

频控阵波束特性及波形控制研究

冯晓宇¹, 谢军伟¹, 张 晶², 王 博¹

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 陕西交通职业技术学院, 西安, 710018)

摘要 梳理了相关研究文献,对频控阵的原理及特性进行了仿真分析,重点针对频控阵波束控制的研究现状进行分析总结。分析了频控阵雷达的发射接收信号处理的 3 种机制,针对其中 2 种机制应用线性约束最小方差(LCMV)准则进行自适应波束形成仿真分析。最后,提出一种基于可变加载约束的线性约束最小方差准则算法,基于频控阵雷达第 1 种处理机制,采用窄带滤波器在第 m 通道中只滤出载频为 f_m 的信号的原理。为减少运算量,对权矢量范数设定一个上界约束,采用最速下降法得到权矢量和导向矢量。仿真结果表明:算法在 5° 误差存在情况下,可以在目标位置形成大增益,干扰位置形成零陷,时间较第 1 种处理机制下的自适应算法减少了 27.3%。

关键词 相控阵;频控阵;波束控制;线性约束最小方差准则;自适应波束

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.03.008

中图分类号 TN958 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)03-0042-07

Research on Waveform Properties and Beam Control of Frequency Diverse Array

FENG Xiaoyu¹, XIE Junwei¹, ZHANG Jing², WANG Bo¹

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Shaanxi College of Communication Technology, Xi'an 710018, China)

Abstract: In this paper, the related research literature is combed, the principle and properties of frequency diverse array are analyzed and simulated, and the research status of beam control of frequency diverse array is emphasized. This paper analyzes three mechanisms of transmit and receive signal processing for frequency diverse array radar. For two mechanisms, linear constrained minimum variance (LCMV) norm is applied to the adaptive beam forming simulation analysis. Finally, a linear constrained minimum variance criterion algorithm based on variable load constraint is proposed. Based on the first processing mechanism of frequency array radar, narrowband filter is used to filter out only the signal of carrier frequency f_m in channel m . In order to reduce the amount of computation, an upper bound on the weight vector norm is set, and a weight vector and a steering vector are obtained by the steepest descent method. The simulation results show that the algorithm can form a large gain in the desired direction in the presence of 5° error, and the null in undesired direction. Compared with the adaptive algorithm under condition of the first processing mechanism, the time reduces by 27.3%.

Key words: phased array; frequency diverse array; beam control; linearly constrained minimum variance norm; robust adaptive beam

收稿日期: 2017-07-03

基金项目: 国家自然科学基金(61503408)

作者简介: 冯晓宇(1994—),男,重庆潼南人,硕士生,主要从事 FDA 复杂电磁环境构建技术研究. E-mail:790482771@qq.com

引用格式: 冯晓宇,谢军伟,张晶,等.频控阵波束特性及波形控制研究[J].空军工程大学学报(自然科学版),2018,19(3):42-48. FENG Xiaoyu, XIE Junwei, ZHANG Jing, et al. Research on Waveform Properties and Beam Control of Frequency Diverse Array[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(3): 42-48.

与传统机械扫描雷达相比,相控阵雷达在阵面保持不动的前提下可通过移相器实现高效的电扫描,波束控制更为灵活^[1]。此外,广泛应用于三坐标雷达的频率扫描也是实现电扫描的另一种方式。通过改变雷达系统工作频率的频扫阵列结构简单,但由于在固定角度上的频率固定,容易被敌方侦察截获。所以,无论相控阵还是频扫阵所形成的波束在角度上都不存在距离分辨力,因而无法分辨同一方向不同距离的2个目标。在实际中,增加一维相关性在波束控制、干扰抗干扰或杂波抑制等领域都有重要的研究价值。

2006年, Antonik 在雷达会议上首次提出了 FDA (Frequency Diverse Array, FDA) 雷达概念^[2]。FDA 直译为频率分集阵列,文献^[3]中分析了这种体制在原理上和相控阵雷达一样发射相参信号,只是经过附加很小的频偏控制后辐射出去的信号频率中心有所偏移,但其主要频率成分是重叠的,因而本文采用频控阵的名称。本文在介绍频率分集阵列原理及基本特性^[4-7]的前提下,重点针对阵列波束控制及波束形成技术的研究现状进行总结。

