

三体对抗中的微分对策协同突防策略

熊思宇, 李 刚, 王华吉, 陈 峰

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051)

摘要 在我方高价值飞行器或突防导弹面对敌方拦截器的拦截,采取逃逸机动并释放一枚拦截器的主动防御策略时,提出了离散的协同追踪-逃逸导引律。首先,采用线性二次微分对策的方法对双方飞行器任意阶动力学进行分析,对离散化后的二次型性能指标给出了最优解。该导引律从攻防双方博弈的角度考虑:突防导弹和防御器一方分别采取最优协同逃逸、追踪策略;拦截器一方采取相对应的最优追踪或躲避策略。导引律取决于拦截器和防御器、突防导弹和拦截器的零控脱靶量。其次,设置的仿真情形展示协同下的优势,与传统的一对一导引律相比,协同导引律能够极大的减小对防御器机动能力的需求。最后验证了该算法对的权值不确定性有良好的鲁棒性。

关键词 三体对抗;导弹突防;微分对策;离散;主动防御

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.04.014

中图分类号 TJ765;E92 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)04-0079-07

A Cooperative Collaborative Strategy in Three-Body Engagement Based on Differential Game

XIONG Siyu, LI Gang, WANG Huaji, CHEN Feng

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: This paper presents a discrete cooperative pursuit-evasion strategy when a high value vehicle or a evader launches a defender as a countermeasure against an incoming enemy interceptor. This paper utilizes a linear quadratic differential game formulation for analyzing arbitrary-order linear players' dynamics, and gives out the optimum solutions for discrete quadratic performance index. The paper takes into the consideration of the game composed of two agents, i. e. the optimal cooperative evasion strategy for the evader, the optimal cooperative pursuit strategy for the defender, and the optimal strategy of the homing interceptor for pursuing the evader and for evading the defender. The obtained guidance laws are dependent on the zero-effort miss distances of two pursuer-evader pairs; interceptor with the evader and defender with homing interceptor. The simulation results are used to validate the defensive effect under cooperation. The advantages of cooperation are shown. Compared with the conventional one-on-one guidance law, the cooperation greatly reduces the maneuverable requirements from the defending missile. The simulation also shows that the algorithm is good in robustness to the uncertainty of weight.

Key words: three-body engagement; attack-defense confrontation; differential game; discrete signal; active defense

收稿日期: 2017-12-15

基金项目: 国家自然科学基金(61372034)

作者简介: 熊思宇(1994—),男,湖南常德人,硕士生,主要从事飞行器协同制导与探测研究. E-mail: xionsiyu8313@163.com

引用格式: 熊思宇,李刚,王华吉,等. 三体对抗中的微分对策协同突防策略[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(4): 79-85.
XIONG Siyu, LI Gang, WANG Huaji, et al. A Cooperative Collaborative Strategy in Three-Body Engagement Based on Differential Game[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(4): 79-85.

对于高价值的弹道导弹而言,集先进技术于一身的现代拦截器正成为巨大的威胁。例如在弹道导弹的主动段,防御方不仅能采取定向能武器对其进行拦截,即是通过大气层内飞行器或在轨卫星向弹道导弹发射激光,还能从空基平台上发射拦截器对处于弹道主动段的导弹进行拦截^[1-2]。在此飞行阶段弹道导弹自重大、飞行速度慢、可用过载有限,并且处于爬升和入轨的过程中,其姿态与轨迹往往由程序机构按照事先装订好的参数严格依时序控制,并不适宜做大幅度躲避机动,故而很难摆脱敌方集先进技术于一身的现代拦截器的拦截。因此,可以采取弹道导弹携带防御器或是随弹道导弹一起发射防御器的突防方案,用防御器拦截敌方拦截器。针对这种想定,弹道导弹可以选择和防御器协同或者让防御器单独完成拦截自身做逃避机动。

相比于电子干扰、伪装技术、诱饵技术多弹头技术和机动变轨技术^[3-4]等被动防御方法,文献[5~6]在飞行中段弹道导弹没有机动能力且防御器采用轨控发动机产生侧向加速度的情况下,研究了主动防御滑膜制导律。文献[7]利用多脉冲机动突防的特点,设计了一种对抗预警系统的反拦截中段规避突防策略,大幅提高了弹道导弹中段机动突防能力。

三体对抗问题在飞机防御中得到了广泛研究。文献[8~9]提出了一种本质上是3点导引法的方法,使防御器一直保持在目标和拦截器的连线上,但没有考虑目标和防御器的协同。文献[10~12]在不同背景下运用线性二次微分对策(LQDG)理论研究了的二对一的对抗情景。文献[13~15]使用LQDG理论分析三体对抗问题;文献[13]给出了目标和追踪者在一阶动力学下的最优导引律,和广义比例导引法有相同的结构。文献[14]分别研究了3个飞行器的基于微分对策的最优协同策略及其充分条件。文献[15]研究了协同情况的导弹主动防御策略,但其没有考虑防御器饱和限制且未能达到充分协同的效果。

