

PLL B 多路径误差分析方法

吴洪涛, 赵修斌, 庞春雷✉, 张 良, 王 啸

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 传统单路镜面反射模型能够对多路径误差进行广泛评估,但不能准确描述实际环境中多条反射信号形成的多路径误差影响。针对这一问题,提出了视距(LOS)条件下基于锁相环偏差(PLL B)的多路径误差分析方法,分别推导了伪距和载波相位多路径误差的估算公式,研究了伪距多路径的历元间相关性,分析了动态条件下载波相位多路径的类随机噪声特性,实验结果表明:伪距多路径具有历元间相关性,利用历元间相关性对伪距多路径改正后,双差伪距误差减小了 52.7%,动态载波相位多路径具有的类随机噪声特性,会增大动态条件下载波相位误差。

关键词 多路径误差;估算方法;历元间相关性;随机噪声特性

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.01.005

中图分类号 V557 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)01-0026-06

A Multipath Analysis Method Based on Phase Lock Loop Bias

WU Hongtao, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei✉, ZHANG Liang, WANG Xiao

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: The traditional single specular reflection model enables to formulate the basic features of the multipath error, but this model fails to characterize the combined effect of multiple reflection signal in realistic environment finely. In view of LOS, this paper proposes a new multipath analysis model based on PLL B, deduces an estimating method of multipath error, and researches correlation of pseudo-range multipath error between the epochs and random noise characteristic of dynamic carrier phase multipath error. The results of experiment test show that the pseudo-range multipath has the correlation between the epochs, the paper utilizes this correlation between the epochs for correcting the pseudo-range multipath error to make the double difference pseudo-range error decrease by 52.7%, and due to the random noise characteristic, the dynamic carrier phase error will increase.

Key words: multipath error; estimating method; correlation between the epochs; random noise characteristic

多路径是精密相对定位的主要误差源之一。由于很难建立相对准确的数学模型,多路径已成为制约精密相对定位精度的瓶颈,为此许多学者对其进

行了大量的研究。文献[1]将多路径信道描述为一个随时间缓慢变化的线性系统,并引入了多径扩展和多普勒扩展 2 个基本量,为多路径特性提供了简

收稿日期: 2017-06-27

基金项目: 国家自然科学基金(61601506)

作者简介: 吴洪涛(1987—),男,四川达县人,硕士生,主要从事卫星高精度定位研究。E-mail:273511425@qq.com

通信作者: 庞春雷(1986—),男,安徽阜阳人,讲师,主要从事卫星高精度定位研究。E-mail:chunleipl@163.com

引用格式: 吴洪涛, 赵修斌, 庞春雷, 等. PLL B 多路径误差分析方法 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(1): 26-31. WU Hongtao, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. A Multipath Analysis Method Based on Phase Lock Loop Bias [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(1): 26-31.

洁而有用的表征。文献[2]对复杂的陆地多路径建模为直接信号、近程回波和远程回波之和,并指出当接收机与卫星之间视线方向可见时,直接信号的遮挡表征为幅度的莱斯分布,当视线方向不可见时表征为瑞利分布。文献[3~6]认为多路径误差主要集中在低频部分,利用小波包分解对伪距多路径误差进行识别和提取。文献[7]利用卫星运动的周期性,对静态定位中多路径误差进行建模,并对球谐函数建模、恒星日建模、改进的恒星日建模 3 种方法进行比较,指出多路径低频分量的 3 种模型性能一致,多路径高频分量改进的恒星日模型最优。文献[8]利用球冠谱分析(SCH)建立了测站单历元伪距多路径效应与卫星经纬度之间的函数关系,减少了球谐函数建模方法的计算量。文献[9]利用三角级数对多路径分段建模,该方法相对球谐函数建模方法具有更好的运算效率和模型精度。文献[10]通过双频组合对宽巷组合载波相位多路径误差进行建模,该模型能够减小任意双频线性组合的多路径误差。文献[11~12]利用单镜面多径反射模型对多路径进行了广泛的评估,并指出窄相关技术可以减小伪距多路径误差,多路径信号对载波相位影响不超过 45° ,但单镜面多径反射模型不能精确描述实际环境多条反射信号存在情况下多路径信号对伪距观测值和载波相位观测值影响。文献[13]利用信噪比与多路径误差的相关性,使用三频信噪比组合测量值成功对多路径误差进行了探测。文献[14~17]针对北斗系统(BDS)的特殊星座布局,对 BDS 系统多路径特性进行了分析,指出同步轨道卫星(GEO)将会形成多路径系统误差,中轨卫星(MEO)的重复周期为 7 个恒星日。文献[18]利用多天线阵对多路径误差进行实时消除,提高了定位精度。文献[19]对 LMS 滤波和自适应变步长 LMS 滤波方法提取多路径分量进行了比较分析,指出后者比前者性能更优。文献[20]利用多天线阵对静态载波相位多路径参数进行了估计。

