

分形高斯噪声驱动的神元反馈模型中的 随机共振现象

高凤银^{1,2}, 康艳梅¹✉

(1. 西安交通大学数学与统计学院, 西安, 710049; 2. 空军工程大学基础部, 西安, 710051)

摘要 基于脑神经科学中的长程相关性和谱幂律形态的普遍性,使用分形高斯噪声建立了一类非线性神经元随机模型,研究了分形高斯噪声在非线性神经元模型中的增强信息传输作用。主要研究一般的反馈神经元模型中,加性分形高斯噪声诱导阈上随机共振现象发生的条件,满足一定条件的噪声强度和系统的 Lipschitz 条件的随机动力系统可发生阈下随机共振或阈上随机共振现象。理论和模拟结果都显示受分形高斯噪声激励的非线性神经元系统在二值输入的状态下互信息随着噪声强度的变化会达到最大值,并出现单峰状态,从而产生阈下随机共振和阈上随机共振现象。随机共振的现象发生与分形高斯噪声的 Hurst 指数有关。通过模拟,验证了分形高斯噪声可以增强神经元的的信息传输作用。

关键词 反馈神经元模型;分形高斯噪声;随机共振;互信息

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.02.017

中图分类号 O175.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)02-0100-06

Stochastic Resonance in Feedback Neural Model Driven by Fractional Gaussian Noise

GAO Fengyin^{1,2}, KANG Yanmei¹✉

(1. School of Mathematics and Statistics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Basic Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Aimed at the problems that the universal phenomenon exists in long-range correlation and the spectrum of power law exists in brain science, this paper establishes a class of stochastic nonlinear model, and explores the stochastic resonance effect of fractional Gaussian noise in nonlinear neurons model. In addition, the paper also proves a sufficient condition for subthreshold stochastic resonance in cerebral neuronal ion channel with fractional Gaussian noise (fGn), and so long as the stochastic dynamics satisfying Lipschitz conditions, can somewhat noise intensity guarantee occurrence of subthreshold stochastic resonance (SR). The theoretical and the numerical results show that the fGn can produce maximum value in information capacity of a general discontinuous 0-1 output for nonlinear neural system, and presents unimodal state, producing SR or SSR phenomenon related to the Hurst parameter. The capacity of transmit information of neuron is verified.

收稿日期: 2017-11-08

基金项目: 国家自然科学基金(11772241)

作者简介: 高凤银(1982—),女,山东鄄城人,讲师,主要从事动力系统控制与神经动力学行为研究. E-mail: gfy2002454@163.com

通信作者: 康艳梅(1973—),女,河南灵宝人,教授,博士生导师,主要从事随机动力学理论与统计建模研究. E-mail: ymkang@xjtu.edu.cn

引用格式: 高凤银, 康艳梅. 分形高斯噪声驱动的神元反馈模型中的随机共振现象 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(2): 100-105. GAO Fengyin, KANG Yanmei. Stochastic Resonance in Feedback Neural Model Driven by Fractional Gaussian Noise [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(2): 100-105.

Key words: feedback neural model; fractional Gaussian noise; stochastic resonance(SR); mutual information

早期的研究中发现一些生物具有利用潜在的环境噪声提高其感知外界环境信息的能力。生物是如何捕捉到微弱的信号?神经元是如何在强噪声背景下传输信号?噪声在这些过程中所起的积极作用不断地被用随机共振理论来解释。生物实验证实人体神经系统中如触觉系统、平衡控制^[1]神经特别是视觉和听觉系统中,甚至人类的脑波同步过程中,都广泛存在随机共振现象^[2]。

关于神经系统的研究聚焦于单个神经元的响应的编码和解码能告诉我们关于一个激励的信息,而我们考虑神经系统的响应能告诉我们有关激励的信息的多少。信息理论的技术让我们可以从量化的角度去回答这个问题,而且从与自然激励有关的传输信息角度,我们可以用它去求最优的神经系统的响应。

