang

(Electronic Countermeasure Institute, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract: This paper proposes a joint estimation of target parameters for bistatic MIMO radar based on parallel factor analysis under spatiotemporal non-uniform sampling. Firstly, the covariance matrix of the K -level non-uniform delays output data is calculated and transformed, and the redundant items of this matrix are deleted. Then, the new matrix is transformed to a third-order tensor and its dimension is reduced. Lastly, the Direction of Departure (DOD), Direction of Arrival (DOA) and Doppler frequency are estimated through Alternate Least Square (ALS) and Root-MUSIC algorithms. The secondary expansion of the aperture degree of freedom both in time and space domain is attained by the proposed method. And the parameter estimation accuracy is improved while the amount of computation is reduced. Besides, the aperture is efficiently expanded and the system configuration requirements are reduced through the minimum redundancy configuration. The result shows that the proposed method is valid.

Key words: bistatic MIMO radar; parallel factor analysis; spatiotemporal non-uniform sampling; alternate least square

收稿日期: 2018-05-11

作者简介: 李云成(1993—),男,辽宁海城人,硕士生,主要从事 MIMO 雷达参数估计研究。E-mail:freedom_lyc@126.com

引用格式: 李云成, 崔琛, 龚阳. 基于平行因子分析的时空非均匀采样下双基地 MIMO 雷达目标参数联合估计算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(6): 66-72. LI Yuncheng, CUI Chen, GONG Yang. Joint Estimation of Target Parameters for Bistatic MIMO Radar Based on Parallel Factor Analysis under Spatiotemporal Non-Uniform Sampling[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(6): 66-72.

多输入多输出(MIMO)雷达在目标检测、参数估计、杂波抑制等方面具有诸多优势^[1],通常可以分为统计 MIMO 雷达和相干 MIMO 雷达。统计 MIMO 雷达收发阵元分布广泛,满足空间分集条件,能够获得较大的空间分集增益;相干 MIMO 雷达收发阵元分布相对集中,不具有空间分集特性,但可以利用波形分集技术形成大的虚拟孔径,进而提高角度分辨率。本文主要研究双基地相干 MIMO 雷达参数估计问题。

随着研究的深入,双基地 MIMO 雷达参数估计算法逐步从单一的收发角估计^[2-5]转为收发角和多普勒频率联合估计。文献[6]构建了时空信号模型,利用多维 ESPRIT 算法实现了目标收发角度及多普勒频率的联合估计,但该算法运算量较大且需要额外的配对算法。文献[7]提出一种基于平行因子分析的目标参数估计算法,该算法可以在估计目标收发角的同时估计出多普勒频率,且三者自动配对,但在收发阵元和快拍较多时运算量较大。文献[8]提出一种基于降维三线性分解的目标参数估计方法,该算法在保证目标参数估计精度的条件下,降低了运算量。然而,以上算法均只适用于收发阵列及延迟器采用均匀配置的情况。当采用非均匀配置时,上述算法的性能将明显下降甚至失效。针对该问题,文献[9]提出基于四线性分解的目标参数最小二乘估计算法,该算法在非均匀配置时依然适用,但存在相位补偿问题,当信噪比较低时,容易因补偿错误导致算法失效。文献[10]提出一种时空非均匀采样下的目标参数估计算法,实现了时域和空域孔径自由度的二次扩展,提高了参数估计精度,同时降低了系统配置需求,但需要对扩展后的数据进行“滑窗”处理和特征值分解,当收发阵元及延迟级数较多时,运算量很大。

本文利用与文献[10]相同的信号模型,将扩展后的数据转换为三阶张量并对该张量进行降维处理,之后利用交替最小二乘(Alternate Least Square, ALS)算法计算该张量的加载矩阵^[11](即导向矩阵和时延矩阵),进而利用 Root-MUSIC 算法估计出目标收发角和多普勒频率。

1 时空非均匀采样信号模型

为降低系统配置需求,提高时空孔径扩展效率,收发天线阵(空域)及延迟器(时域)均采用非均匀配置。本文将该配置称为时空非均匀采样。具体模型如下:双基 MIMO 雷达收发天线配置在同一直线上,且发射、接收天线阵均为非均匀线阵。发射阵元

M 个,位置 $\mathbf{t}=[t_1, t_2, \dots, t_M]^T \cdot \lambda/2$,其中 $t_m (m=1, 2, \dots, M)$ 为自然数,且参考阵元位置 $t_1=0$, λ 为载波波长;接收阵元 N 个,位置 $\mathbf{r}=[r_1, r_2, \dots, r_N]^T \cdot \lambda/2$,其中 $r_n (n=1, 2, \dots, N)$ 为自然数,且参考阵元位置 $r_1=0$ 。发射阵元同时发射一组相互正交的窄带相位编码信号,在一个脉冲重复周期 T 内该信号的矩阵形式: $\mathbf{S}=[\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times L}$,满足 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H/L=\mathbf{I}_M$,其中 $s_m (m=1, 2, \dots, M)$ 为第 m 个阵元发射信号; L 为相位编码个数; $\mathbf{I}_\#$ 表示 $\# \times \#$ 维单位阵; $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$ 分别表示矩阵(矢量)的转置和共轭转置。