1 频控阵原理及特性

1.1 频控阵基本原理

阵元间距为 d 的一个 10 阵元一维均匀线阵结构见图 1。

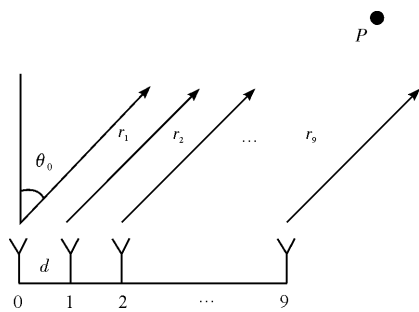


图 1 10 阵元均匀线阵

Fig. 1 10 sensors uniform linear array

其中,假设各阵元辐射满足各向同性,相互之间无电磁耦合且各天线发射频率相同。普通均匀线阵归一化方向图由式(1)计算:

$$|AF_{\text{norm}}| = \frac{\sin(N\gamma/2)}{N \sin(\gamma/2)} \quad (1)$$

式中: N 表示阵元数目; $\gamma = kd \sin(\theta)$; θ 表示扫描角, $k = 2\pi/\lambda$ 表示波数, d 表示阵元间距。相控阵中 γ 表示为 $kd[\sin(\theta) - \sin(\theta_0)]$, θ_0 表示等效视角。通过长度为 l (通常 l 远大于 d) 的蛇形馈线连接相邻阵列单元,组成如图 2 所示的频率扫描阵列结构

也可实现阵元间相位差的控制。频率扫描阵列中 γ 表示为 $kd \left[\sin(\theta) - \frac{l}{d} \left(1 - \frac{f_0}{f} \right) \right]$, f_0 为阵列指向法线方向时所对应的频率。

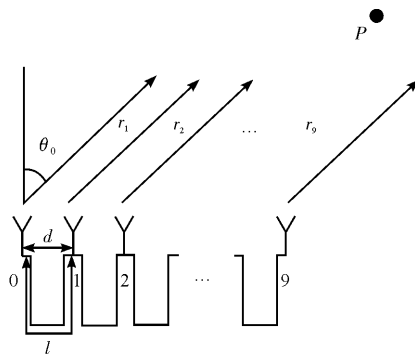


图 2 10 阵元频率扫描阵列结构图

Fig. 2 10 sensors frequency scanning array structure

图 3 为普通均匀线阵、相控阵及频率扫描阵列的方向图,假设阵元间隔 d 为半波长, $f_0 = 1 \text{ GHz}$, $l = 0.6$ 。图 3(a)为普通均匀线阵发射方向图,可以看到波束指向固定为阵列法线方向。图 3(b)、图 3(c)为 θ_0 分别为 $\pi/9$ 与 $\pi/6$ 时的相控阵方向图,可以看到只要补偿合适的相位差就可以实现阵列波束指向的实时变化。图 3(d)中当 $f = 1.069 2 \text{ GHz}$ 时可使频率扫描阵列波束指向。

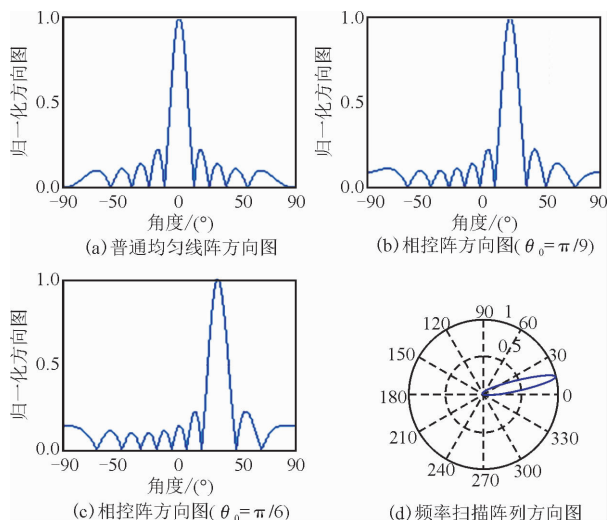


图 3 3 种基本阵列方向图

Fig. 3 Three basic array patterns

频率分集阵列通过在阵元间引入频差 Δf , 从而在不需要移相器的情况下实现电扫描,阵列相邻阵元间相位误差为:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi f_0 d \sin\theta}{c} - \frac{2\pi(\Delta f)R_0}{c} + \frac{2\pi(\Delta f)d \sin\theta}{c} \quad (2)$$

式中: f_0 为阵列载频, θ 表示扫描角, R_0 为参考阵元 0 到目标的斜距, c 表示光速。上式第 1 项为基本的相控阵因子,故当 $\Delta f = 0$ 时 FDA 阵列退化为相控阵阵列;第 2 项表明相位差与频偏及目标距离有关;

第3项中距离和角度存在耦合关系。

由式(2),等效视角可以表示为:

$$\theta_e = \arcsin\left(\sin\theta + \frac{\Delta f \sin\theta}{f_0} - \frac{\Delta f R_0}{f_0 d}\right) \quad (3)$$

整个阵列的远场场强最终可以表示成:

$$|E| = \left| \frac{1}{R} f_e(\omega_0) \frac{\sin\left(\frac{N\gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \right| \quad (4)$$