文献[16~18]针对三体问题使用最优控制理论去设计协同导引律,提出了最大化拦截器和目标的距离的导引策略,实际上是2点边值问题的解,但是存在大量计算。文献[17]设计了一种非线性自适应多模型协同估计器,且每一个模型代表拦截器可能采取的导引律和参数。文献[18]在此基础上设计了目标弹和防御弹的自适应突防制导律。文献[19]在有限时间理论框架下研究了三体制导问题。文献[20]将零控脱靶量和法向速度作为滑膜面提出了一种协同非线性导引律,减小了对剩余飞行时间估计误差的敏感度,得到目标最优逃逸机动以及机动能力受限情况下的导引律。

本文从弹道导弹突防与拦截的攻防双方博弈的角度出发,设计了离散形式的协同线性二次微分对策导引律(CLQDG)。在面对具备高机动能力拦截器时,通过弹道导弹与防御器的协同制导使机动能力有限的防御器实现突防目的。首先,分析了突防各方的任意阶线性动力学,通过终端投影法降低了系统的阶次,简化推导过程;其次,对离散化后的二次型性能指标给出了最优对策解,分析了制导增益的其物理意义;最后,各飞行器为零滞后动力学模型的仿真算例证实了制导律的协同效果,验证了该制导律的鲁棒性。

1 三体攻防对抗的数学模型

三体对抗问题中的3个飞行器有各自不同的作战意图,敌方拦截器(Attacker)试图拦截我方突防导弹,而防御器(Defender)的目的是拦截拦截器以保护突防导弹的生存,突防导弹则企图在防御器的保护下避免被拦截器拦截。显然这种情形下突防导弹扮演目标和诱饵的角色。为了推导方便,后文中将突防导弹称为目标(Target)。此节先给出三体对抗问题的非线性动力学方程,然后给出线性化动力学方程用于导引律的推导。

1.1 三体对抗的非线性模型

三体对抗问题的几何关系见图1,3个飞行器被看做为速度大小不变的质点,并忽略重力 $X-O-Y$ 影响。 (V_T, a_T) 为笛卡尔惯性参考坐标系; (V_T, a_T) 、 (V_D, a_D) 和 (V_M, a_M) 分别为目标,防御器,和拦截器的速度与法向加速度,且速度始终恒定; (r_{MT}, r_{MD}) 、 $(\lambda_{MT}, \lambda_{MD})$ 分别为目标、防御器到拦截器的距离与视线角;拦截器-目标和拦截器-防御器2对运动学关系如下:

$$\begin{aligned} \dot{r}_{MT} &= V_{r_{MT}} = V_M \cos(\gamma_M - \lambda_{MT}) - V_T \cos(\gamma_T - \lambda_{MT}) \\ \dot{\lambda}_{MT} &= V_{\lambda_{MT}} = V_M \sin(\gamma_M - \lambda_{MT}) - V_T \sin(\gamma_T - \lambda_{MT}) / r_{MT} \\ \dot{r}_{MD} &= V_{r_{MD}} = V_M \cos(\gamma_M - \lambda_{MD}) - V_D \cos(\gamma_D - \lambda_{MD}) \\ \dot{\lambda}_{MD} &= V_{\lambda_{MD}} = V_M \sin(\gamma_M - \lambda_{MD}) - V_D \sin(\gamma_D - \lambda_{MD}) / r_{MD} \end{aligned} \quad (1)$$

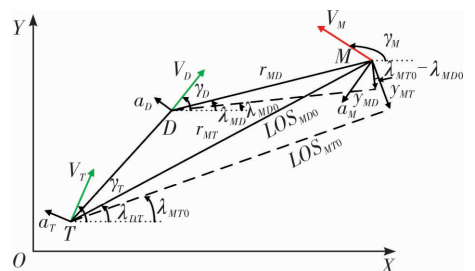


图1 攻防对抗几何关系

Fig. 1 Planar engagement geometry

速度倾角的导数可以表示为:

$$\dot{\gamma}_i = \frac{a_i}{V_i}, \quad i = \{M, T, D\} \quad (2)$$

假设突防阶段各飞行器的运动学关系可用任意阶线性方程表示:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{B}_i u_i \\ a_i = \mathbf{C}_i \mathbf{X}_i + d_i u_i \end{cases} \quad i = \{M, T, D\} \quad (3)$$

式中: \mathbf{X}_i 为各飞行器的状态向量且 $\dim(\mathbf{X}_i) = n_i$; a_i 和 u_i 分别为各个飞行器垂直于速度的加速度和控制量。

1.2 三体对抗的线性化模型

在突防阶段存在 2 个碰撞三角形, 分别出现在拦截器-目标和拦截器-防御弹之间。在制导末段 3 个飞行器的运动符合线性化假设^[21], y_{MT} 表示拦截器和目标垂直于初始视线 LOS_{MT0} 方向的相对位移, y_{MD} 表示拦截器和防御器垂直于初始视线 LOS_{MD0} 方向的相对位移; (a_{MN}, a_{TN}) 分别为拦截器和目标垂直于视线 LOS_{MT} 的加速度分量。 a_{DN} 为防御器垂直于视线 LOS_{MD} 的加速度分量, u_{MN}, u_{DN}, u_{MN} 为突防各方垂直于相应视线的控制输入分量。满足如下条件:

$$\begin{aligned} a_{iN} &= a_i \chi_i, u_{iN} = u_i \chi_i, \\ \chi_i &= \cos(\gamma_{i0} - \lambda_{MT0}), i = \{M, T, D\} \end{aligned} \quad (4)$$