20 世纪 90 年代, A. Longtin^[3]对可兴奋性系统进行了研究,发现在可兴奋性系统中也可以发生随机共振,这奠定了神经系统中随机共振应用研究的基础。随后外部噪声作用下的随机共振首先在感觉神经元中被发现^[4-5]。当动作电位沿着神经系统传播时,大于阈值时将产生峰电位。由于神经系统中的许多疾病的特征,如感觉阈值的增加等,都会导致正常感觉神经元触发率的降低。在研究中人们发现随机共振可以提高信号的分辨率,并进行了用随机共振激发神经元听觉能力的实验^[6]。研究发现噪声的加入能在相应的感觉系统中产生随机共振现象,增加了信号的检测能力。神经系统通过调节兴奋性神经元的个数来适应噪声的刺激,从而达到最优化的检测能力。

实际上,神经细胞在处理着大量的阈上的信号。2000 年, N. G. Stokes 发现了比较器阵列中存在着阈上随机共振现象^[7],最初的工作假设一个非周期的随机输入信号,用输入输出数组的香农平均互信息表征随机共振的发生。与其他形式的随机共振一样,对于非零的输入噪声,输出可以达到最大。之后阈上随机共振作为一个热门问题得到了广泛的关注^[8-10]。文献^[11]结果表明,即使是阈上信号,适量的外部噪声有助于提高不确定视觉信号较低的正确反应率。因此噪声在生物系统可能比我们之前所认为的有更广范围的应用。在视觉感知中,阈上随机共振的存在使得随机共振的临床的应用成为可能。比如用于治疗白内障和青光眼等一些由于年龄相关的损伤或眼科疾病而降低的视觉敏感度的疾病。事实上,SR 在临床上的应用例子也在躯体的感觉和听觉系统中有所体现。例如在人工耳蜗中加入噪声

可以降低正弦刺激的阈值。一些实验也为神经模型中阈上随机共振的存在提供了可能的证据,比如通过对电子耳蜗配戴者进行的实验表明,在某些情况下,噪声能够改善他们对听觉阈上的语音信号的识别能力。文献^[12]使用积分放电神经元模型用来模拟耳蜗受到电刺激时的神经活动,探索了利用阈上随机共振提高安装人工耳蜗植入患者的言语理解的可能性。

文献^[13]研究表明在人类的视觉感知存在阈上随机共振现象。结果表明,阈上信号被认为可以以更高精度提高认知度,阈上随机共振在视觉感知的存在扩大了通过添加噪声改善视功能的应用范围。它不仅仅提高了阈下信号的检测也改善了视觉信号的感知质量。这些结果表明,除了增强阈下信号使其得以被检测到,噪声也可以增强阈上信号信息的传输。因此,噪声不仅不会像之前预想的去破坏阈上信号的编码,相反它能增强阈上信号的优先编码。此外,通过调整阈值实现信息传输的最大化也离不开噪声的有益作用。

1974 年, Ingemar Lundström 等用模型揭示了在神经细胞膜上的 $1/f$ 型电噪声。接下来的 20 年,大量的生物物理实验和理论都证实了皮层和感觉神经元的峰序列的时域或空域变量展现出的长程相关的 $1/f$ 特性。比如, Musha 等从乌贼巨突触中发现了低于 10 Hz 的近似 $1/f$ 能量谱的振动序列^[14]。于玉国等揭示了视觉皮层神经元对长程相关的信号的响应敏感性,并发现与活动电位相关的神经元离子通道分子活动的时间参数是由这种敏感性决定的^[15]。与此同时,基于局部场电位的研究也揭示了大脑活动具有多时域和空域的 $1/f$ 形态的能量谱分布,且相似的能量谱在人类的记忆响应时间中也有发现^[16]。现有的结果证实长程相关振动在神经科学中是普遍的,科学家们通常用分形布朗运动的形式导数具有 Hurst 参数 $H \in (0.5, 1)$ 的分形高斯噪声模拟这种长程相关的 $1/f$ 形态,见图 1,当 Hurst 参数 $H \in (0.5, 1)$ 时,随机过程呈现出与 Hurst 参数有关的不同程度的长程相关和自相似性。当 $0.5 < H < 1$ 时,随机过程的 $B^H(t)$ 增量是负相关的;当 $H = 0.5$ 时,随机过程的 $B^H(t)$ 增量是无关系的。当 Hurst 指数 $H \rightarrow 0$ 时,样本路径会呈现出更多的随机振荡。相反地,当 Hurst 指数 $H \rightarrow 1$ 时,随机过程呈现出长程相关和自相似性,图 1 中 Hurst 指数分别取 $H = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 。