式中: γ 近似为 $\Delta\omega t + k_0 d \sin\theta - \Delta k R_0$,由此可得时间、距离角度周期性计算公式:

$$t = \frac{1}{\Delta f} m + \frac{R_0}{c} - \frac{(d/\lambda_0)c \sin\theta}{\Delta f}, m=0, \pm 1, \dots \quad (5)$$

$$R_0 = \left(-\frac{c}{\Delta f}\right)m + ct - \frac{(d/\lambda_0)c \sin\theta}{\Delta f}, m=0, \pm 1, \dots \quad (6)$$

$$\sin\theta = \left(\frac{\lambda_0}{d}\right)m + \frac{\Delta f}{f_0 d}(R_0 - ct), m=0, \pm 1, \dots \quad (7)$$

1.2 频控阵基本特性

1.2.1 发射方向图距离维与偏置频率的关系

图4表示的是发射方向图在距离上的周期性与频偏的关系,目标方位距离为 $20^\circ, 50 \text{ km}$ 。图4(a)~(d)中的频偏分别为 $3 \text{ kHz}, 4.5 \text{ kHz}, 6 \text{ kHz}, 7.5 \text{ kHz}$,根据式(6)可知发射方向图在距离上的重复周期分别为 $100 \text{ km}, 66.7 \text{ km}, 50 \text{ km}$ 及 40 km 。图4仿真验证了发射方向图的距离维周期性。

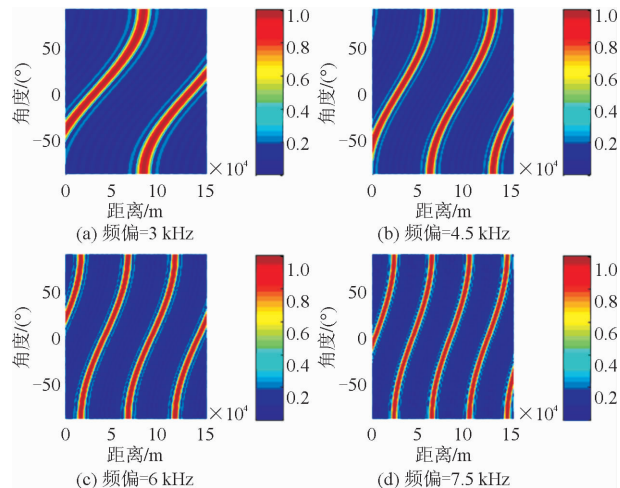


图4 发射方向图距离维周期性与频偏的关系

Fig. 4 The relation between range periodicity and frequency offset of transmit beam pattern

1.2.2 发射方向图时间维与偏置频率的关系

图5表示的是发射方向图在时间上的周期性与频偏的关系,目标方位距离为 $20^\circ, 50 \text{ km}$,图5(a)~(d)中的频偏为 4.5 kHz 。根据式(5)可知发射方向图在时间上的重复周期为 $222.2 \mu\text{s}$ 。图5(a)~(d)中的波束扫描时间分别为 $0 \mu\text{s}, 74.1 \mu\text{s}, 148.1 \mu\text{s}$ 及 $222.2 \mu\text{s}$,图5仿真验证了发射方向图的距离维周期性。

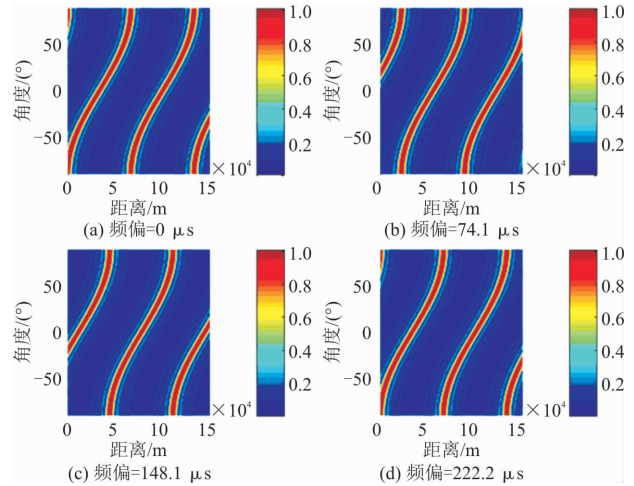


图5 发射方向图时间维周期性与频偏的关系

Fig. 5 The relation between time periodicity and frequency offset of transmit beam pattern

1.2.3 FDA扫描关于角度的周期性

设 $d/\lambda = 0.5$,则当距离和时间分别固定在 $10 \text{ km}, 100 \mu\text{s}$ 时,波束关于 $\sin\theta$ 的周期为2,见图6。

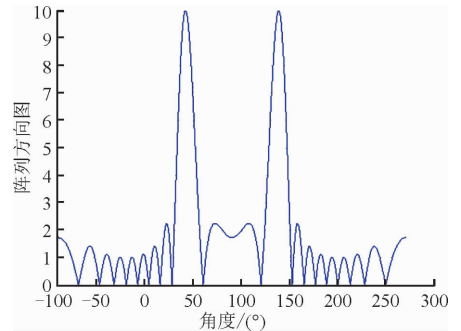


图6 FDA扫描关于角度的周期性

Fig. 6 The periodicity of FDA scanning angle

2 频控阵波束特性及控制分析

由于频控阵波束是时间、距离和方位的函数,这一特性使得频控阵在雷达目标的距离-方位联合估计、认知频控阵雷达技术、射频隐身、定向干扰及前视探测及成像领域都具有广阔的应用前景。本文重点对频控阵波束特性及波束控制进行分析。