令:

$$\eta = \cos(\lambda_{MT0} - \lambda_{MD0}) \quad (5)$$

令状态向量为:

$$\mathbf{x} = [y_{MT}, \dot{y}_{MT}, \mathbf{X}_T^T, y_{MD}, \dot{y}_{MD}, \mathbf{X}_D^T, \mathbf{X}_M^T] \quad (6)$$

其状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_{TN} - a_{MN} \\ \dot{\mathbf{X}}_T = \mathbf{A}_T \mathbf{X}_T + \mathbf{B}_T u_{TN} / \chi_T \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \eta a_{MN} - a_{DN} \\ \dot{\mathbf{X}}_D = \mathbf{A}_D \mathbf{X}_D + \mathbf{B}_D u_{DN} / \chi_D \\ \dot{\mathbf{X}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{X}_M + \mathbf{B}_M u_{MN} / \chi_M \end{cases} \quad (7)$$

化为矩阵的形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} [u_{TN}, u_{DN}]^T + \mathbf{C} u_{MN} \quad (8)$$

1.3 性能指标

(r_{MT0}, r_{MD0}) 分别为拦截器与目标、防御器的初始距离。在小角度的线性化假设下, 拦截时间可认为是不可变的, 满足如下关系:

$$\begin{cases} t_{fMT} = -r_{MT0} / \dot{r}_{MT0} \\ t_{fMD} = -r_{MD0} / \dot{r}_{MD0} \end{cases} \quad (9)$$

两拦截时间的差值为 Δt , 表示如下:

$$\Delta t = t_{fMT} - t_{fMD} \quad (10)$$

为了简化问题降低系统阶次, 采用终端投影法做如下变换^[18]:

$$\begin{cases} Z_{MT}(t) = \mathbf{D}_{MT} \Phi(t_{fMT}, t) \mathbf{x}(t) \\ Z_{MD}(t) = \mathbf{D}_{MD} \Phi(t_{fMD}, t) \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (11)$$

式中: Φ 是式(8)的状态转移矩阵。

$$\begin{cases} \mathbf{D}_{MT} = [1 \quad 0]_{1 \times (n_T + n_D + n_M + 3)} \\ \mathbf{D}_{MD} = [[0]_{1 \times (n_T + 2)} \quad 1 \quad [0]_{1 \times (n_D + n_M + 1)}] \end{cases} \quad (12)$$

定义零控脱靶量向量为:

$$\mathbf{Z}(t) = [Z_{MT}(t) \quad Z_{MD}(t)]^T \quad (13)$$

对时间求导得:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MT}(t) &= \mathbf{D}_{MT} [\dot{\Phi}(t_{fMT}, t) \mathbf{x} + \Phi(t_{fMT}, t) \dot{\mathbf{x}}] = \\ & \mathbf{D}_{MT} \Phi(t_{fMT}, t) (\mathbf{B} [u_{TN} \quad u_{DN}] + \mathbf{C} u_{MN}) = \mathbf{D}_{MT} \Phi(t_{fMT}, t) \\ & ([\mathbf{B}_{MT}^T \quad 0]_{1 \times (n_D + n_M + 2)})^T u_{TN} + \mathbf{C} u_{MN} \end{aligned} \quad (14)$$

同理有:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{MD}(t) &= \mathbf{D}_{MD} \Phi(t_{fMD}, t) \\ & ([[[0]_{1 \times (n_T + 2)} \quad \mathbf{B}_{MD}^T \quad [0]_{1 \times n_M}]^T u_{DN} + \mathbf{C} u_{MN}) \end{aligned} \quad (15)$$

且 \dot{Z}_{MT} 与 $\dot{Z}_{MD}(t)$ 是状态独立的。为了反映防御器在拦截结束后消失, 令 $Z_{MD}(t)$ 在时间段 $t_{fMD} < t < t_{fMT}$ 保持不变, 即:

$$Z_{MD}(t) = Z_{MD}(t_{fMD}) \quad (16)$$

方程(15)和方程(16)的离散化形式为:

$$\mathbf{Z}_d(k+1) = \mathbf{Z}_d(k) + \mathbf{\Gamma}_d(k) \mathbf{u}_d(k) \quad (17)$$

式中: $\mathbf{Z}_d(k)$ 为离散状态向量; $\mathbf{u}_d(k)$ 离散控制向量。

$$\mathbf{Z}_d(k) = [Z_{MT}(k) \quad Z_{MD}(k)]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_d(k) = [u_{MN}(k) \quad u_{TN}(k) \quad u_{DN}(k)]^T \quad (19)$$

矩阵 $\mathbf{\Gamma}_d(k)$ 定义为:

$$\mathbf{\Gamma}_d(k) = T_s \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{MT} \Phi(t_{fMT}, kT_s) [\mathbf{C} \quad \mathbf{B}] \\ \mathbf{D}_{MD} \Phi(t_{fMD}, kT_s) [\mathbf{C} \quad \mathbf{B}] \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: T_s 是采样时间, $[\mathbf{C} \quad \mathbf{B}]$ 是 $(n_T + n_D + n_M + 4) \times (3)$ 维矩阵。