假设远场存在 P 个互不相关的点目标,且在 Q 个脉冲重复周期内其发射角(DOD)、接收角(DOA)、多普勒频率保持不变,分别为 $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1, \theta_1, \dots, \theta_P]^T$ 、 $\boldsymbol{\varphi}=[\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_P]^T$ 、 $\mathbf{f}=[f_1, f_2, \dots, f_P]^T$ 。目标散射系数服从 Swerling-II 模型,则第 q ($q=1, 2, \dots, Q$) 个脉冲重复周期收到的回波信号可表示为:

$$\mathbf{R}(q)=[\mathbf{B}\mathbf{A}_d(q)\mathbf{A}^T\mathbf{S}+\mathbf{W}(q)] \in \mathbb{C}^{N \times L} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}=[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_P] \in \mathbb{C}^{M \times P}$,其中 $\mathbf{a}_p=[1, e^{j\pi r_2 \sin(\theta_p)}, \dots, e^{j\pi r_M \sin(\theta_p)}]^T$ 为第 p 个目标的发射导向矢量; $\mathbf{B}=[\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_P] \in \mathbb{C}^{N \times P}$,其中 $\mathbf{b}_p=[1, e^{j\pi r_2 \sin(\varphi_p)}, \dots, e^{j\pi r_N \sin(\varphi_p)}]^T$ 为第 p 个目标的接收导向矢量; $\mathbf{A}_d(q)=[\text{diag}(\mathbf{d}(q))] \in \mathbb{C}^{P \times P}$ 为对角阵,其中 $\text{diag}(\cdot)$ 表示对角化操作, $\mathbf{d}(p)=[\beta_1(q) e^{j2\pi(q-1)f_1 T}, \dots, \beta_p(q) e^{j2\pi(q-1)f_p T}]^T$, $\beta_p(q)$ 为第 p 个目标在第 q 个快拍的散射系数; $\mathbf{W}(q)$ 为噪声项。用 $\{s_m\}_{m=1}^M$ 对回波信号 $\mathbf{R}(q)$ 进行匹配滤波得:

$$\mathbf{x}(q)=[(\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{d}(q)+\mathbf{w}(q)] \in \mathbb{C}^{MN \times 1} \quad (2)$$

式中: \oplus 表示 Khatri-Rao 乘积^[12]; $\mathbf{w}(q)$ 为噪声项。为简化运算,不妨设 $\mathbf{w}(q)$ 为 0 均值高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN}$ 。

为提高时域自由度扩展效率,对接收数据 $\mathbf{x}(q)$ 进行 K 级非均匀延迟处理,如图 1 所示。延迟时间 $\mathbf{u}=[u_1, u_2, \dots, u_K]^T \cdot \tau$,且 $\max(u_k)\tau \leq QT$,其中 $u_k (k=1, 2, \dots, K)$ 为自然数,初始时间 $u_1=0$, τ 为单位延迟时间, $\max(\cdot)$ 表示取最大值运算。则第 k 级延迟器的输出为:

$$\mathbf{x}_k(q)=$$

$$[(\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{d}(q+u_k\tau)+\mathbf{w}(q+u_k\tau)] \in \mathbb{C}^{MN \times 1} \quad (3)$$

将 K 级延迟器输出的矢量合并,可得时空信号模型:

$$\mathbf{y}(q)=[\mathbf{x}_1^T(q), \mathbf{x}_2^T(q), \dots, \mathbf{x}_K^T(q)]^T =$$

$$[(\mathbf{C} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{d}^T(q)+\mathbf{n}(q)] \in \mathbb{C}^{KMN \times 1} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{y}(q)$ 为第 q 个快拍; $\mathbf{C}=[\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_P] \in \mathbb{C}^{K \times P}$,其中 $\mathbf{c}_p=[1, e^{j2\pi u_2 \tau f_p}, \dots, e^{j2\pi u_K \tau f_p}]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 为

第 p 个目标对应的时域导向矢量; \mathbf{A}, \mathbf{B} 为目标对应的空域导向矩阵; $\mathbf{n}(q) = [\mathbf{w}^T(q), \mathbf{w}^T(q + u_2\tau), \dots, \mathbf{w}^T(q + u_k\tau)]$ 为高斯白噪声。

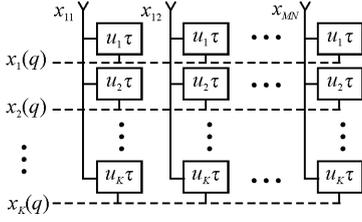


图1 K 级非均匀延迟器

Fig. 1 K level non-uniform retarder

将 Q 个快拍数据合并, 可得:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(Q)] =$$

$$[(\mathbf{C} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{D} + \mathbf{N}] \in \mathbb{C}^{KMN \times Q} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{D} = [\mathbf{d}(1), \mathbf{d}(2), \dots, \mathbf{d}(Q)] \in \mathbb{C}^{P \times Q}$; $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(1), \mathbf{n}(2), \dots, \mathbf{n}(Q)]$ 为高斯白噪声。

2 自由度二次扩展的平行因子分析算法

2.1 时空自由度二次扩展

按照前文的假设, 各目标互不相关且 RCS 服从 Swerling-II 模型, 因此接收数据 \mathbf{Y} 的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_Y = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H] \in \mathbb{C}^{KMN \times KMN} =$$

$$[(\mathbf{C} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{A}_h(\mathbf{C} + \mathbf{A} + \mathbf{B})^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KMN}] \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A}_h = [\text{diag}(\mathbf{h})] \in \mathbb{R}^{P \times P}$ 为目标散射系数协方差矩阵, 其中 $\mathbf{h} = [\beta_1^2, \beta_2^2, \dots, \beta_P^2]^T$, $\beta_p^2 = \sum_{q=1}^Q \beta_p^2(q)/Q$ 。