2.1 频控阵波束控制研究现状

当前对FDA阵列的研究重点主要在阵列结构及阵列信号处理领域,对其阵元波束控制研究较少。相控阵在目标估计中应用广泛,但相控阵对同一角度不同距离上的目标不具有分辨能力。频率分集阵列通过在阵元间设置一个固定的频偏 Δf ,产生距离-角度-时间相关波束。相对于载频而言,FDA阵元间频偏这种采用小频偏能够形成距离相关波

束^[8],采用较大频偏能够获得目标的独立回波^[9]。

2.1.1 频控阵阵元间距控制

文献中研究目标二维成像的方法中较多的是基于移动平台的合成孔径雷达及利用目标和传感器之间相对速度的逆合成孔径雷达。与相控阵波束只由角度决定不同,FDA阵列提供了一个距离-角度相关波束,但同时频控阵发射波束会出现距离和方位角响应的耦合问题。文献[4]中参照一个虚拟的中心点排布阵元,这样发射接收阵列必须分布在同一直线上,同时需要精确的基线长度,这种分布方式在实际中很难实现。针对这一问题,文献[5]中通过设置与波长成正比的阵元间距,即 $d_n = c/2(f_0 + (n-1)\Delta f)$,通过非均匀阵元间距设置利用静止平台实现目标的二维成像。

2.1.2 频控阵频偏控制

采用固定频偏的FDA阵列结构中,发射方向图存在距离角度耦合,限制了其在距离相关干扰抑制等领域的应用;同时采用固定频偏限制了FDA阵列在干扰、抗干扰等问题中的应用。针对如何选择频偏 Δf 从而改进FDA阵列性能,文献[6]通过 $(2m\pi - k_0 d \sin\theta_0)/(2\pi t - 2\pi(R_0/c))$ 计算频偏 $\Delta f(t)$,得到在固定的距离-角度值上与时间无关的波束图。TDFO-FDA(Time-Dependent Frequency Offset Frequency Diverse Array)可以明显增大输出信干噪比,增强系统探测目标的可靠性。文献[10]中通过最大化输出信干噪比在迭代算法的每一步自适应调整频偏,通过分析发射接收波束图及输出信干噪比,验证了所提方法的有效性。除了自适应调整频偏外也有文献将线性频偏改为对数、三角函数等非线性函数。虽然文献中基于线性频偏的研究较多,非线性频偏在FDA雷达分析中也有十分重要的价值。文献[11]中在均匀分布的阵列中令 $f_n = f_0 + \log(n+1)\delta$,从而得到log-FDA雷达只依赖距离的发射波束形成方法,进而实现干扰抑制、输出信干噪比改善以及雷达探测性能的增强。文献[12]在每一个MIMO-FDA子阵中使用一个变化的对数频偏,消除FDA波束图固有的周期性,形成MIMO-log-FDA阵列,在目标可能存在的空间中形成单极值。文献[13]中将认知雷达与使用对数频偏的FDA雷达结合实现对目标的定位、跟踪及干扰抑制。文献[2]通过非线性频偏的使用,实现了FDA方向图中的距离角度去耦。文献[14]中通过在均匀线阵阵元间采用平方及立方2种频偏增加方式消除方向图中的距离角度耦合,分别令 $f_n = f_0 + n^2\Delta f$ 及 $f_n = f_0 + n^3\Delta f$,同时应用MUSIC(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法估计目标的距离及角度信

息。与文献[11]中采用对数频偏增量的方式进行对比仿真验证了所提方法在去耦合及目标定位方面都具有更好的效果。

2.2 自适应波束形成技术基础

自适应波束形成技术在雷达、声纳、无线传感器通讯、语音阵列信号处理及医学成像等领域都有着广泛的应用^[15]。波束形成器的设计旨在增强期望信号的同时抑制干扰,基于线性约束最小方差准则(LCMV)的自适应波束形成算法通过权矢量的调整在保证期望信号增益的同时使总功率最小,从而得到对干扰和噪声功率的抑制。设 L 个互不相关的窄带信号入射到阵元数为 $M(L < M)$ 的等距线阵(ULA)上,包括一个期望信号和 $M-1$ 个非期望信号,入射角方向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L$ 。对阵列接收数据进行采样,则第 k 次采样数据表示为:

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{i=1}^L s_i(k) \mathbf{a}(\theta_i) + \mathbf{N}(k) \quad (8)$$