选择性能指标为:

$$J = -\frac{\alpha_{MT}}{2} y_{MT}^2(t_{fMT}) + \frac{\alpha_{MD}}{2} y_{MD}^2(t_{fMD}) +$$

$$\frac{\beta_T}{2} \int_0^{t_{fMT}} u_{TN}^2 dt + \frac{\beta_D}{2} \int_0^{t_{fMD}} u_{DN}^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^{t_{fMT}} u_{MN}^2 dt \quad (21)$$

式中: 权重 $\alpha_{MT}, \alpha_{MD}, \beta_T$ 和 β_D 是非负的, 可将突防问题转化为双方线性二次型微分对策问题。一方为目标和防御器, 其控制量 u_{TN} 和 u_{DN} 意图最小化代价函数; 另一方为拦截器, 其控制量 u_{MN} 意图最大化代价函数。

$$\min_{[u_{TN} \quad u_{DN}]^T} \max_{u_{MN}} J \quad (22)$$

式(21)在离散系统中表示为:

$$J_d = -\frac{\alpha_{MT}}{2} Z_{MT}^2(N_{fMT}) + \frac{\alpha_{MD}}{2} Z_{MD}^2(N_{fMD}) +$$

$$\frac{T_s}{2} \left(\sum_{k=0}^{N_{fMD}-1} \beta_D u_D^2(k) + \sum_{k=0}^{N_{fMN}-1} \beta_T u_T^2(k) - u_M^2(k) \right) \quad (23)$$

式中:

$$N_{fj} = t_{fj} / T_s, j = \{MT, MD\} \quad (24)$$

可将上式化为离散的二次型性能指标形式:

$$J_d = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N_{fMT}} \{ \mathbf{Z}_d^T(k) \mathbf{Q}(k) \mathbf{Z}_d(k) + \mathbf{u}_d^T(k) \mathbf{R}(k) \mathbf{u}_d(k) \} \quad (25)$$

其中:

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{cases} \begin{bmatrix} -\alpha_{MT} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & k = N_{fMT} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{MD} \end{bmatrix}, & k = N_{fMD} \\ [0]_{2 \times 2}, & \text{else} \end{cases} \quad (26)$$

$$\mathbf{R}(k) = \begin{cases} T_s \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_T & 0 \\ 0 & 0 & \beta_D \end{bmatrix}, & k < N_{fMT} \\ [0]_{2 \times 2}, & k < N_{fMT} \end{cases} \quad (27)$$

2 基于微分对策的离散导引律设计

上述问题可以分为 2 个阶段,在拦截器和防御器的对抗结束前 $t < t_{fMD}$,需为目标和防御器找到最优协同突防策略,为拦截器找到最优拦截策略;在此之后 $t_{fMD} < t < t_{fMT}$,该问题实际上成为标准一对一的对抗问题。

下面在离散系统中推导协同导引律的解析解离散化问题的哈密尔顿方程为:

$$H(k) = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_d^T(k) \mathbf{Q}(k) \mathbf{Z}_d(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R}(k) \mathbf{u}(k)) + \boldsymbol{\lambda}^T(k+1) \mathbf{Z}_d(k+1) \quad (28)$$

伴随方程为:

$$\boldsymbol{\lambda}^T(k) = -\frac{\partial H(k)}{\partial \mathbf{Z}_d(k)} \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^T(k) = \boldsymbol{\lambda}^T(k+1) + \mathbf{Z}_d^T(k) \mathbf{Q}(k) \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^T(N_{fMT}) = \mathbf{Z}_d^T(N_{fMT}) \mathbf{Q}(N_{fMT})$$

令驻值 $H(i)$ 对 $u(i)$ 的偏导数为 0,

$$\frac{\partial H(k)}{\partial \mathbf{u}(k)} = \mathbf{u}(k) \mathbf{R}(k) + \boldsymbol{\lambda}^T(k+1) \boldsymbol{\Gamma}_d(k) = 0 \quad (31)$$

可得其驻值:

$$\mathbf{u}^*(k) = -\mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \boldsymbol{\lambda}^T(k+1) \quad (32)$$

可得:

$$\mathbf{Z}_d(k+1) =$$

$$\mathbf{Z}_d(k) - \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d^T(k) \boldsymbol{\lambda}(k+1) \quad (33)$$

令:

$$\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{Z}_d(k) \quad (34)$$

式中: $\mathbf{P}(i)$ 为离散黎卡提方程的对称非负定解,因此可得下面 2 个方程:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_d(k+1) = [\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d^T(k) \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \mathbf{Z}_d(k) \\ \boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{P}(k+1) \mathbf{Z}_d(k+1) + \mathbf{Q}(k) \mathbf{Z}_d(k) \end{cases} \quad (35)$$