多路径误差实质是多路径信号进入跟踪环路引起的锁相环偏差(Phase Lock Loop Bias, PLLB)。基于此,本文提出了视距(Line-of-Sight, LOS)条件下基于 PLLB 的多路径误差分析方法,从接收机跟踪环路工作原理入手,推导了多条反射信号存在的条件下多路径误差估算公式,研究了伪距多路径历元间相关性,分析了动态条件下载波相位多路径的类随机噪声特性。

1 多路径误差信号模型

如图 1 所示,到达天线的卫星信号不仅有直接

信号而且有经过反射或散射的间接信号。间接信号不仅存在时间延迟,而且由于卫星与反射体的相对运动不同于卫星和接收机的相对运动,间接信号的多普勒频率^[14]也不同于直接信号。LOS 条件下,间接信号主要由反射产生^[11]。

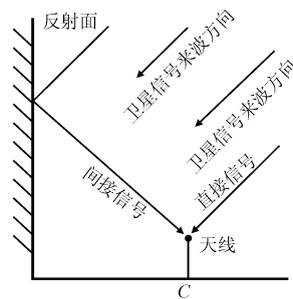


图 1 多路径效应

Fig. 1 Multipath effect

LOS 条件下,多路径效应可以表示为直接信号和间接信号之和,见式(1):

$$X(t) = A(t)\cos(\omega_{IF}t) + \sum_{i=1}^n a_i A(t - \tau_i)\cos((\omega_{IF} + \Delta\omega_i)t - \omega_C\tau_i + \Delta\phi_i) \quad (1)$$

式中: $A(t)$ 表示数据码调制后的伪码; ω_{IF} 表示中频频率; $\Delta\omega_i$ 、 $\Delta\phi_i$ 分别为第 i 间接信号与直接信号的多普勒扩展形成所形成的频率偏差和相位偏差; ω_C 表示载波频率; τ_i 表示第 i 条间接信号相对于直接信号的延时; a_i 表示第 i 条间接信号相对于直接信号的归一化幅值; n 表示间接信号的数量。

2 基于 PLLB 的多路径分析方法

2.1 伪距多路径误差估算方法

由式(1)得接收机跟踪环路中 I 路和 Q 路即时支路的输出:

$$I(t) = R(t)\cos(\delta\phi) + \sum_{i=1}^n a_i R(t - \tau_i)\cos(\delta\phi - \omega_C\tau_i + \Delta\omega_i t + \Delta\phi_i) \quad (2)$$

$$Q(t) = R(t)\sin(\delta\phi) + \sum_{i=1}^n a_i R(t - \tau_i)\sin(\delta\phi - \omega_C\tau_i + \Delta\omega_i t + \Delta\phi_i) \quad (3)$$

式中: $R(t)$ 代表复制的 C/A 码与直射波信号之间的自相关函数,归一化码片的宽度为 1, $R(t)$ 的归一化峰值为 1。

$$R(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 1+t, & -1 \leq t < 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

$\delta\phi$ 是输入信号载波相位与本地复制载波相位之差,则:

$$S(t) = I^2(t) + Q^2(t) = R^2(t) + \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_i) + \sum_{i=1}^n 2a_i R(t) R(t - \tau_i) \cos(\Delta\omega_i t + \Delta\phi_i - \omega_c \tau_i) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n 2a_i a_j R(t - \tau_i) R(t - \tau_j) \cos((\Delta\omega_i - \Delta\omega_j)t + \Delta\phi_i - \Delta\phi_j - \omega_c(\tau_i - \tau_j)) \quad (5)$$