式中: $s_i(k)$ 表示期望信号的复包络; $s_i(k), i=2, 3, \dots, L$ 表示非期望信号的复包络, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 表示入射角为 θ_i 的信号导向矢量; $\mathbf{N}(k)$ 为噪声矢量。当期望信号、干扰和噪声互不相关时,接收数据的相关矩阵的理论表达式为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k)] \quad (9)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_i + \mathbf{R}_n \quad (10)$$

式中: \mathbf{R}_s 、 \mathbf{R}_i 和 \mathbf{R}_n 分别为期望信号、干扰信号和噪声的相关矩阵, H 表示共轭转置。

波束形成器的输出可表示为:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (11)$$

式中: \mathbf{w} 表示权矢量。

实际中,阵列接收数据的协方差矩阵可通过快拍数近似得到:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \quad (12)$$

线性约束最小方差准则(LCMV)实际上是求解如下约束问题:

$$\min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{s. t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1 \quad (13)$$

式中: \mathbf{a} 表示假定的期望信号导向矢量,通过拉格朗日乘子法得到最优权矢量为:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} (\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a})^{-1} \quad (14)$$

2.3 频控阵发射接收模型

2.3.1 频控阵雷达接收信号的3种处理机制

在图1所示的FDA阵列结构中采用窄带信号,第 n 通道发射的窄带信号形式如下:

$$s_n = p(t) \exp(j2\pi f_n t) \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (15)$$

式中: $p(t)$ 为窄带信号波形函数; $f_n = f_0 + n\Delta f$ 表明第 n 通道发射信号载频; f_0 为基准载频; Δf 表示频偏。假定参考阵元0到目标的斜距为 R_0 ,方位角为

θ , 则第 n 个阵元到目标的斜距为 $R_n = R_0 - nd \sin\theta$, d 表示相邻阵元间隔。则式(15)可改写为:

$$s_n = \exp(j2\pi f_n(t - \frac{R_n}{c})) \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

式中: c 表示光速。经发射导向权矢量 $\mathbf{a}(\hat{\theta}, \hat{R}_0)$ 加权后到达目标的信号为:

$$\mathbf{s}(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0) = \mathbf{a}(\hat{\theta}, \hat{R}_0)^H \mathbf{s}(t, \theta, R_0) \quad (17)$$

$$\mathbf{a}(\hat{\theta}, \hat{R}_0) = [a_0(\hat{\theta}, \hat{R}_0), a_1(\hat{\theta}, \hat{R}_0), \dots, a_{N-1}(\hat{\theta}, \hat{R}_0)] \quad (18)$$

$$\mathbf{s} = [s_0(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0), s_1(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0), \dots, s_{N-1}(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0)]^T \quad (19)$$

采用图 1 的阵列结构作为接收阵列结构, 接收阵列的每一个通道接收的回波信号包含着全部发射通道的信号。根据在每一个接收通道中所使用滤波器的不同, 文献[16]将 FDA 雷达接收信号的处理分为 3 种不同的机制: 第 1 种处理机制中采用窄带滤波器在第 m 通道中只滤出载频为 f_m 的信号。第 2 种处理机制中在每一个接收通道中通过 N 个窄带滤波器对接收到的所有信号进行分离, 对分离后的回波数据按接收通道进行重排, 得到数据大小为 $N \times N$ 的信号, 对重排后的信号进行普通波束扫描。第 3 种处理机制采用带通滤波器, 在每一个接收通道接收所有发射通道的发射信号, 对接收信号进行普通波束扫描。这种机制下的发射接收方向图在主瓣出现主瓣分裂, 在实际中的应用价值较低。图 7~8 分别仿真了第 1 种、第 2 种处理机制下的发射接收方向图。其中, 部分仿真参数见表 1, 收发采用同一均匀线阵, 频偏为 4.5 kHz, 2 种机制下的方向图在期望位置都形成了大增益。

表 1 FDA 雷达仿真参数

Tab. 1 FDA radar simulation parameters

参数	参数值	参数	参数值
阵元数(N)	12	阵元间距(d)/m	0.05
信噪比(SNR)/dB	10	目标斜距(R_0)/km	50
干噪比(INR)/dB	10	目标方位(θ)/(°)	20
干扰方位/(°)	[40, 15, 20, 25]	脉冲重复频率/Hz	3
干扰距离/km	[50, 50, 55, 45]	基准载频(f_0)/GHz	3