\mathbf{I} 是相应维度的单位矩阵,最终可得:

$$\begin{cases} \mathbf{u}^*(k) = -\mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \boldsymbol{\lambda}^T(k+1) \mathbf{P}(k+1) \times \\ [\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d^T(k) \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \mathbf{Z}_d(k) \\ \mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k+1) \times \\ [\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d^T(k) \mathbf{P}(k+1)]^{-1} + \\ \mathbf{Q}(k) \mathbf{P}(N_{fMT}) = \mathbf{Q}(N_{fMT}) \end{cases} \quad (36)$$

通过从 N_{fMT} 反向迭代 $\mathbf{P}(i)$ 可得最优控制器,定义包含 $\mathbf{Z}_d(i)$ 系数的矩阵:

$$\mathbf{K}(k) = -\mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{P}(k+1) [\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}_d(k) \mathbf{R}^{-1}(k) \boldsymbol{\Gamma}_d^T(k) \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \quad (37)$$

因此,最优控制量可以表示为:

$$\mathbf{u}^*(k) = \mathbf{K}(k) \mathbf{Z}_d(k) \quad (38)$$

进一步,能将控制量表示成关于脱靶量和制导增益的形式:

$$\begin{cases} u_{MN}^*(k) = \frac{N'_M(k) Z_{MT}(k)}{(N_{fMT} - k)^2 T_s^2} + \frac{\Gamma'_M(k) Z_{MD}(k)}{(N_{fMD} - k)^2 T_s^2} \\ u_{TN}^*(k) = \frac{N'_T(k) Z_{MT}(k)}{(N_{fMT} - k)^2 T_s^2} + \frac{\Gamma'_T(k) Z_{MD}(k)}{(N_{fMD} - k)^2 T_s^2} \\ u_{DN}^*(k) = \frac{N'_D(k) Z_{MT}(k)}{(N_{fMT} - k)^2 T_s^2} + \frac{\Gamma'_D(k) Z_{MD}(k)}{(N_{fMD} - k)^2 T_s^2} \end{cases} \quad (39)$$

制导增益为:

$$\begin{cases} N'_M(k) = K_{(1,1)}(k) (N_{fMT} - k)^2 T_s^2 \\ N'_T(k) = K_{(2,1)}(k) (N_{fMT} - k)^2 T_s^2 \\ N'_D(k) = K_{(3,2)}(k) (N_{fMD} - k)^2 T_s^2 \\ \Gamma'_M(k) = K_{(1,1)}(k) (N_{fMD} - k)^2 T_s^2 \\ \Gamma'_T(k) = K_{(2,2)}(k) (N_{fMD} - k)^2 T_s^2 \\ \Gamma'_D(k) = K_{(3,1)}(k) (N_{fMT} - k)^2 T_s^2 \end{cases} \quad (40)$$

每种制导增益都有不同的作用:

1) 拦截器要在拦截目标时躲避防御器追踪, N'_M 表示在时间 $t \leq t_{fMT}$ 内减小 $Z_{MT}(t)$; Γ'_M 表示在时间 $t \leq t_{fMD}$ 内增大 $Z_{MD}(t)$ 。

2) 目标突防方式为机动躲避拦截或作为诱饵协助防御器攻击拦截器, N'_T 表示在时间 $t \leq t_{fMT}$ 内增大 $Z_{MT}(t)$; Γ'_T 在时间 $t \leq t_{fMD}$ 内增大 $Z_{MD}(t)$ 。

3) 防御器直接攻击拦截器或通过攻击拦截器协助目标突防, N'_D 表示在时间 $t \leq t_{fMD}$ 内减小 $Z_{MD}(t)$; Γ'_D 表示在时间 $t \leq t_{fMT}$ 内增大 $Z_{MT}(t)$ 。

3 制导增益分析

下面对式(39)所给的 CLQDG 制导增益进行分析。相关参数设置为: $\beta_T = 5$, $\beta_D = 1/3$, $t_{fMT} = 5$ s, $t_{fMD} = 3$ s, $T_s = 0.01$ s。

1) 令 $\alpha_{MT} \rightarrow \infty$, $\alpha_{MD} \rightarrow \infty$ 即同时要求拦截器和防御器的脱靶量为零,如果同时考虑目标没有机动能力的情况 $\beta_T \rightarrow \infty$,结果如图 2 所示,从中可以看出在防御器消失后($t_{goMD} < 0$),此时 CLQDG 导引律退化为经典的一对一比例导引律($N'_M = 3$)。形式上

也相同,比例导引律的线性形式^[22]为:

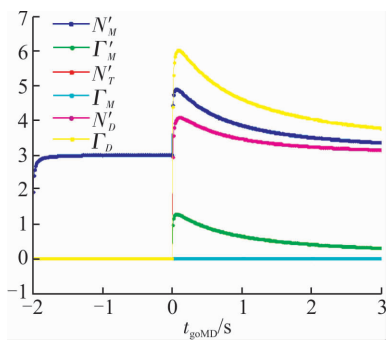


图 2 极限情况下制导增益的变化

Fig. 2 Limiting Cases of effective navigation gains

$$u = N_{PN} \frac{Z_{PN}}{(t_{go})^2} \quad (41)$$

2)使 $\alpha_{MT} \rightarrow \infty$ 且 α_{MD} 为一个有限值,即目标一定会被拦截器拦截,兼顾考虑拦截器与防御器的脱靶量。图 3 表示在不同的权重 α_{MD} 下,制导增益随拦截器剩余飞行时间下的变化。