由式(4)、(6)可以看出, M 发 N 收 K 级延迟器配置下的双基地 MIMO 雷达, 通过匹配滤波处理, 将产生 KMN 个自由度的接收数据(时空自由度一次扩展); 又通过协方差处理, 得到更多自由度的虚拟接收数据, 本文将之称为时空自由度二次扩展。

为方便运算, 对 \mathbf{R}_Y 进行矩阵变换, 将 \mathbf{R}_Y 按列展开得:

$$\mathbf{r}_y = \text{vec}(\mathbf{R}_Y) \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times 1} =$$

$$[(\mathbf{C} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{B})^* \oplus (\mathbf{C} \oplus \mathbf{A} \oplus \mathbf{B})]\mathbf{h} + \sigma_n^2 \mathbf{l} \quad (7)$$

式中: $\text{vec}(\cdot)$ 表示向量化操作, $(\cdot)^*$ 表示共轭运算; $\mathbf{l} = \text{vec}(\mathbf{I}_{KMN}) \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times 1}$ 。

分析 \mathbf{r}_y 的结构, 构造如下置换矩阵^[10]:

$$\mathbf{\Pi}_1 = [\mathbf{I}_K \oplus \mathbf{\Gamma}_1 \oplus \mathbf{I}_{MN}] \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times (KMN)^2} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_1 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{MN} \mathbf{\Gamma}_{i,j}^{K \times MN} \otimes \mathbf{\Gamma}_{j,i}^{MN \times K} \in \mathbb{R}^{KMN \times KMN}$, 其中 $\mathbf{\Gamma}_{i,j}^{K \times MN}$ 表示: 第 (i, j) 元素为 1, 其余元素均为 0 的

$\# \times \#$ 维矩阵。将 \mathbf{r}_y 左乘 $\mathbf{\Pi}_1$ 得:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{r}_y \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times 1} =$$

$$[(\mathbf{C}^* \oplus \mathbf{C}) \oplus (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})^* \oplus (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})]\mathbf{h} + \sigma_n^2 \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{l} \quad (9)$$

进一步分析 \mathbf{r}_1 的结构, 构造如下置换矩阵^[10]:

$$\mathbf{\Pi}_2 = [\mathbf{I}_{K^2} \oplus \mathbf{I}_M \oplus \mathbf{\Gamma}_2 \oplus \mathbf{I}_N] \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times (KMN)^2} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{\Gamma}_{i,j}^{M \times N} \otimes \mathbf{\Gamma}_{j,i}^{N \times M} \in \mathbb{R}^{MN \times MN}$ 。将 \mathbf{r}_1 左乘 $\mathbf{\Pi}_2$ 得:

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{r}_1 \in \mathbb{C}^{(KMN)^2 \times 1} =$$

$$[(\mathbf{C}^* \oplus \mathbf{C}) \oplus (\mathbf{A}^* \oplus \mathbf{A}) \oplus (\mathbf{B}^* \oplus \mathbf{B})]\mathbf{h} + \boldsymbol{\omega} \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\omega} = \sigma_n^2 \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{l}$ 。

由文献[13]可知, 式(11)中新生的时域导向矩阵 $\mathbf{C}^* \oplus \mathbf{C}$ 和空域导向矩阵 $\mathbf{A}^* \oplus \mathbf{A}, \mathbf{B}^* \oplus \mathbf{B}$ 满足差分同置结构^[13]。以发射导向矩阵 $\mathbf{A}^* \oplus \mathbf{A}$ 为例, 阵元位置 $\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_M]^T \cdot \lambda/2$ 的发射天线阵, 通过差分同置结构, 将产生 M^2 个虚拟阵元, 其位置为 $\{\lambda(t_i - t_j)/2, 1 \leq i, j \leq M\}$ 。若采用均匀布阵, 即 $\mathbf{t} = [0, 1, \dots, M-1]^T \cdot \lambda/2$, 则产生的 M^2 个虚拟阵元中, 仅有 $2M-1$ 个独立位置的阵元, 分别为 $\{(-M, -M+1, \dots, M)\lambda/2\}$ 。对此, 本文采用最小冗余布阵方式, 以实现孔径的高效扩展。表 1 给出了最小冗余阵列阵元位置分布情况^[14]。

表 1 最小冗余阵列

Tab. 1 Minimum redundancy arrays

阵元数	阵元分布位置($\lambda/2$ 的倍数)									
3	0	1	3							
4	0	1	4	6						
5	0	1	4	7	9					
6	0	1	2	6	10	13				
7	0	1	2	6	10	14	17			
8	0	1	2	11	15	18	21	23		
9	0	1	2	14	18	21	24	27	29	
10	0	1	3	6	13	20	27	31	35	36

以 4 阵元最小冗余发射阵列为例来分析最小冗余布阵的优势, 其阵元位置见表 1 ($\mathbf{t} = [0, 1, 4, 6]^T \cdot \lambda/2$), 则发射导向矢量 $\mathbf{a}_p = [1, e^{j\pi \sin(\theta_p)}, e^{j\pi 4 \sin(\theta_p)}, e^{j\pi 6 \sin(\theta_p)}]^T$, 通过差分同置结构可得:

$$\mathbf{a}_p^* \oplus \mathbf{a}_p =$$

$$\exp \left\{ j\pi \sin \theta_p [0, 1, 4, 6, -1, 0, 3, 5, -4, -3, 0, 2, -6, -5, -2, 0]^T \right\} \quad (12)$$