1940 年, Kolmogorov 在希尔伯特空间中第一

次提出维纳螺旋,接下来 Mandelbro 和 VanNess 于 1968 年使用分形高斯噪声,并提出平均化原理之后,学者们常用分形布朗运动的增量——分形高斯噪声来模拟经济、通信、人工神经网络、生物分子学、信号探测、神经网络中的时域和空间域的长程相关和谱幂律性态。

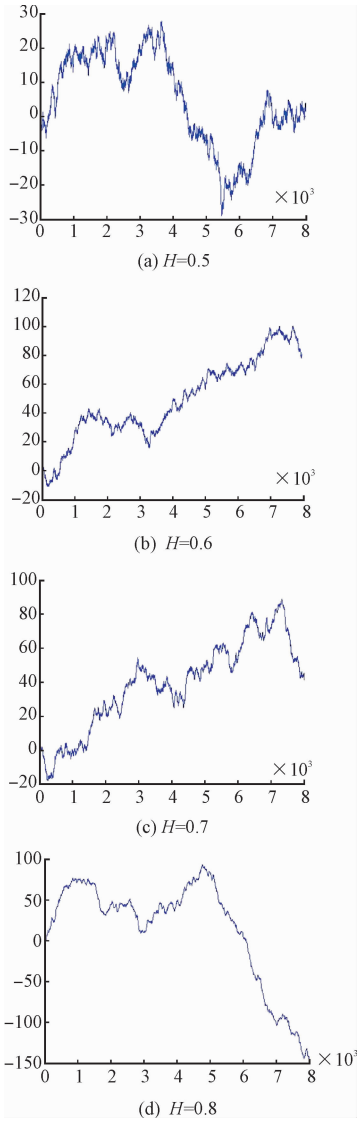


图 1 具有不同 Hurst 指数的分形布朗运动的路径

Fig. 1 The sample path of fractional Brownian motion with different Hurst exponents

因此我们考虑使用具有 Hurst 参数 $H \in (0.5, 1)$ 的分形高斯噪声来模拟模型中的突触噪声。

1 模型的描述

在神经系统的研究中,神经元反馈模型被广泛应用于神经元的放电特性的研究。由 Langevin 方程给出的膜电位 V 的时间演化方程如下:

$$C \frac{dV(t)}{dt} = g(V(t)) + s(t) + \eta(t)$$

式中: C 为单位面积膜电容; $g(V(t)) = -V(t) + f(V(t))$ 为膜的电流-电压特性,其中 $-V(t)$ 为漏电电流-电压, $f(V(t))$ 为指数衰减电流-电压; $s(t)$ 为输入信号; $s(t) + \eta(t)$ 为被噪声源污染的信号; t 为时间。此模型可改写成经典随机微分方程:

$$\begin{cases} dX_t = \mu(X_t^-)dt + \sigma dB_{(t)}^H \\ Y_t = g(X_t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $g(x) = \begin{cases} 1, & x > \theta \\ 0, & x < \theta \end{cases}$, θ 为阈值,初始条件为 X_0 ;