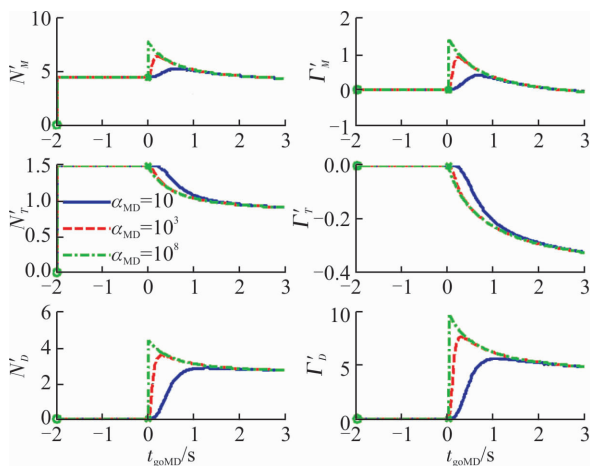


图 3 制导增益

Fig. 3 navigation gains

随着权重 α_{MD} 的增加,防御器命中拦截器需要更大的能量要求,制导增益迅速增长,因为防御器需要做更大努力去命中拦截器(更大的 N'_D)和协助目标突防(更大的 Γ'_D);拦截器在拦截目标时需要更大的努力去躲避防御器(更大的 Γ'_M),相反的, N'_T , Γ'_T 几乎不受影响。由于篇幅原因对制导增益的其他变化不做详细分析。

4 协同效果分析

此节给出了一个零滞后动力学的仿真算例,防御器在命中拦截器后消失,所以他们的控制量不再影响他们的相对位移。

通过非线性运动学仿真将 CLQDG 导引律分别与经典的一对一 LQDG^[13](有/无饱和和限制)导引律

和 PN 导引律^{[22]199-203}对比,攻防对抗仿真从有侧向位移的迎面攻击开始,代表拦截器和防御器有初始航向误差,且简化在二维平面内。突防导弹和拦截器的初始位移为 $\Delta X = 18 \text{ km}$ 、 $\Delta Y = 1.2 \text{ km}$, $\alpha_{MT} = \alpha_{MD} = 10^8$, $\beta_T = 5$, $\beta_D = 1/3$, $T_s = 0.01 \text{ s}$ 。假定在仿真开始前已经探测到拦截器并发射防御器。突防导弹的速度为 $V_T = 2.5 \text{ km/s}$,防御器和拦截器的速度为 $V_D = V_M = 3 \text{ km/s}$ 。图上用不同符号标记绘出的线对应不同的飞行器以便于区分。

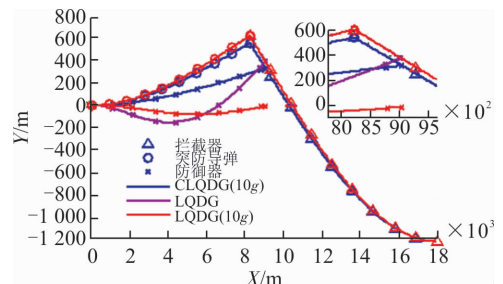


图 4 各飞行器的轨迹

Fig. 4 Adversaries' trajectories

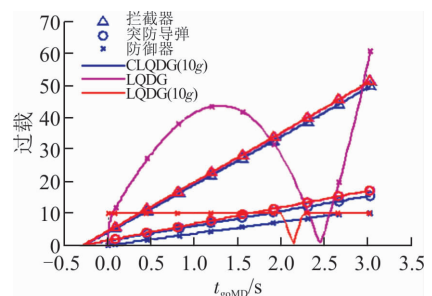


图 5 各飞行器加速度

Fig. 5 Adversaries accelerations

从图 4 和图 5 可以看出,突防导弹和防御器共同机动,突防导弹通过协同机动引诱拦截器,使防御器有更好的防御效果。突防导弹做协同机动突防使得拦截器的需用过栽明显增大,目标帮防御器“分担”了部分机动需求,与 LQDG 导引律相比 CLQDG 防御器加速度需求更小,且满足其过栽限制要求。协同下的防御器在离目标更远处成功拦截,且整个拦截过程机动不超过 12g;在不协同且防御器没有饱和限制时,拦截器被截获距离目标更近,且大机动达到 62g;在防御器机动能力有饱和和限制条件下(10g),采用 LQDG 导引律的防御器不能成功拦截。

图 6 与图 7 为相比于比例导引律的仿真结果。相比于逃逸方,PN 导引律要求追踪者至少要有 3 倍的机动优势^[22]。如果拦截器和防御器均为 PN 导引律,那么就要求防御器的机动能力至少是突防导弹的 9 倍。仿真中突防导弹做大小 10g 恒值机动,仿真结果充分展示了 CLQDG 导引律的协同性能。图 8 为三维的仿真轨迹图,由于和二维类似不做进一步分析。