由式(12)可知, 采用最小冗余配置的 4 阵元发射阵列通过差分同置结构, 最终产生 13 个独立位置的虚拟阵元, 分别为 $\{(-6, -5, \dots, 6)\lambda/2\}$, 可见, 发射孔径得到了高效扩展。此外, 由于 $\mathbf{C}^* \oplus \mathbf{C}, \mathbf{B}^* \oplus \mathbf{B}$ 与 $\mathbf{A}^* \oplus \mathbf{A}$ 结构相同, 所以收发阵列和延迟器均可

采用最小冗余配置以获得更大的孔径自由度。

进一步分析可知,尽管通过最小冗余布阵实现了孔径的高效扩展,但仍存在少量冗余虚拟阵元。因此,通过构造去冗余矩阵 $[\mathbf{10}] \mathbf{\Gamma}_s$,对变换后的数据 $\tilde{\mathbf{r}}$ 进行去冗余处理得:

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{\Gamma}_s \tilde{\mathbf{r}} = [(\bar{\mathbf{C}} \oplus \bar{\mathbf{A}} \oplus \bar{\mathbf{B}}) \mathbf{h} + \bar{\boldsymbol{\omega}}] \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \tilde{M} \tilde{N} \times 1} \quad (13)$$

式中: $\bar{\mathbf{C}} = [\bar{\mathbf{c}}_1, \bar{\mathbf{c}}_2, \dots, \bar{\mathbf{c}}_P] \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times P}$, 其中 $\bar{\mathbf{c}}_p = [e^{j2\pi(-\tilde{K}r_f)_p}, e^{j2\pi(-\tilde{K}+1)r_f}_p, \dots, e^{j2\pi\tilde{K}r_f}_p]^T$ 为第 p 个目标对应的虚拟时域导向矢量; $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \dots, \bar{\mathbf{a}}_P] \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times P}$, 其中 $\bar{\mathbf{a}}_p = [e^{j\pi(-\tilde{M})\sin(\theta_p)}, e^{j\pi(-\tilde{M}+1)\sin(\theta_p)}, \dots, e^{j\pi\tilde{M}\sin(\theta_p)}]^T$ 为第 p 个目标对应的虚拟发射导向矢量; $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{b}}_1, \bar{\mathbf{b}}_2, \dots, \bar{\mathbf{b}}_P] \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times P}$, 其中 $\bar{\mathbf{b}}_p = [e^{j\pi(-\tilde{N}\sin(\varphi_p))}, e^{j\pi(-\tilde{N}+1)\sin(\varphi_p)}, \dots, e^{j\pi\tilde{N}\sin(\varphi_p)}]^T$ 为第 p 个目标对应的虚拟接收导向矢量; $\bar{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{\Gamma}_s \boldsymbol{\omega}$ 为噪声项; $\tilde{K} = 2\bar{K} + 1, \tilde{M} = 2\bar{M} + 1, \tilde{N} = 2\bar{N} + 1$, 其中 $\bar{K}, \bar{M}, \bar{N}$ 分别为向量 $\mathbf{u}, \mathbf{t}, \mathbf{r}$ 中元素的最大值。

通过上述矩阵变换及去冗余处理,最终得到了不含冗余信息的时空自由度二次扩展数据。同时,由式(13)可知,虚拟导向矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$ 均满足 Vandermonde 结构 $[\mathbf{15}]$,对目标收发角及多普勒频率的估计可转化为对矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$ 的估计。

2.2 平行因子分析算法

为方便分析处理,令 $\psi_{k,m,n} = \bar{r}_{(k-1)\tilde{M}\tilde{N} + (m-1)\tilde{N} + n}$ ($k = 1, 2, \dots, \tilde{K}, m = 1, 2, \dots, \tilde{M}, n = 1, 2, \dots, \tilde{N}$), 得到三阶张量 $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_{k,m,n}\} \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times \tilde{M} \times \tilde{N}}$ 。其中 \bar{r}_i 表示向量 $\bar{\mathbf{r}}$ 的第 i 个元素。将 $\boldsymbol{\psi}$ 分别沿 $\tilde{K}, \tilde{M}, \tilde{N}$ 方向切片,如图 2 所示,并将切片各自平铺连接成矩阵得:

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = [(\bar{\mathbf{A}} \oplus \bar{\mathbf{B}}) \boldsymbol{\Lambda}_k \bar{\mathbf{C}}^T + \boldsymbol{\Omega}_1] \in \mathbb{C}^{\tilde{M}\tilde{N} \times \tilde{K}} \\ \mathbf{Y}_2 = [(\bar{\mathbf{B}} \oplus \bar{\mathbf{C}}) \boldsymbol{\Lambda}_m \bar{\mathbf{A}}^T + \boldsymbol{\Omega}_2] \in \mathbb{C}^{\tilde{N}\tilde{K} \times \tilde{M}} \\ \mathbf{Y}_3 = [(\bar{\mathbf{C}} \oplus \bar{\mathbf{A}}) \boldsymbol{\Lambda}_n \bar{\mathbf{B}}^T + \boldsymbol{\Omega}_3] \in \mathbb{C}^{\tilde{K}\tilde{M} \times \tilde{N}} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\{\boldsymbol{\Omega}_i\}_{i=1}^3$ 为噪声项。