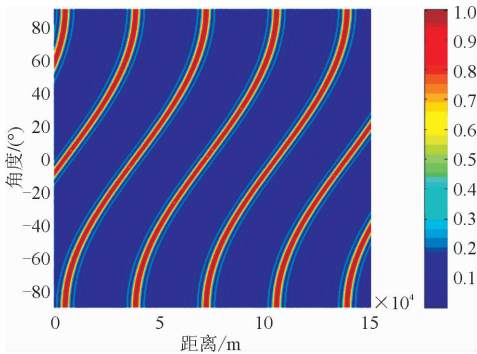


图 7 FDA 第 1 种处理机制发射接收方向图

Fig. 7 The transmit-receive pattern of FDA under the first processing mechanism

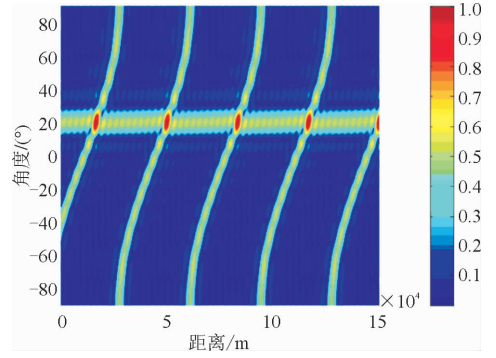


图 8 FDA 第 2 种处理机制发射接收方向图

Fig. 8 The transmit-receive pattern of FDA under the second processing mechanism

2.3.2 基于 LCMV 准则的频控阵自适应波束形成

上述接收信号处理机制采用普通波束形成技术进行波束扫描, 对干扰没有自适应抑制效能, 可以将基于线性约束最小方差准则(LCMV)的自适应波束形成技术应用于频控阵波束扫描, 抑制干扰。

在 FDA 发射端采用全向天线, 不加载发射导向权矢量, 则接收阵列第 m 通道中的回波信号形式为:

$$\mathbf{r}_m^0(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left\{j2\pi f_n \left[t - \frac{R_0}{c} + \frac{nd \sin\theta}{c} - \frac{R_m}{c} \right]\right\} \quad (20)$$

在第 1 种处理机制下, 通过窄带滤波器后得到的信号形式为:

$$\mathbf{r}_m^1(t, \hat{\theta}, \hat{R}_0) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left\{j2\pi f_n \left[t - \frac{R_0}{c} + \frac{2md \sin\theta}{c} \right]\right\} \quad (21)$$

第 n 个接收通道的导向矢量为:

$$\mathbf{a}_m^1(\hat{\theta}, \hat{R}_0) = \exp\left\{j2\pi f_m \left[-\frac{2R_0}{c} + \frac{2md \sin\theta}{c} \right]\right\} \quad (22)$$

接收信号经第 1 种处理机制处理后, 对应的信号由经处理的目标回波、干扰回波及噪声分量组成:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_s(t) + \mathbf{X}_j(t) + \mathbf{X}_n(t) \quad (23)$$

利用 LCMV 准则可得最优权矢量:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_r^1(\theta, R_0)}{((\mathbf{a}_r^1(\theta, R_0))^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_r^1(\theta, R_0))} \quad (24)$$

式中: $\mathbf{R}_x = E[x_s(k)x_s^H(k)]$ 表示自相关矩阵。部分仿真参数见表 1, 频偏为 4.5 kHz, 得到第 1 种处理机制下的自适应扫描结果见图 9, 对干扰形成了有效抑制。

同理, 将 LCMV 准则应用于第 3 种处理机制下的信号处理过程, 得到自适应波束形成接收方向图见图 10。从图 10 中可知, 在目标方位上形成了大增益的同时在干扰方位上形成了有效的抑制。

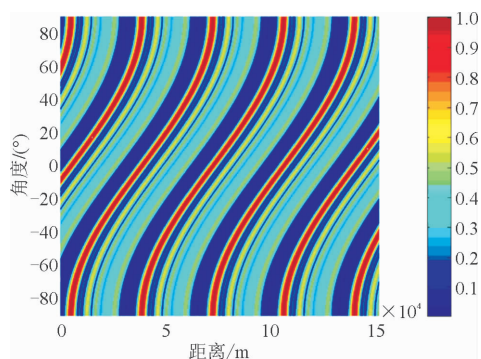


图9 第1种FDA自适应波束形成接收方向图
Fig. 9 The first receive pattern of adaptive beam forming of FDA

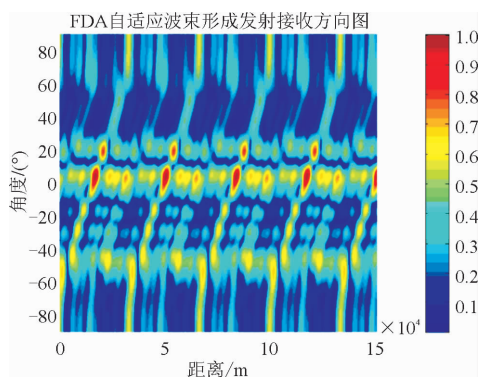


图10 第2种FDA自适应波束形成接收方向图
Fig. 10 The second receive pattern of adaptive beam forming of FDA

3 频控阵自适应波束形成

针对波束形成对误差的敏感性,文献中提出了的稳健自适应波束形成算法有子空间投影算法^[17]以及各种对角加载方法^[18]等,但是以上方法都存在运算量大的问题。本文在最速下降法搜索导向矢量的基础上,通过设置一个权重矢量的范数约束上界更新最优权重矢量,得到基于可变加载约束的LCMV算法,将其应用于频控阵雷达第1种信号处理机制下的波束形成问题。