$\mu(X_t^-): [0, T] \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ 是可测函数, $\mu(X_t^-) = -(X_t^-) + f(X_t^-) + S_t$, S_t 是加性网络可兴奋输入信号,即 s_1 或 s_2 ; σ 是常值扩散项; $B_{(t)}^H$ 是一维具有 Hurst 参数 $H \in (0.5, 1)$ 的分形布朗运动 $B_{(t)}^H \in L^2_{\varphi}([0, T])$ 。神经元细胞将活动或膜电位信号 X_t 通过 $-(X_t^-) + f(X_t^-)$ 反馈回,并放射出阈值和尖峰信号 Y_t 作为输出。

在文中,我们考虑具有分形高斯噪声激励的随机微分方程的对称积分,并给出由分形高斯噪声驱动的随机微分方程的形式解:

$$X_t = X_0 + \int_0^t \mu(X_s^-) ds + \int_0^t \sigma d^0 B_{(s)}^H \quad (2)$$

式中: $\int_0^t d^0 B^H(s)$ 是对称积分。即,若 $f[X(t), t]$ 是随机变量 $X(t)$ 的函数,则有: $\int_0^T f[X(s), s] d^0 B^H(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f\left[X\left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right), \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right] [B^H(t_i) - B^H(t_{i-1})]$, $t_i = i\Delta t$, $\Delta t = \frac{T}{n}$ 。

2 互信息

随机共振可以被一些与一种或其他方式有关的服从实验可视化的量的指标来刻画: ① 信噪比 (SNR)^[16-18]; ② 停留时间分布 (RTD); ③ 互信息 (MI)^[19]。

互信息是信息论里一种有用的信息度量,它可以看成一个随机变量中包含的关于另一个随机变量的信息量,或者说是一个随机变量由于已知另一个随机变量而减少的不确定性。设 2 个随机变量 (X, Y) 的联合分布 $p(x, y)$, 边际分布分别为 $p(x)$ 、 $p(y)$, 互信息 $I(X; Y)$ 是联合分布 $p(x, y)$ 与 $p(x)$ 、 $p(y)$ 的相对熵,即:

$$I(X; Y) = H(X) - H(X | Y) =$$

$$\sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}$$

式中: $H(X)$, $H(X|Y)$ 分别为 X , Y 的熵与条件熵。

3 主要结论

3.1 阈下信号的随机共振现象

一个系统将发生随机共振噪声增益当且仅当输入噪声增强会引起系统互信息的增加。为了证明系统的随机共振噪声增益现象的发生,我们有以下引理和定理:

引理 1^[20]:令 $\sigma(X_t)$ ($t \in [0, T]$) 是 $L_\beta(0, T)$ 空间上的一个随机过程, $B^H(t)$ ($H > 1/2$) 是 $L_\beta^2([0, T])$ 上的分形布朗运动, 如果 $\sup_{0 \leq t \leq T} E[|D_t^\beta \sigma(X_t)|^2] < \infty$, 则对任意 $0 < T < \infty$, 存在一个常数 $C(H, T) = HT^{2H-1}$ 使得如下不等式成立:

$$E\left[\left(\int_0^T |\sigma(s)| d^0 B^H(s)\right)^2\right] \leq C(H, T)E\left[\int_0^T |\sigma(s)|^2 ds\right] + E\left[\int_0^T D_{(s)}^\beta \sigma(s) ds\right]^2 \quad (3)$$

定理 1: 假设 $\sigma \in \mathcal{R}$ 是扩散项, $\mu(X_t)$, $t \in [0, T]$ 是漂移项, 它们都是满足全 Lipschitz 条件的可测函数, 即:

$$|\mu(x_1) - \mu(x_2)| \leq K_2 \|x_1 - x_2\| \quad (4)$$

对所有的 $x_1, x_2 \in \mathcal{R}$, 假设:

$$dX_t = \mu(X_t^-)dt + \sigma dB_{(t)}^H \quad (5)$$

$$d\hat{X}_t = \mu(\hat{X}_t^-)dt \quad (6)$$

式中: $dB_{(t)}^H$ 是满足引理 1 的分形高斯噪声。对每一个 $T \in R^+$, 任意给定 $\epsilon > 0$, 有当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $E[\|X_t - \hat{X}_t\|] \rightarrow 0$, 和 $P[\|X_t - \hat{X}_t\| > \epsilon] \rightarrow 0$ 。