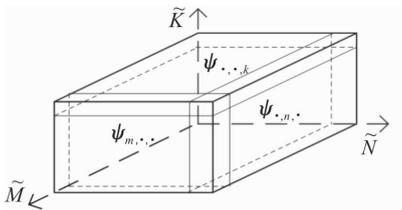


图 2 各方向切片示意图

Fig. 2 The schematic of slices in each direction

令 $\tilde{\mathbf{C}} = [\tilde{\mathbf{C}} \boldsymbol{\Lambda}_k] = [\beta_1^k \bar{\mathbf{c}}_1, \beta_2^k \bar{\mathbf{c}}_2, \dots, \beta_P^k \bar{\mathbf{c}}_P] \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times P}$ 则式(14)可改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = [(\bar{\mathbf{A}} \oplus \bar{\mathbf{B}}) \tilde{\mathbf{C}}^T + \boldsymbol{\Omega}_1] \in \mathbb{C}^{\tilde{M}\tilde{N} \times \tilde{K}} \\ \mathbf{Y}_2 = [(\bar{\mathbf{B}} \oplus \tilde{\mathbf{C}}) \bar{\mathbf{A}}^T + \boldsymbol{\Omega}_2] \in \mathbb{C}^{\tilde{N}\tilde{K} \times \tilde{M}} \\ \mathbf{Y}_3 = [(\tilde{\mathbf{C}} \oplus \bar{\mathbf{A}}) \bar{\mathbf{B}}^T + \boldsymbol{\Omega}_3] \in \mathbb{C}^{\tilde{K}\tilde{M} \times \tilde{N}} \end{cases} \quad (15)$$

可见,重组后的信号 $\boldsymbol{\psi}$ 刚好满足平行因子分析

条件 $[\mathbf{16}]$,可以利用平行因子分析法对该张量进行分解,从而得到其加载矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ (即虚拟导向矩阵)。由于 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ 均满足 Vandermonde 结构,因此,该分解具有唯一性 $[\mathbf{16}]$ (不考虑列模糊和尺度模糊)。

为进一步降低运算量,利用三阶奇异值分解对 $\boldsymbol{\psi}$ 进行降维处理得 $[\mathbf{8}]$:

$$\mathbf{X}' = [\boldsymbol{\psi} \times_1 \mathbf{U}_{11}^H \times_2 \mathbf{U}_{21}^H \times_3 \mathbf{U}_{31}^H] \in \mathbb{C}^{K' \times M' \times N'} \quad (16)$$

式中: \times_n ($n = 1, 2, 3$) 表示 Tucker n 模式乘积 $[\mathbf{17}]$; $\mathbf{U}_{11} \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times K'}$, $\mathbf{U}_{21} \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times M'}$, $\mathbf{U}_{31} \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times N'}$ 分别表示 $\mathbf{Y}_1^T, \mathbf{Y}_2^T, \mathbf{Y}_3^T$ 的左奇异矩阵的前 K', M', N' 列,可以通过正交迭代算法 $[\mathbf{8}, \mathbf{18}]$ 计算得到。其中 $K' = \min(\tilde{K}, P + 1)$, $M' = \min(\tilde{M}, P + 1)$, $N' = \min(\tilde{N}, P + 1)$, $\min(\cdot)$ 表示取最小值运算。可见,当目标数较少时,可有效降低 $\boldsymbol{\psi}$ 的维数,进而降低运算量。

对 $\boldsymbol{\psi}$ 进行降维处理后,将所得三阶张量 \mathbf{X}' 分别沿 K', M', N' 方向切片,并将切片平铺连接成矩阵得:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_1 = [(\mathbf{A}' \oplus \mathbf{B}') \mathbf{C}'^T + \boldsymbol{\Omega}'_1] \in \mathbb{C}^{M' \times N' \times K'} \\ \mathbf{X}_2 = [(\mathbf{B}' \oplus \mathbf{C}') \mathbf{A}'^T + \boldsymbol{\Omega}'_2] \in \mathbb{C}^{N' \times K' \times M'} \\ \mathbf{X}_3 = [(\mathbf{C}' \oplus \mathbf{A}') \mathbf{B}'^T + \boldsymbol{\Omega}'_3] \in \mathbb{C}^{K' \times M' \times N'} \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\{\boldsymbol{\Omega}'_i\}_{i=1}^3$ 为噪声项, $\mathbf{A}' \in \mathbb{C}^{M' \times P}$, $\mathbf{B}' \in \mathbb{C}^{N' \times P}$, $\mathbf{C}' \in \mathbb{C}^{K' \times P}$ 为 \mathbf{X}' 的加载矩阵。则利用 ALS 算法即可估计出 \mathbf{X}' 的加载矩阵 $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$, 其步骤如下:

步骤 1 初始化矩阵 $\hat{\mathbf{A}}^{(0)} \in \mathbb{C}^{M' \times P}$, $\hat{\mathbf{B}}^{(0)} \in \mathbb{C}^{N' \times P}$, $\hat{\mathbf{C}}^{(0)} \in \mathbb{C}^{K' \times P}$ 为复随机矩阵,令迭代次数 $i = 1$;

步骤 2 依次更新矩阵:固定 $\hat{\mathbf{A}}', \hat{\mathbf{B}}'$, 更新 $\hat{\mathbf{C}}' = [(\hat{\mathbf{A}}^{(i-1)} \oplus \hat{\mathbf{B}}^{(i-1)}) + \mathbf{X}_1]^T$; 固定 $\hat{\mathbf{B}}', \hat{\mathbf{C}}'$, 更新 $\hat{\mathbf{A}}^{(i)} = [(\hat{\mathbf{B}}^{(i-1)} \oplus \hat{\mathbf{C}}') + \mathbf{X}_2]^T$; 固定 $\hat{\mathbf{C}}', \hat{\mathbf{A}}'$, 更新 $\hat{\mathbf{B}}^{(i)} = [(\hat{\mathbf{C}}^{(i)} \oplus \hat{\mathbf{A}}^{(i)}) + \mathbf{X}_3]^T$ 。其中 $(\cdot)^+$ 表示 Moore-Penros 逆;