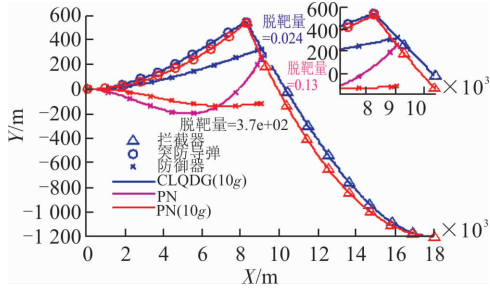


图6 各飞行器的轨迹

Fig. 6 Adversaries' trajectories

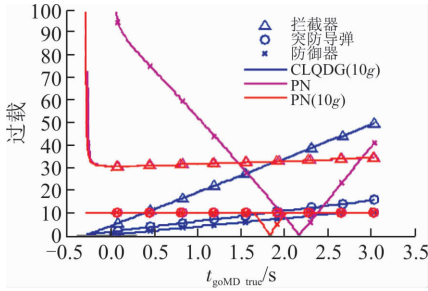


图7 各飞行器加速度

Fig. 7 Adversaries' accelerations

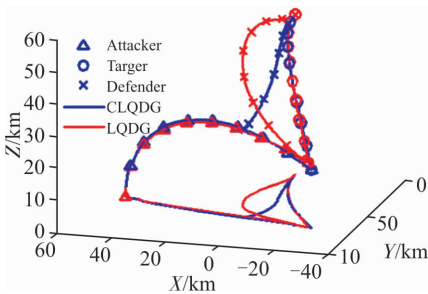


图8 各飞行器三维轨迹

Fig. 8 Adversaries' 3D-trajectories

5 算法鲁棒性分析

权值 (β_T, β_D) 表示目标和防御强的相对机动能力,本节对CLQDG算法的鲁棒性进行研究也就是对不确定性权值 (β_T, β_D) 的敏感性分析。

CLQDG算法的性能取决于其设计的权值,在实际的对抗中,可能出现各种不确定性,必须确保算法有足够的鲁棒性来应对各种不确定性,来完成保护目标的任务。下面分析当目标由于某些原因不按预期进行时CLQDG算法的性能,比如目标由于既定航线约束而不能做理论上的逃逸机动。为了消除拦截器的在验证仿真中的影响,拦截器采用一对一的LQDG算法。

仿真相关参数设置如下:

$$\alpha_{MT} = \alpha_{MD} = 10^8$$

$$\beta_D = \frac{1}{3}$$

防御器在目标偏离初始策略下的变化如图9,蓝线和红色虚线表示目标机动逃逸,绿点画线和黑色点线表示目标不机动的情况。

蓝线和绿点画线分别表示目标在 $\beta_T = \beta_{T \text{ real}} = 2$ 和 $\beta_T = \beta_{T \text{ real}} \rightarrow \infty$ 时既定的机动逃逸参考轨迹,红色虚线表示防御器认为目标像绿点画线一样 $\beta_T \rightarrow \infty$ 不做机动,然而目标实际做 $\beta_{T \text{ real}} = 3$ 的逃逸机动。开始时,防御器的轨迹几乎水平,没有朝着预测碰撞点大机动,但是通过不断缩小 Z_{MD} ,在最后阶段命中了导弹,对比于参考轨迹有轻微的延迟。

黑色点线表示防御器认为目标做像蓝线一样 $\beta_T = 3$ 的机动,而目标实际不做机动 $\beta_{T \text{ real}} \rightarrow \infty$ 。由于信息共享和理想动力学的假设,各种情况下的脱靶量可忽略不计,但是能比较最优轨迹和次优轨迹趋势的不同。尽管由于目标行为的误导,防御器的导引性能是次优的,但仍优于LQDG算法的性能。

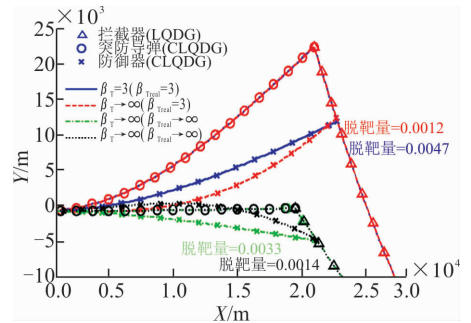


图9 目标未协同的轨迹

Fig. 9 Adversaries' trajectories of non-cooperative target

6 结语

在三体攻防对抗的背景下,本文采用线性二次微分对策方法对飞行器的任意阶线性动力学分析,通过离散化得到了最优协同制导率,给出了飞行器零滞后动力学的仿真算例,协同下仿真结果展示了CLQDG导引律比LQDG导引律更优的性能。协同下的防御器避免不必要机动直接飞向预测拦截点。极大的减小了防御导弹需用过载。协同下的目标,除了做机动突防,还扮演着一个诱饵的角色,使机动能力相对受限的防御器更容易拦截来袭拦截器。通过仿真检验了算法的鲁棒性,在面对出现权值不确定的情况时,仍能实现突防的战略目的。通过设计相对廉价的,不具优越机动能力的拦截导弹采用协同策略能够保护我方高价值飞行器,极大增强目标生存能力。诚然,敌方的拦截器还处于研究阶段,同时最终实现弹道导弹采用防御器在主动段进行突防仍将会有大量的工程应用问题需要解决,但是,本文的理论意义和应用价值会随着武器性能和作战样式的不断发展而逐渐显现出来。后续工作可围绕以下几点开展:采用高阶