证明:

$$X_t - \hat{X}_t = \int_0^t [\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)]ds + \int_0^t \sigma d^0 B_{(s)}^H \quad (7)$$

式(7)等号两边同时平方, 并且由不等式 $(x_1 + x_2)^2 \leq 2(x_1^2 + x_2^2)$, 可得:

$$\|X_t - \hat{X}_t\|^2 \leq 2 \left\| \int_0^t [\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)]ds \right\|^2 + 2 \left\| \int_0^t \sigma d^0 B_{(s)}^H \right\|^2 \quad (8)$$

由 Cauchy-Schwartz 不等式, 式(8)右第 1 项有:

$$\left\| \int_0^t [\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)]ds \right\|^2 \leq \int_0^t ds \int_0^t \|\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)\|^2 ds \quad (9)$$

将式(9)代入(8)并且不等式两边取期望, 得:

$$E[\|X_t - \hat{X}_t\|^2] \leq 2E\left[\int_0^t \|\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)\|^2 ds\right] + 2E\left[\left\| \int_0^t \sigma d^0 B_{(s)}^H \right\|^2\right] \quad (10)$$

下证式(10)不等号右边 2 项趋向于 0。考虑式(10)右边第 1 项:

$$E\left[\int_0^t \|\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)\|^2 ds\right] \leq$$

$$TE\left[\int_0^t \|\mu(X_s^-) - \mu(\hat{X}_s^-)\|^2 ds\right] \leq$$

$$TK_1^2 E\left[\int_0^t \|X_s^- - \hat{X}_s^- \|^2 ds\right] \leq$$

$$TK_1^2 \left[\int_0^t E[\|X_s^- - \hat{X}_s^- \|^2] ds \right] \quad (11)$$

考虑式(10)右边第 2 项, 由引理 1, 可得:

$$E\left[\left\| \int_0^t \sigma d^0 B_{(s)}^H \right\|^2\right] \leq HT^{2H}\sigma^2 \quad (12)$$

将式(11)、(12)代入(10)可得:

$$E[\|X_t - \hat{X}_t\|^2] \leq 2TK_1^2 \left[\int_0^t E[\|X_u^- - \hat{X}_u^- \|^2] ds \right] + 2HT^{2H}\sigma^2 \quad (13)$$

式(13)可简写为:

$$z(t) \leq A + Q \int_0^t z(s) ds$$

式中: $z(t) = E[\|X_t - \hat{X}_t\|^2]$, $Q = 2TK_1^2$, $A = 2HT^{2H}\sigma^2$ 。

由 Gronwall's 不等式可得 $z(t) \leq Ae^{QT}$ 。注意到当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $A \rightarrow 0$ 。因此当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $E[\|X_t - \hat{X}_t\|^2] \rightarrow 0$ 均方收敛蕴含依概率收敛, 因此当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $P[\|X_t - \hat{X}_t\| > \epsilon] \rightarrow 0$ 。

定理 2: 假设带阈下输入 $S_t \in \{s_1, s_2\}$ 的连续型神经元模型(1)满足定理 1 的条件, 如果输入随机变量 S 和输出放电率随机变量 Y 之间具有统计相关性, 则 $I(S, Y) > 0$ 。则当分形高斯噪声参数 $\sigma \rightarrow 0$ 时, $I(S, Y) \rightarrow 0$ 。具有信号函数 $f(x)$ 的神经元模型(1)具有非单调的随机共振现象。