一般情况下,载波的波长相对较小(GPS系统L1频点 $\lambda=19$ cm),间接信号的延迟时间 τ_i 远远大于一个载波周期,第3项、第4项为间接路径类似随机噪声的高频分量求和,求和过程中能量将抵消,第2项远远大于第3项和第4项之和。

文献[1~2]指出,LOS的条件下,当卫星仰角在 15° 以上时,城市环境中近程回波的平均功率相对于直接信号平均功率不会超过 -16.5 dB,远程回波平均功率相对直接回波平均功率的变化范围为 $-30 \sim -20$ dB,间接信号总功率与直接信号功率之比约为 3.8% 。可见LOS条件下,多路径影响较小,忽略高频求和。

$$S(t) \approx R^2(t) + \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_i) \quad (6)$$

其中多路径分量:

$$\bar{S}(t) = \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_i) \quad (7)$$

图2为多路径影响下的非相干伪码跟踪环的S曲线^[15]。

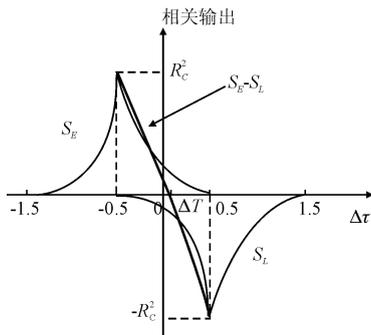


图2 多路径影响下非相干伪码跟踪环的S曲线

Fig.2 S-curve of pseudo-range phase lock loop with multipath effect

其中:

$$S_E(t) = S(t + 0.5) \quad (8)$$

$$S_L(t) = -S(t - 0.5) \quad (9)$$

$$R_c^2 = S(0) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(-\tau_i) \geq 1 \quad (10)$$

由于间接信号的影响,延迟码和超前码积分器的输出的对称性被破坏,伪码相位锁定位置从0点偏离到 ΔT 。将锁相偏差转换为伪距多路径误差为:

$$\bar{\epsilon}_\rho = \Delta T d \quad (11)$$

式中: d 为一个码片对应的卫星信号传播距离。

多路径影响相对较小时,S曲线近似一条直线,S曲线的斜率为:

$$k = 2R_c^2 \geq 2 \quad (12)$$

将多路径分量引起的相关输出对称性变化投影到PLL,则有:

$$2\bar{S}(t) = k\Delta T \quad (13)$$

代入到式(7)、(12)可得:

$$\Delta T = \frac{2 \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_i)}{k} \leq$$

$$\sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_i) \leq \sum_{i=1}^n a_i^2 \quad (14)$$

令: $\bar{P} = \sum_{i=1}^n a_i^2$,定义 \bar{P} 为多路径分量归一化功率,则:

$$\bar{\epsilon}_\rho = \Delta T d \leq \bar{P} d \quad (15)$$

考虑到广泛被采用如右旋圆极化、扼流圈等各种抗多径措施,设 $\bar{P} \leq 0.01$,对于GPS系统的L1频点, $d=300$ m, $\bar{\epsilon}_\rho \leq 3$ m。

2.2 载波相位多路径误差估算方法

接收机跟踪环路锁相环利用反正切函数计算相位差异 $\delta\phi$,当锁定信号的频率和相位时, $Q(t) = 0$ ^[10],则:

$$\delta\phi = \arctan$$

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^n a_i R(\Delta T - \tau_i) \sin(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i)}{R(\Delta T) + \sum_{i=1}^n a_i R(\Delta T - \tau_i) \cos(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i)} \right] \quad (16)$$

式中: ΔT 为伪码相位锁定位置。

$$|R(\Delta T - \tau_i)| \leq 1 \quad (17)$$

$$|\sin(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i)| \leq 1 \quad (18)$$

$$|\cos(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i)| \leq 1 \quad (19)$$

LOS条件下,多路径误差较小时,有 $R(\Delta T) \approx 1$,代入式(16)有:

$$\delta\phi \leq \arctan \left[\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{1 - \sum_{i=1}^n a_i} \right] \quad (20)$$

设载波波长为 λ ,载波环锁相偏差转化为距离为:

$$\bar{\epsilon}_\phi \leq \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \left[\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{1 - \sum_{i=1}^n a_i} \right] \quad (21)$$