步骤 3 计算代价函数 $\gamma(i) = \|\mathbf{X}_1 - (\hat{\mathbf{A}}^{(i)} \oplus \hat{\mathbf{B}}^{(i)}) \hat{\mathbf{C}}^{(i)T}\|_F + \|\mathbf{X}_2 - (\hat{\mathbf{B}}^{(i)} \oplus \hat{\mathbf{C}}^{(i)}) \hat{\mathbf{A}}^{(i)T}\|_F + \|\mathbf{X}_3 - (\hat{\mathbf{C}}^{(i)} \oplus \hat{\mathbf{A}}^{(i)}) \hat{\mathbf{B}}^{(i)T}\|_F$, 判断 $|\gamma(i) - \gamma(i-1)| < \Delta$ (Δ 为足够小的正数) 是否成立, 成立, 则停止计算; 不成立, 则令迭代次数 $i = i + 1$, 并转到 **步骤 2**。式中: $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵 Frobenius 范数。

通常 ALS 算法能够很好地求解式(15)和式(17)中的加载矩阵, 但有时收敛速度较慢。为解决该问题, 文献 $[\mathbf{8}]$ 提出线性搜索交替最小二乘算法, 该算法将 ALS 算法中加载矩阵的迭代过程转化为线性搜索过程, 提高了收敛速度, 但计算精度及稳定性有所下降。鉴于上述问题, 本文在保证计算精度和稳定度的前提下对 ALS 算法加以改进, 提出稳健交替最小二乘(SALS)算法。算法首先随机生成目

标收发角及多普勒频率矢量 $\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_P]^T$, $\tilde{\varphi} = [\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \dots, \tilde{\varphi}_P]^T$, $\tilde{f} = [\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_P]^T$, 进而得到随机导向矩阵 $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times P}$, $\tilde{\mathbf{B}} \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times P}$, $\tilde{\mathbf{C}} \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times P}$ 。然后利用 $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ 初始化加载矩阵 $\hat{\mathbf{A}}^{(0)} = U_{21}^+ \tilde{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}^{(0)} = U_{31}^+ \tilde{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}^{(0)} = U_{11}^+ \tilde{\mathbf{C}}$, 以提高初始矩阵与目标矩阵的相似性, 从而加快收敛速度, 并适时对迭代结果加以扰动(即当迭代次数 i 大于给定的门限 G 算法仍未收敛时, 则对当前迭代结果进行扰动, 之后继续进行迭代运算)。其中门限 G 为关于 (K', M', N', P) 的复杂函数, 可以通过 BP 神经网络得到其近似值。

由 \mathbf{X}' 与 $\boldsymbol{\psi}$ 的关系可知, $\boldsymbol{\psi}$ 的加载矩阵:

$$\hat{\mathbf{A}} = U_{21} \hat{\mathbf{A}}', \hat{\mathbf{B}} = U_{31} \hat{\mathbf{B}}', \hat{\mathbf{C}} = U_{11} \hat{\mathbf{C}}' \quad (18)$$

通过以上方法求得的加载矩阵 $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ 与实际加载矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$ 相比, 其列向量存在幅度和顺序上的模糊, 但这种模糊对后续的参数估计并无影响, $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ 依然满足 Vandermonde 结构, 因此可分别对 $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ 各列采用 Root-MUSIC 算法^[19] 估计出目标对应的收发角及多普勒频率。由于 $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}$ 的各列对应着同一目标不同参数, 因此通过 RM 算法估计得到的参数自动配对。

3 运算量分析

本文算法与文献[10]算法采用同一信号模型, 对时空自由度二次扩展后的 $\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N} \times 1$ 维数据进行处理, 本文利用平行因子分析法将扩展后的数据转化为三阶张量并对其进行降维处理, 之后利用 SALS 算法快速估计出目标参数, 免去了对高维数据的时空“滑窗”处理以及特征值分解等过程。下面针对 2 种算法差异部分的运算量进行简要分析, 令 $\tilde{K} = \bar{K} + 1, \tilde{M} = \bar{M} + 1, \tilde{N} = \bar{N} - 1$ 。本文算法的运算量主要集中在 SALS 迭代运算部分和降维处理中的三次奇异值分解部分。其中 SALS 迭代运算平均约需要 20 次迭代即可完成, 其单次迭代的运算量(次复乘)约为^[18] $O(3PK'M'N' + P(K'M' + M'N' + N'K') + 3P^3)$; 正交迭代算法计算 3 次奇异值分解的平均运算量约为^[16] $O(K'^2\tilde{M}\tilde{N} + M'^2\tilde{N}\tilde{K} + N'^2\tilde{K}\tilde{M})$ 。文献[10]算法的运算量主要集中在“滑窗”处理部分和 ESPRIT 算法中的特征值分解部分。其中“滑窗”处理的运算量为 $O((\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N})^2\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N})$; 特征值分解的运算量约为^[16] $O(25(\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N}))$ 。因此, 本文和文献[10]算法对扩展数据处理部分的总运算量分别约为 $O(20(3PK'M'N' + P(K'M' + M'N' + N'K') +$