证明: 记输入信号 $S = S_1$ 为“0”, $S = s_2$ 为“1”, 输入信号是阈上的, 即没有分形高斯噪声驱动的输出信号为 $Y = 1$, 而另外一个输出信号是 $Y = 0$ 。假设 $P_S(s) \neq 0$ 或 1。我们使用均匀分布的阈上信号, 有:

$$P\{\hat{X} > 0, s = s_i\} = \frac{1}{2}, i = 1, 2$$

$$P\{\hat{X} < 0, s = s_i\} = 0, i = 1, 2$$

下证 $I(S, Y) = 0$ 。由于 $I(S, Y) = 0$ 当且仅当 S 与 Y 独立, 只需证明对任意 $s \in S, y \in Y, P_{SY}(s, y) = P_S(s)P_Y(y)$, 或者, 当 $\sigma_k \rightarrow 0$ 时, 即 $k \rightarrow \infty$ 时, $P_{Y|S}(y | s) = P_Y(y)$ 。这里当 $\sigma_k \rightarrow 0$ 时, 即 $k \rightarrow \infty$ 时 $\{\sigma_k\}_{k=1}^\infty$ 是任意递减的分形高斯噪声参数序列。由全概率公式可得:

$$P_Y(y) = \sum_s P_{Y|S}(y | s)P_S(s) = P_{Y|S}(y | 0)P_S(0) + P_{Y|S}(y | 1)P_S(1) = P_{Y|S}(y | 0)P_S(0) + P_{Y|S}(y | 1)(1 - P_S(0)) =$$

$$(P_{Y|S}(y|0) - P_{Y|S}(y|1))P_S(0) + P_{Y|S}(y|1)$$

下证当 $\sigma_k \rightarrow 0$ 时, 对 $y \in \{0, 1\}$, $P_{Y_k|S}(y|0) - P_{Y_k|S}(y|1) = 0$ 。我们仅证明 $y=0$ 的情况, 即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \{P_{Y_k|S}(0|0) - P_{Y_k|S}(0|1)\} = 0$ 。 $y=1$ 的情况类似。

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \{P_{Y_k|S}(0|0) - P_{Y_k|S}(0|1)\} &= \lim_{k \rightarrow \infty} P(Y_k = 0 | S = 0) - \lim_{k \rightarrow \infty} P(Y_k = 0 | S = 1) = \lim_{k \rightarrow \infty} P(X(t)_k < 0 | S = 0) - \lim_{k \rightarrow \infty} P(X(t)_k < 0 | S = 1) = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \{P(X(t)_k < 0, \hat{X}_t < 0 | S = 0) + P(X(t)_k < 0, \hat{X}_t > 0 | S = 0)\} - \lim_{k \rightarrow \infty} \{P(X(t)_k > 0, \hat{X}_t < 0 | S = 1) + P(X(t)_k > 0, \hat{X}_t > 0 | S = 1)\} \end{aligned}$$

假设 $P(\hat{X}_t < 0 | S = s_i) = P(\hat{X}_t > 0 | S = s_i) = \frac{1}{2}$, $i = 1, 2$ 。由定理 1, 上式中的极限趋于 0。

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \{P_{Y_k|S}(0|0) - P_{Y_k|S}(0|1)\} &= \lim_{k \rightarrow \infty} \{P(X(t)_k < 0 | \hat{X}_t < 0, S = 0)P(\hat{X}_t < 0 | S = 0) + P(X(t)_k < 0 | \hat{X}_t > 0, S = 0)P(\hat{X}_t > 0 | S = 0)\} - \lim_{k \rightarrow \infty} \{P(X(t)_k > 0 | \hat{X}_t < 0, S = 1)P(\hat{X}_t < 0 | S = 1) + P(X(t)_k > 0 | \hat{X}_t > 0, S = 1)P(\hat{X}_t > 0 | S = 1)\} = \\ &= \left\{1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2}\right\} - \left\{0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2}\right\} = 0 \end{aligned}$$