LOS条件下,间接信号功率小于直接信号功率,同时利用三角不等式可得:

$$\sqrt{P} \leq \sum_{i=1}^n a_i \leq 1 \quad (22)$$

将式(22)代入式(21)可得:

$$\bar{\epsilon}_\phi \leq \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \left[\frac{\sqrt{P}}{1 - \sqrt{P}} \right] \quad (23)$$

设 $\bar{P} = 0.01$, 对于 GPS 系统 L1 频点 $\lambda = 19 \text{ cm}$, 则有:

$$\bar{\epsilon}_\phi \leq 3 \text{ mm} \quad (24)$$

3 多路径误差分析

3.1 伪距多路径误差的历元间相关性

天线处于静止状态时,不考虑周围环境变化时,相邻历元间卫星与天线的相对位置变化较慢,相邻历元间的多路径误差是相关的。

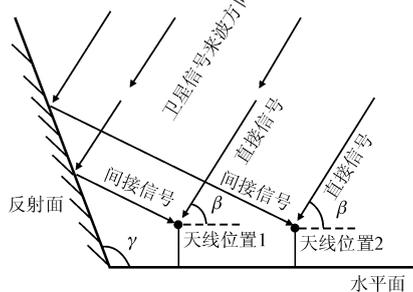


图 3 低动态时相邻历元间天线收到同一反射面的间接信号

Fig. 3 The indirect signal reflected by the same reflection under the low dynamic condition

天线处于动态时,当相邻历元间天线的相对位移足够小,如图 3 所示。可以认为卫星信号的来波方向是不变的,多路径信号都是由相同的反射面形成的,这些间接信号幅值和多普勒频率相同,仅延时不同,其中 β 为卫星仰角, γ 为反射面与天线所在平面的夹角。

设 l 为反射面形成到位置 1 和位置 2 的间接信号相对直接信号的多余传播路径差,则:

$$l = 2\Delta b \sin^2(\gamma - \beta) / \cos(2(\gamma - \beta) + \beta) \quad (25)$$

式中: Δb 为相邻历元间天线的相对位移。

设相邻历元间非相干积分即时支路输出多路径分量分别为 $\bar{S}_1(t)$ 、 $\bar{S}_2(t)$, 则由式(7)得:

$$\Delta \bar{S}(t) = \bar{S}_2(t) - \bar{S}_1(t) =$$

$$\sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_{1i}) - \sum_{i=1}^n a_i^2 R^2(t - \tau_{2i}) =$$

$$\sum_{i=1}^n a_i^2 (R(t - \tau_{2i}) + R(t - \tau_{1i})) (R(t - \tau_{2i}) - R(t - \tau_{1i})) \quad (26)$$

令: $\Delta \tau_i = |\Delta \tau_{2i} - \Delta \tau_{1i}|$, 定义 $\Delta \tau_i$ 为相邻历元间相对于同一反射面形成的间接信号的延迟时间

差,代入式(4)得:

$$|\Delta \bar{S}(t)| \leq 2 \sum_{i=1}^n a_i^2 \Delta \tau_i \leq 2 \Delta \tau_{\max} \bar{P} \quad (27)$$

式中: $\Delta \tau_{\max}$ 为最大延迟时间差。

将相关输出的变化投影到码相位锁定位置偏差,可得:

$$2 |\Delta \bar{S}(t)| = k |\Delta T_2 - \Delta T| d \leq \frac{4 \Delta \tau_{\max}}{R} \quad (28)$$

代入式(11)、(12)、(27)得:

$$|\bar{\epsilon}_{\rho,2} - \bar{\epsilon}_{\rho,1}| \leq 2 \bar{P} d \Delta \tau_{\max} \quad (29)$$

式中: $\bar{\epsilon}_{\rho,1}$ 、 $\bar{\epsilon}_{\rho,2}$ 分别为天线的伪距多路径误差。

令 $l_{\max} = d \Delta \tau_{\max}$, 定义 l_{\max} 为间接信号最大多余传播路径差,则:

$$|\bar{\epsilon}_{\rho,2} - \bar{\epsilon}_{\rho,1}| \leq 2 \bar{P} l_{\max} \quad (30)$$