$3P^3) + K'^2\tilde{M}\tilde{N} + M'^2\tilde{N}\tilde{K} + N'^2\tilde{K}\tilde{M})$ 和 $O((\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N})^2\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N} + 25(\tilde{K}\tilde{M}\tilde{N})^3)$ 。可见, 本文算法的计算量远低于文献[10]算法。

4 仿真实验与分析

本节首先验证所提算法的有效性, 之后与文献[9]、[10]的算法(分别记为“QALS”和“TS-ESPRIT”)进行参数估计性能比较。为避免因相位补偿错误导致 QALS 算法失效, 利用先验信息对其相位加以修正。假设双基地 MIMO 雷达发射相互正交的相位编码信号, 其载频为 300 MHz。单脉冲内编码数 $L = 128$, 快拍数 $Q = 5$, 脉冲重复周期 $T = 5$ ms, 单位延迟时间 $\tau = 2$ ms, 分别进行如下实验。

4.1 有效性实验

考虑收发天线阵和多级延迟器均采用表 1 中 4 元最小冗余配置方式, 即 $\mathbf{t} = [0, 1, 4, 6]^T \lambda/2$, $\mathbf{r} = [0, 1, 4, 6]^T \lambda/2$, $\mathbf{u} = [0, 1, 4, 6]^T \tau$ 。设远场存在 4 个不相关的且处于复高斯白噪声背景下的点目标, 其发射角 $\boldsymbol{\theta} = [-44, 17, 35, -22]^T$ (°), 接收角 $\boldsymbol{\varphi} = [15, -40, 27, -14]^T$ (°), 多普勒频率 $\mathbf{f} = [88, -72, 56, -31]^T$ Hz; 匹配滤波后输出信号 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(Q)] \in \mathbb{C}^{MN \times Q}$ 的信噪比 SNR = -5 dB。采用本文算法估计目标参数, 进行 50 次 Monte Carlo 实验, 结果见图 3。

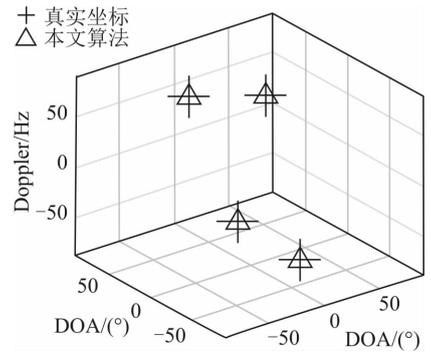


图 3 目标估计参数的星座图

Fig. 3 The constellation of targets estimation parameters

可见, 本文算法能够在少快拍条件下对多个目标的收发角和多普勒频率进行有效估计, 同时本文算法估计的星座点分布比较集中, 在一定程度上反映了算法的稳健性。

4.2 参数估计性能实验

改变信噪比(SNR = -5 ~ 20 dB), 其他条件与实验 1 相同, 分别采用 QALS、TS-ESPRIT 和本文算法估计目标参数, 进行 100 次 Monte Carlo 实验, 其参数估计均方根误差见图 4; 平均用时(CPU: Intel Core i5-3210M 2.5 GHz, RAM: 8 GB)见图 5。

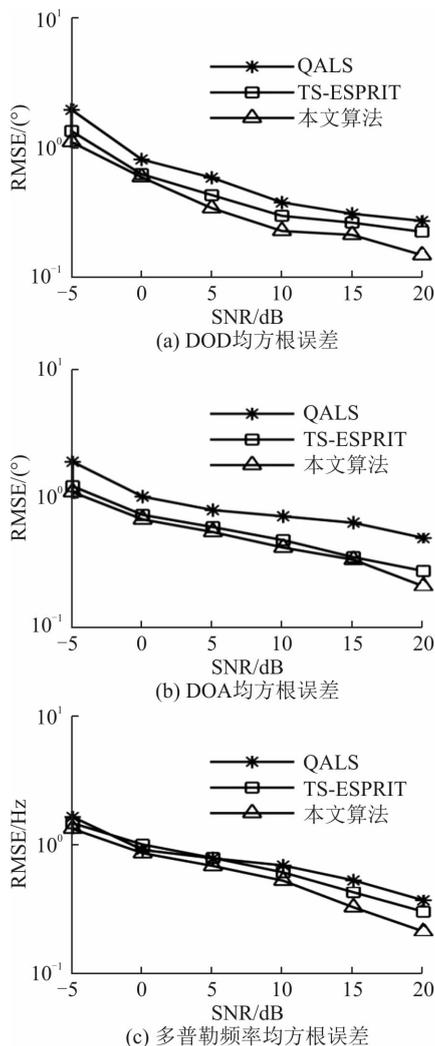


图 4 参数估计均方根误差

Fig. 4 The root mean square error of parameters estimation

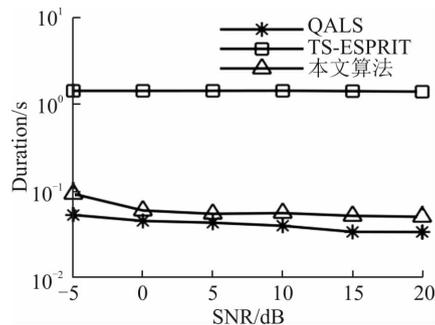


图 5 平均用时

Fig. 5 Mean duration

可见,本文算法参数估计精度优于 QALS 算法和 TS-ESPRIT 算法;平均用时与 QALS 相近,小于 TS-ESPRIT 算法。分析原因:①虽然仿真中收发阵元及延迟器均采用最小冗余配置,但本文算法和 TS-ESPRIT 算法实现了时域和空域孔径自由度的二次扩展,使得扩展后的孔径数大于 QALS 算法扩展后的孔径数。因此,本文算法与 TS-ESPRIT 算