图 2 中, 具有不同 Hurst 指数的分形高斯噪声在反馈神经元模型中具有不同程度的互信息的比特数的单峰特征。其中 $H = 0.72$; 这里输入是阈下的。数值模拟证明分形高斯噪声驱动的反饋神经元模型具有噪声增强信息传输的阈下随机共振现象。

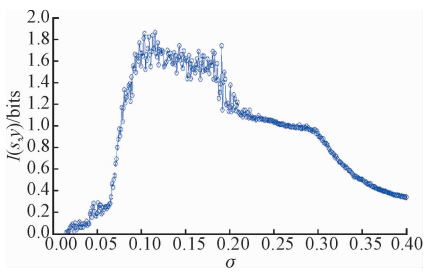


图 2 分形高斯噪声驱动的阈下随机共振现象
Fig. 2 The phenomenon of SR driven by fGn

3.2 阈上信号的随机共振现象

加性分形高斯噪声在具有阈上输入信号的反馈神经元模型中也具有增强信息容量的作用。

如图 3 所示, 我们看到分形高斯噪声可以增强输入和输出信号之间的互信息, 也就是说分形高斯噪声可以增强反馈神经元模型系统的识别阈上信号的能力。针对不同的 Hurst 指数 $H \in (0.5, 1)$ 的噪声驱动的带信号函数 $f(x) = ce^{-\beta x}$, $x \geq 0$, 模型都表现出明显的阈上随机共振现象。

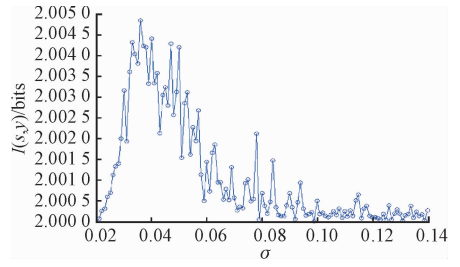


图 3 分形高斯噪声驱动的阈上随机共振现象
Fig. 3 The phenomenon of SSR driven by fGn

4 结语

由神经生物学知识可知, 生物系统的信息的传递受到许多随机因素的影响, 本文使用分形高斯噪声来模拟神经元反馈模型中的加性突触噪声, 理论和模拟结果都显示: 受分形高斯噪声激励的非线性神经元系统在二值输入的状态下互信息随着噪声强度的变化会达到最大值, 并出现单峰状态, 从而产生阈下随机共振和阈上随机共振现象。随机共振的现象发生与分形高斯噪声的 Hurst 指数有关, 说明了分形高斯噪声在神经系统中的增强信息传输中的作用。

参考文献(References):

- [1] PRIPLATA A A, NIEMI J B, HARRY J D, et al. Vibrating Insoles and Balance Control in Elderly People [J]. Lancet, 2003 362(9390): 1123-1124.
- [2] 胡丽萍, 李鑫. 高斯白噪声对神经元映射模型随机共振的影响[J]. 纺织高校基础科学学报, 2014, 27(4): 492-495.
HU L P, LI X. Impact of Gaussian White Noise on Stochastic Resonance of Map-based Neural Model[J]. Basic Sciences Journal of Textile Universities, 2014, 27(4): 492-495. (in Chinese)
- [3] LONGTIN A, CHIALVO D R. Stochastic and Deterministic Resonances for Excitable System [J]. Phys Rev Lett, 1998, 391: 4012-4015.
- [4] DOUGLASS J K, WILKENS L, PANTAZELOU E, et al. Noise Enhancement of Information Transfer in Crayfish Mechano receptors by Stochastic Resonance [J]. Nature, 1993, 365: 337-340.
- [5] RUSSELL D F, WILKENS L A, MOSS F. Use of Behavior Ural Stochastic Resonance by Paddle-Fish for Feeding [J]. Nature, 1999, 402(18): 291-294.
- [6] BENJAMIN L, MAURICE J C, ANDRE L. Integrate-and-Fire Neurons with Threshold Noise: A Tractable Model of How Interspike Interval Correla-