令 $\bar{\epsilon}_{\rho,2,1} = |\bar{\epsilon}_{\rho,2} - \bar{\epsilon}_{\rho,1}|$, 设 $\bar{\epsilon}_{\rho,2,1}$ 的均值为 0, 则其均方差:

$$\sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2,1})} \leq 2 \bar{P} l_{\max} \quad (31)$$

设 $\bar{P} \leq 0.01$, $l_{\max} = 3 \text{ m}$, 则: $\sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2,1})} \leq 0.06 \text{ m}$ 。位置 1 与位置 2 足够近,可以认为多路径误差的统计特征相同,即:

$$D(\bar{\epsilon}_{\rho,1}) = D(\bar{\epsilon}_{\rho,2}) \quad (32)$$

则有相邻历元间的多路径分量的相关系数:

$$\eta = \frac{D(\bar{\epsilon}_{\rho,1}) + D(\bar{\epsilon}_{\rho,2}) - D(\bar{\epsilon}_{\rho,2,1})}{2 \sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,1})} \sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2})}} =$$

$$1 - \frac{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2,1})}{2 \sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,1})} \sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2})}} \quad (33)$$

代入式(31):

$$\eta \geq 1 - \frac{2 \bar{P}^2 l_{\max}^2}{\sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,1})} \sqrt{D(\bar{\epsilon}_{\rho,2})}} \quad (34)$$

而由式(25)得:

$$l_{\max} \propto \Delta b \quad (35)$$

由式(34)、(35)可知,动态条件下伪距多路径误差的历元间相关性与历元间相对位移有关,当 Δb 足够小时, η 趋近于 1。

3.2 动态载波相位多路径类随机噪声特性

历元间天线相对位置变化距离为 Δb , 载波的波长相对较小(GPS 系统 L1 频点波长 $\lambda = 19 \text{ cm}$)。则一般条件下:

$$\Delta b \gg \lambda \quad (36)$$

则由式(25)可知,历元间同一反射面形成的多路径信号多余传播路径差 l 远大于 λ :

$$l \gg \lambda \quad (37)$$

间接信号相对直接信号的延迟 τ_i 的变化将远大于一个周期。考虑到多路径来波方向的随机性, $\delta \phi$ 的多路径分量式(36)、(37)将呈现类似随机噪声的高频变化。

$$\sum_{i=1}^n a_i R(\Delta T - \tau_i) \sin(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i) \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i R(\Delta T - \tau_i) \cos(-\omega_c \tau_i + \Delta\omega_i \Delta T + \Delta\phi_i) \quad (39)$$

由反正切函数的单调性可知, $\delta\phi$ 将出现类似随机噪声的高频变化。

4 试验结果及分析

4.1 试验条件

将双天线水平固定在实验小车中轴线上,利用 NovAtel OEM628 高精度板卡(伪距空间信号测量精度为 10 cm,载波相位空间信号测量精度为 1 mm)和 GPS-702-GG 天线采集 GPS 系统 L1 频率数据,设每 1 s 为 1 个历元,采样频率为 1 Hz,基线长度为 1.907 m,实验地点为学院操场,共视 LOS 卫星 PRN 为 31、3、14、16、20、25、29、32。前 489 历元实验推车处于静止状态,而后推行实验推车在足球场半场做圆周运动,速度约为 1.5 m/s,采集 614 个历元的动态数据。

4.2 试验结果及分析

对数据进行解算,得到各个历元的基线解,基线方位角见图 4。

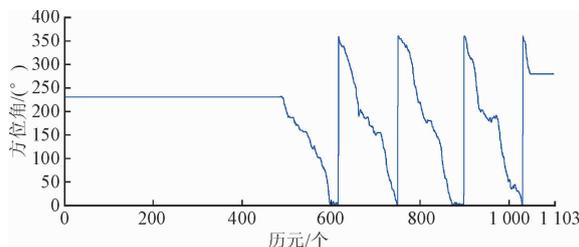


图 4 基线方位角

Fig. 4 Course angle of baseline

将各个历元的基线解代入双差伪距观测方程,得到逐历元的双差伪距误差。短基线条件下经双差消除电离层误差、对流层误差和钟差后,伪距误差由随机噪声分量和多路径误差分量组成。利用式(43)对第 k 个历元的多路径分量进行提取。

$$\bar{\epsilon}_\rho = \frac{1}{n} \sum_{i=k-n}^{k-1} \epsilon_{\rho,i} \quad (43)$$