法参数估计精度较高。②本文利用平行因子分析法对扩展后的数据加以处理,进一步提高了参数估计精度,降低了运算量。因此,本文算法参数估计精度更优且用时较短。

5 结论

本文以时空非均匀采样下双基地 MIMO 雷达为基础,实现了时域和空域孔径自由度的二次扩展。通过分析扩展后的信号结构,提出了一种基于平行因子分析的收发角和多普勒频率联合估计算法。该算法具有如下特点:

1)收发阵元及延迟器采用最小冗余配置,实现了时空自由度二次高效扩展。

2)对扩展后的数据加以变换,去除了冗余元素,并使其满足平行因子分析模型。

3)对三阶张量进行降维处理,进一步降低了运算量。

4)与 TD-ESPRIT 算法相比,该算法提高了目标参数估计精度,免去了对高维数据的时空“滑窗”处理以及特征值分解等过程,降低了运算量。

参考文献(References):

- [1] HULEIHEL W, TABRIKIAN J, SHAVID R. Optimal Adaptive Waveform Design for Cognitive MIMO Radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013,61(20):5075-5089.
- [2] DUOFANG C, BAIXIAO C, GUODONG Q. Angle Estimation Using ESPRIT in MIMO Radar[J]. Electronics Letters, 2008,44(12):770-771.
- [3] CHEN J, GU H, SU W. A New Method for Joint DOD and DOA Estimation in Bistatic MIMO Radar [J]. Signal Processing, 2010,90(2):714-718.
- [4] 孙理,朱晓华,贺亚鹏,等. 双基地稀疏阵列 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2013,35(5):1142-1148.
SUN L, ZHU X H, HE Y P, et al. Fast Multi-Target Localization with Sparse Array in Bistatic MIMO Radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(5): 1142-1148. (in Chinese)
- [5] 黄中瑞,张正言,单凉,等. 双基地 MIMO 雷达目标快速定位算法[J]. 信号处理, 2016, 32(9): 1015-1023.
HUANG Z R, ZHANG Z Y, SHAN L, et al. Target Rapid Location for Bistatic MIMO Radar[J]. Journal of Signal Processing, 2016,32(9):1015-1023. (in Chinese)
- [6] 刘帅,张弓,刘文波. 基于时空结构的双基 MIMO 雷

- 达多维参数联合估计[J]. 航空学报, 2010, 31(6): 1196-1203.
- LIU S, ZHANG G, LIU W B. Multi-Dimensional Parameter Joint Estimation of Bistatic MIMO Radars Based on Temporal-Spatial Structure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(6): 1196-1203. (in Chinese)
- [7] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.
- ZHANG J Y, ZHENG Z D, LI X B. An Algorithm for DOD-DOA and Doppler Frequency Jointly Estimating of Bistatic MIMO Radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(8): 1843-1848. (in Chinese)
- [8] 程院兵, 顾红, 苏卫民. 一种新的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2): 312-317.
- CHENG Y B, GU H, SU W M. A New Method for Fast Multi-Target Localization in Bistatic MIMO Radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(2): 312-317. (in Chinese)
- [9] 李建峰, 张小飞. 基于四线性分解的双基地 MIMO 雷达的角度和多普勒频率联合估计[J]. 航空学报, 2012, 33(8): 1474-1482.
- LI J F, ZHANG X F. Joint Estimation of Angle and Doppler Frequency of Bistatic MIMO Radar Based on Four Linear Decompositions[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2012, 33(8): 1474-1482. (in Chinese)
- [10] 郑志东, 方飞, 袁红刚, 等. 时空非均匀采样下双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率联合估计方法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(9): 2164-2170.
- ZHENG Z D, FANG F, YUAN H G, et al. Joint DOD-DOA and Doppler Frequency Estimation for Bistatic MIMO Radar under Condition of Temporal-Spatial Nonuniform Sampling[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(9): 2164-2170. (in Chinese)
- [11] HUYPHAN A, CICHOCKI A. PARAFAC Algorithms for Large-Scale Problems[J]. Neurocomputing, 2011, 74(11): 1970-1984.
- [12] LIU S, TRENKLER G. Hadamard, Khatri-Rao, Kronecker and Other Matrix Products[J]. International Journal of Information and Systems Sciences, 2008, 4(1): 160-177.
- [13] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested Arrays: A Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [14] MOFFET A. Minimum-Redundancy Linear Arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1968, 16(2): 172-175.
- [15] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2013: 71-74.
- ZHANG X D. Matrix Analysis and Application[M]. 2nd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 71-74. (in Chinese)
- [16] SIDIROPOULOS N D, BRO R. On the Uniqueness of Multilinear Decomposition of N -Way Arrays[J]. Journal of Chemometrics, 2000, 14(3): 229-239.
- [17] KOLDA T G, BADER B W. Tensor Decompositions and Applications[J]. SIAM Review, 2009, 51(3): 455-500.
- [18] GOLUB G H, VAN L C F. Matrix Computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University, 1996: 332-334, 358-360.
- [19] 王永良. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 132-138.
- WANG Y L. Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 132-138. (in Chinese)

(编辑: 徐敏)