当假定的导向矢量与实际的导向矢量失配时,真实的期望信号当作干扰抑制,LCMV波束形成器收敛到假定导向矢量上,即 $\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}} = 1$ 和 $\mathbf{w}^H \mathbf{a} = 0$,于是得到^[19]:

$$\mathbf{w}^H (\bar{\mathbf{a}} - \mathbf{a}) = 0 \quad (25)$$

通过对权重矢量的范数设置一个上界约束,提高波束形成器的稳健性能,得到如下优化问题:

$$\min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{s. t. } \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}} = 1 \quad \|\mathbf{w}\|^2 \leq \delta \quad (26)$$

采用拉格朗日乘子法构造代价函数:

$$J = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}} - 1) + \eta (\mathbf{w}^H \mathbf{w} - \delta) \quad (27)$$

采用最速下降方向即负梯度方向作为搜索方

向,得到权矢量的迭代公式如下:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu(2\mathbf{R}\mathbf{w} + \lambda\bar{\mathbf{a}}) + \eta\mathbf{w} \quad (28)$$

式中: μ 为迭代步长,将上式代入约束条件 $\mathbf{w}^H(n+1)\bar{\mathbf{a}} = 1$,可求得 λ 的表达式:

$$\lambda(n) = (\mu\bar{\mathbf{a}}^H \bar{\mathbf{a}})^{-1} [\bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{w}(n) - 2\mu\bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{R} \mathbf{w}(n) - 1 - \mu\eta \bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{w}(n)] \quad (29)$$

将上式代入,得到权重迭代公式如下:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(n) - \mu\mathbf{y}^H(n)\mathbf{x}(n)] + \mathbf{F} - \eta\mu\mathbf{P}\mathbf{w}(n) \quad (30)$$

式中: $\mathbf{P} = \mathbf{I} - \bar{\mathbf{a}}(\bar{\mathbf{a}}^H \bar{\mathbf{a}})^{-1} \bar{\mathbf{a}}^H$, $\mathbf{F} = \bar{\mathbf{a}}(\bar{\mathbf{a}}^H \bar{\mathbf{a}})^{-1}$,将上式代入 $\|\mathbf{w}(n+1)\|^2 = \mathbf{w}^H(n+1)\mathbf{w}(n+1) \leq \delta$ 约束条件中可关于 η 的一元二次方程如下:

$$b_1 \eta^2 + b_2 \eta + b_3 = 0 \quad (31)$$

求解可得 η ,其中 $b_1 = [\mu\mathbf{P}\mathbf{w}(n)]^H [\mu\mathbf{P}\mathbf{w}(n)]$, $b_2 = -2\text{Re}\{[\mu\mathbf{P}\mathbf{w}(n)]^H [\mathbf{P}(\mathbf{w}(n) - \mu\mathbf{y}^H(n)\mathbf{x}(n)) + \mathbf{F}]\}$, $b_3 = \|\mathbf{P}[\mathbf{w}(n) - \mu\mathbf{y}^H(n)\mathbf{x}(n)] + \mathbf{F}\|^2 - \delta$ 。

同时,采用式(32)在最速下降方向上搜索真实导向矢量:

$$\mathbf{a}(n+1) = \mathbf{a}(n) - \mu[2\mathbf{w}(n+1) + 2\lambda\mathbf{a}(n) - \lambda\bar{\mathbf{a}}(n)] \quad (32)$$

图11在目标位置形成了大增益,在干扰位置形成零陷,验证了基于可变加载约束的LCMV算法在频控阵雷达第1种信号处理机制下解决自适应波束形成问题的有效性。本文仿真条件为:信噪比及干噪比均为10 dB, $\delta = 9.9656 \times 10^{-1}$, $\mu = 0.01$,噪声为高斯白噪声,目标方位、干扰方位及其余仿真参数见表1。

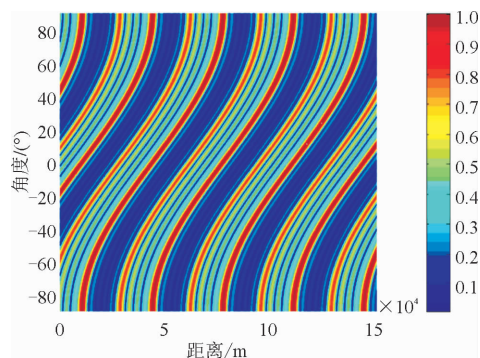


图11 改进的第1种FDA自适应波束形成接收方向图
Fig. 11 The improved first receive pattern of adaptive beam forming of FDA

4 结语

频控阵雷达能够产生距离-角度-时间相关波束,在雷达目标的距离-方位角联合估计、射频隐身以及前视探测与成像等领域都有广阔的应用前景。本文在梳理当前文献关于频控阵研究现状的基础上,重点针对频控阵波束控制的研究现状进行了分