式中: $\bar{\epsilon}_\rho$ 为伪距多路径分量; $\epsilon_{\rho,i}$ 为第 i 个历元的双差伪距误差; n 为提取过程中用到的历元数。提取过程中经求和取平均后,随机噪声分量大大减小。由于多路径的历元间相关性,当动态条件足够小时,历元间的伪距多路径分量将缓慢变化,在足够短的时间内可以被看作一个常量,实验中 n 取 30。

利用提取得到多路径分量对双差伪距进行改正,改正前后各历元双差伪距均方根误差见图 5,双

差伪距的误差较改正前减小 52.7%。

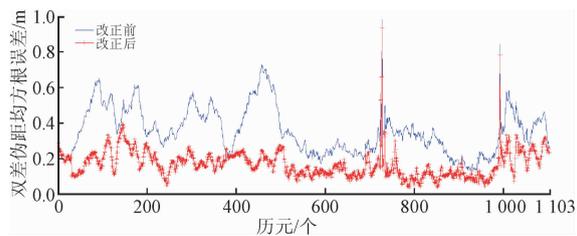


图 5 改正前后各历元双差伪距均方根误差

Fig. 5 The RMSE of double difference pseudo-range corrected and uncorrected

将基线解和正确的模糊度代入双差载波相位观测方程得到 PRN31-3 组合的双差载波相位残差见图 6。

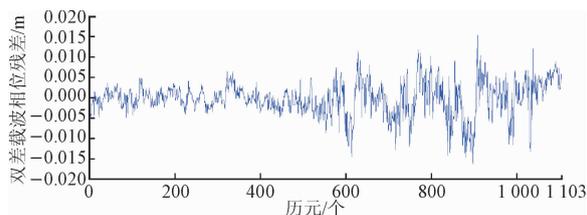


图 6 PRN31-3 双差载波相位残差

Fig. 6 Residuals of PRN31-3 double difference carrier phase

实验中小车动态变化较小,可以认为随机噪声分量是不变的。在动态条件下载波相位多路径的类随机噪声特性的影响下,图 6 中第 489 个历元后动态数据残差的波动大于第 489 个历元之前的静态数据。

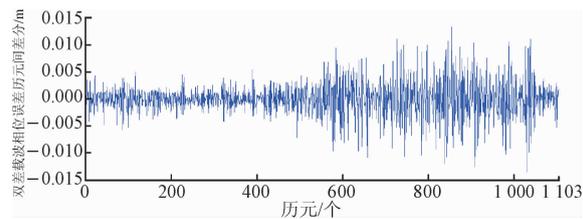


图 7 双差载波相位残差历元间差分结果

Fig. 7 Difference of double difference carrier phase residuals between adjacent epochs

为进一步分析历元间载波相位残差变化,对相邻历元间的双差载波相位残差作差,见图 7。对历元间差分结果分别按照静态数据和动态数据进行统计,见表 1。静态数据的均方差为 0.17 cm,动态数据的均方差为 0.42 cm,增加了 147%。

表 1 双差载波相位残差历元间差分的均值和均方差

Tab. 1 Mean and mean square variance of difference between adjacent epochs double difference carrier phase residuals

数据	历元间差分均值/cm	历元间差分均方差/cm
静态数据	0	0.17
动态数据	0	0.42

5 结论

本文提出了 LOS 条件下基于 PLLB 的多路径分析方法,推导了多路径误差估算公式,从理论上说明了伪距多路径的历元间相关性,研究了动态条件下载波相位多路径的类随机噪声特性。通过实测数据的分析,得到如下结论:

1)利用 LOS 条件下基于 PLLB 的多路径分析方法分析结论与实验结果相符,证明了该方法的有效性。

2)伪距多路径的具有历元间相关性,伪距多路径误差能够通过历元间的相关性进行改正。

3)动态条件下,载波相位多路径具有类随机噪声特性,并且会与载波相位随机误差相叠加,增大载波相位误差。

参考文献(References):

[1] JAHN A, BISCHL H, HEI G. Channel Characterisation for Spread Spectrum Satellite Communications [C]// IEEE 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications Proceedings, Mainz, Germany:IEEE, 1996.