动力学模型;优化防御器的发射时间;多飞行器最优导引律;采用随机优化方法等。

参考文献(References):

- [1] ZARCHAN P. Kill Vehicle Guidance and Control Sizing For Boost-Phase Intercept[J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2011, 34(2):513-521.
- [2] OHLMEYER E, BALAKRISHNAN S. Generic Analysis of Interceptor Design and Tracking System Performance for Boost Phase Intercept[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. AIAA, 2013.
- [3] GUO Y, YAO Y, WANG S, et al. Maneuver Control Strategies to Maximize Prediction Errors in Ballistic Middle Phase[J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2013, 36(4):1225-1234.
- [4] 马晓华. 导弹突防的若干对策研究与仿真[D]. 南京:南京航空航天大学, 2016.
MA X H. Research and Simulation of Several Strategies for Missile Penetration[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016. (in Chinese)
- [5] 邹昕光, 周荻, 杜润乐, 等. 大气层外主动防御三维自适应滑模制导律[J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(2):365-371.
ZOU X G, ZHOU D, DU R L, et al. Active Defense Exoatmospheric Adaptive Sliding Mode Guidance Law in Three Dimensions[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(2):365-371. (in Chinese)
- [6] 邹昕光, 周荻, 杜润乐, 等. 主动防御非奇异终端滑模协同制导律[J]. *兵工学报*, 2015, 36(3):475-483.
ZOU X G, ZHOU D, DU R L, et al. Active Defense Nonsingular Terminal Sliding Mode Cooperative Guidance Law[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(3):475-483. (in Chinese)
- [7] 周啟航, 刘延芳, 齐乃明, 等. 基于反预警的反拦截中段规避突防策略[J]. *航空学报*, 2017, 38(1):177-189.
ZHOU Q H, LIU Y F, QI N M, et al. Anti-Warning-Based Anti-interception Avoiding Penetration Strategy in Midcourse[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(1):177-189. (in Chinese)
- [8] RATNOO A, SHIMA T. Line-of-Sight Interceptor Guidance for Defending an Aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, 34(2): 522-532.
- [9] YAMASAKI T, BALAKRISHNAN S N, TAKANO H. Modified Command to Line-of-Sight Intercept Guidance for Aircraft Defense[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, 36(3): 901-905.
- [10] 刘卫东, 程瑞锋, 高立娥, 等. 水下微分对策协同拦截制导策略[J]. *兵工学报*, 2016, 37(9):1684-1691.
LIU W D, CHENG R F, GAO L E, et al. Cooperative Engagement-Based Differential Guidance Law for Underwater Interceptor [J]. *Acta Armamentarii*, 2016, 37(9):1684-1691. (in Chinese)
- [11] LIU Y F, QI N M, TANG Z W. Linear Quadratic Differential Game Strategies with Two-Pursuit Versus Single-Evader[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2012, 25(6):896-905.
- [12] 花文华, 张拥军, 张金鹏, 等. 双导弹拦截角度协同的微分对策制导律[J]. *中国惯性技术学报* 2016, 24(6): 838-844.
HUA W H, ZHANG Y J, ZHANG J P, et al. Differential Games Guidance Law for Double Missiles with Cooperative Intercept Angle[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2016, 24(6):838-844. (in Chinese)
- [13] SHIMA T, GOLAN O M. Linear Quadratic Differential Games Guidance Laws for Dual Controlled Missiles [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3): 834-842.
- [14] PERELMAN A, SHIMA T, RUSNAK I. Cooperative Differential Game Strategies for Active Aircraft Protection from a Homing Missile[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, 34(3): 761-773.
- [15] 韩冰. 基于微分对策的导弹主动防御制导研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
HAN B. Research on Initiative Missile Defense Guidance on Differential Game[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016. (in Chinese)
- [16] GARCIA E, CASBEER D W, PACHTER M. Cooperative Strategies for Optimal Aircraft Defense from an Attacking Missile[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2015, 38(8): 1510-1520.
- [17] SHAFERNAN V, SHIMA T. Cooperative Multiple-Model Adaptive Guidance for an Aircraft Defending Missile[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(6): 1801-1813.
- [18] 方峰, 蔡远利. 三体对抗中的自适应协同突防策略[J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(4):72-78.
FANG F, CAI Y L. An Adaptive Collaborative Guidance Strategy in Three-Body Engagement[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(4):72-78. (in Chinese)
- [19] GUO Y, HU X, HE F, et al. Triangle Interception Scenario: A Finite-Time Guidance Approach[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016(3):1-12.
- [20] KUMAR S R, SHIMA T. Cooperative Nonlinear Guidance Strategies for Aircraft Defense[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2016, 40(1):124-138.
- [21] FONOD R, SHIMA T. Blinding Guidance Against Missiles Sharing Bearings-only Measurements [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 54(1):205-216.
- [22] ZARCHAN P. *Tactical and Strategic Missile Guidance* [M]. Reston, VA: American Institute of Astronautics and Aeronautics, 2002.