- tion Affect Neuronal Signal Transmission [J]. *Physical Review E: Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2005, 72(1): 021911.
- [7] STOCKS N G. Suprathreshold Stochastic Resonance in Multilevel Threshold Systems [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(11): 2310-2313.
- [8] MCDONNELL M D, ABBOTT D, PEARCE C E M. A Characterization of Suprathreshold Stochastic Resonance in an Array of Comparators by Correlation Coefficient [J]. *Fluctuation and Noise Letters*, 2002, 2(3): 205-220.
- [9] ROUSSEAU D, DUAN F, CHAPEAU-BLONDEAU F. Suprathreshold Stochastic Resonance and Noise-Enhanced Fisher Information in Arrays of Threshold Devices [J]. *Physical Review E(Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics)*, 2003, 68(1): 031107.
- [10] ROUSSEAU D, CHAPEAU-BLONDEAU F. Suprathreshold Stochastic Resonance and Signal-to-Noise Ratio Improvement in Arrays of Comparators [J]. *Physics Letters A*, 2004, 321(5): 280-290.
- [11] SASAKIA H, SAKANEA S, ISHIDAA T. Suprathreshold Stochastic Resonance in Visual Signal Detection [J]. *Behavioural Brain Research*, 2008, 193(1): 152-155.
- [12] STOCKS N G, ALLINGHAM D, MORSE R P. The Application of Suprathreshold Stochastic Resonance to Cochlear Implant Coding [J]. *Fluctuation and Noise Letters*, 2002, 2(3): 169-181.
- [13] STOCKS N G, MANNELLA R. Generic Noise-Enhanced Coding in Neuronal Arrays [J]. *Physical Review E(Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics)*, 2001, 64(1): 030902.
- [14] LUNDSTRÖM I, MCQUEEN D. A Proposed $1/f$ Noise Mechanism in Nerve Cell Membranes [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 1974, 45(2): 405-409.
- [15] 范博强, 何裕嘉, 于玉国. 自然界信号的 $1/f$ 特征和感觉神经系统响应特征 [J]. *中国科学(生命科学)*, 2016, 46(4): 374-384.
FAN B Q, HE Y J, YU Y G. $1/f$ Characteristic in Natural Signals and Sensory Neural Response Properties [J]. *Chinese Science(life science)*, 2016, 46(4): 374-384. (in Chinese)
- [16] KANG Y M, CHEN X. Application of Gaussian Moment Method to a Gene Autoregulation Model of Rational Vector Field [J]. *Modern Physics Letters B*, 2016, 30(20): 1-10.
- [17] KANG Y M, XU J X, XIE Y. Observing Stochastic Resonance in an Under-Damped Bistable Doffing Oscillator by the Method of Moments [J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2003, 68(3): 036123.
- [18] 焦贤发, 王俊琦, 王如彬. 突触噪声作用下的 IF 阈值神经元模型的随机共振 [J]. *动力与控制学报*, 2010, 8(3): 273-276.
JIAO X F, WANG J Q, WANG R B. The Stochastic Resonance of IF Neuron Model with Threshold Driven by Synaptic Noise [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2010, 8(3): 273-276. (in Chinese)
- [19] DUAN F B, CHAPEAU-BLONDEAU F, ABBOTT D. Encoding Efficiency of Suprathreshold Stochastic Resonance on Stimulus-Specific Information [J]. *Physics Letter A*, 2016, 380(1-2): 33-39.
- [20] XU Y, PEI B, LI Y G. An Averaging Principle for Stochastic Differential Delay Equations with Fractional [J]. *Brownian Motion*, 2014: 479195.

(编辑: 姚树峰)