[2] 张利云, 黄文德, 明德祥, 等. 多路径效应分段仿真方法 [J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(1): 106-110.

ZHANG L Y, HUANG W D, MING D X, et al. Simulation Modeling of Multipath Effect for Satellite Navigation Station Receiver Based on a Segmentalization Technique [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(1): 106-110. (in Chinese)

[3] ELRABBANY A A A. Precise GPS Positioning with Low-Cost Single-Frequency System in Multipath Environment [J]. The Journal of Navigation, 2010, 63(2): 301-312.

[4] WANG G X, KEES de J, ZHAO Q L, et al. Multipath Analysis of Code Measurements for BeiDou Geostationary Satellites [J]. GPS Solutions, 2015, 19(1): 129-139.

[5] WANG M, CHAI H Z, LIU J, et al. BDS Relative Static Position over Long Baseline Improved by GEO Multipath Mitigation [J]. Advances in Space Research, 2016, 57(3): 782-793.

[6] WANG D, MENG X, GAO C, et al. Multipath Extraction and Mitigation for Bridge Deformation Monitoring Using a Single-Difference Model [J]. Advances in Space Research, 2017, 60(12): 2882-2895.

[7] DONG D, WANG M, CEHN W, et al. Mitigation of Multipath Effect in GNSS Short Baseline Positioning by the Multipath Hemispherical Map [J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(3): 255-262.

[8] GUO J Y, LI G W, KONG Q L, et al. Modeling GPS Multipath Effect Based on Spherical Cap Har-

monic Analysis [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2014, 24(6): 1874-1879.

[9] IRSIGLER M. Characterization of Multipath Phase Rates in Different Multipath Environments [J]. GPS Solutions, 2010, 14(4): 305-317.

[10] MORADI R, SCHUSTER W, FENG S J, et al. The Carrier-Multipath Observable: A New Carrier-Phase Multipath Mitigation Technique [J]. GPS Solutions, 2015, 19(1): 73-82.

[11] WELLENHOF B H. GNSS-Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo & More [M]. Springer, 2007.

[12] 谢钢. GPS 原理与接收机设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.

XIE G. Principle of GPS and Receiver Design [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. (in Chinese)

[13] PHILIP R, STRODE R, PAUL D. Groves, GNSS Multipath Detection Using Three-Frequency Signal-to-Noise Measurements [J]. GPS Solutions, 2016(20): 399-412.

[14] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2008.

LIU J Y. Principle and Method of GPS Satellite Navigation and Position [M]. Beijing: Science Press 2008. (in Chinese)

[15] 鲁豫. 北斗/GPS 双模软件接收机原理与实现技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2016.

LU Y. Principle and Implementation Technology of BDS/GPS Dual Mode Software Receiver [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2016. (in Chinese)

[16] YE S R. Carrier Phase Multipath Mitigation for BeiDou Navigation Satellite System [J]. GPS Solutions, 2015(19): 545-557.

[17] DAI W, SHI Q, CAI C. Characteristics of the BDS Carrier Phase Multipath and Its Mitigation Methods in Relative Positioning [J]. Sensors, 2017, 17(4): 796.

[18] VAGLE N, BROUMANDAN A, JAFARNIA-JAHROMI A, et al. Performance Analysis of GNSS Multipath Mitigation Using Antenna Arrays [J]. Journal of Global Positioning Systems, 2016, 14(1): 4-9.

[19] LIU H, LI X, GE L, et al. Variable Length LMS Adaptive Filter for Carrier Phase Multipath Mitigation [J]. GPS Solutions, 2011, 15(1): 29-38.

[20] RAY J K, CANNON M E, FENTON P C. Mitigation of Static Carrier-Phase Multipath Effects Using Multiple Closely Spaced Antennas [J]. Navigation, 1999, 46(3): 193-201.

[21] KUBO N, KOBAYASHI K, HSU L T, et al. Multipath Mitigation Technique under Strong Multipath Environment Using Multiple Antennas [J]. Journal of Aeronautics Astronautics & Aviation, 2017, 49(1): 75-82.