析总结。分析了频控阵雷达接收信号处理的3种机制,基于LCMV准则实现自适应波束形成。在此基础上,提出一种降低算法复杂度的基于可变加载约束的LCMV算法,将其应用于第1种机制下的自适应波束形成问题,仿真验证了算法的有效性。

控制频率编码和复杂抗截获的波束形成问题在未来也是频控阵雷达需要重点发展的技术之一。

参考文献(References):

- [1] BAUMAN B, CHRISTIANSON A, WEGENER A, et al. Dynamic Visualization of Antenna Patterns and Phased-Array Beam Steering [J]. IEEE Antennas Propag Mag, 2012, 54(3): 184-193.
- [2] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFTHS H D, et al. Frequency Diverse Array Radars [C]//IEEE Conference on Radar. Verona, NY: IEEE, 2006: 215-217.
- [3] 王文钦,邵怀宗,陈慧.频控阵雷达:概念、原理与应用[J].电子与信息学报,2016,38(4):1000-1011.
WANG W Q, SHAO H Z, CHEN H. Frequency Diverse Array Radar: Concept, Principle and Application[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016,38(4):1000-1011. (in Chinese)
- [4] SHAO H, LI J, CHEN H, et al. Adaptive Frequency Offset Selection in Frequency Diverse Array Radar [J], IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2014,13,(1): 1405-1408.
- [5] ANTONIK P. An Investigation of A Frequency Diverse Array [J]. University College London, 2009, 10(2009):1-10.
- [6] KHAN W, QURESHI I M. Frequency Diverse Array Radar with Time-Dependent Frequency Offset [J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2014,13(6): 758-761.
- [7] WANG Y B, WANG W Q, SHAO H Z. Frequency Diverse Array Cramér-Rao Lower Bounds for Estimating Direction, Range and Velocity[J]. International Journal of Antennas & Propagation, 2014(12):1-15.
- [8] ZHUANG L, LIU X Z, YU W X. Precisely Beam Steering for Frequency Diverse Arrays Based on Frequency Offset Selection [C] // International Radar Conference. Bordeaux, France:IEEE, 2009:1-4.
- [9] ZHANG J J, SUPPAPOLA A P. MIMO Radar with Frequency Diversity [J]. Waveform Diversity Design, 2009, 8(13):208-212.
- [10] KHAN W, QURESHI I M, SAEED S. Frequency Diverse Array Radar with Logarithmically Increasing Frequency Offset[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters, 2015, 14(1):499-502.
- [11] KHAN W, QURESHI I M, BASIT A, et al. Performance Analysis of MIMO-Frequency Diverse Array Radar with Variable Logarithmic Offsets [J]. Progress in Electromagnetics Research C, 2016, 62(1): 23-34.
- [12] BASIT A, QURESHI I M, KHAN W, et al. Beam Pattern Synthesis for a Cognitive Frequency Diverse Array Radar to Localize Multiple Targets with Same Direction but Different Ranges [C] // Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Science & Technology. Islamabad, Pakistan: IEEE, 2016: 682-688.
- [13] SHAO H Z, CAI J, WANG W Q, et al. Decoupled Frequency Diverse Array Range-Angle-Dependent Beam-Pattern Synthesis Using Non-Linearly Increasing Frequency Offset[J]. IET Microwaves Antennas & Propagation, 2016,10(8): 880-884.
- [14] VANH L. Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV: Optimum Array Processing [M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [15] 胡柏林.非正侧阵频率分集雷达特性研究[D].西安:西安电子科技大学,2014.
HU B L. Study on Characteristics of Non Side-Looking Frequency Diverse Array Radar [D]. Xi'an: Xidian University, 2014. (in Chinese)
- [16] 刘晓军,刘聪锋,廖桂生.子空间投影稳健波束形成算法及其性能分析[J].系统工程与电子技术,2010,32(4):669-673.
LIU X J, LIU C F, LIAO G S. Robust Adaptive Beamforming Algorithm Based on Subspace Projection Method and Its Performance Analysis [J]. System Engineering and Electronics, 2010, 32(4):669-673. (in Chinese)
- [17] 张小飞,徐大专.基于斜投影的波束形成算法[J].电子与信息学报,2008,30(3):585-588.
ZHANG X F, XU D Z. Oblique Projection-Based Beamforming Algorithm [J] Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(3): 585-588. (in Chinese)
- [18] DU L, LI J. Fully Automatic Computation of Diagonal Loading Levels for Robust Adaptive Beamforming [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(1):449-458.
- [19] 路成军,盛卫星,韩玉兵,等.基于可变加载的稳健并行波束形成算法[J].南京理工大学学报,2013,37(3):371-377.
LU C J, SHENG W X, HAN Y B, et al. Robust Parallel Beamforming Algorithm Based on Variable Loading[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2013,37(3):371-377. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)