

双模压缩光双曲线定位方案设计与分析

方 冠, 杨春燕, 李 响, 陈 坤

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 采用无线电信号的双曲定位方法由于受到其信号功率与带宽的制约, 其定位精度存在着不可逾越的上限, 且易受干扰、测量距离有限等问题日趋显现, 而采用量子纠缠信号作为测量信号, 可以突破经典无线电信号体制的限制, 大大提高定位精度与保密性, 实现具有超高精度、远距离、强抗噪抗干扰性等优点的量子定位。就此提出一种基于双模压缩光与 Bell 态直接探测的双曲线定位方案, 使用双模压缩光作为发射信号, 在目标接收端使用 Bell 态直接探测系统对两路纠缠光进行检测并对其中一路光束进行延迟, 而后提取其正交分量的关联噪声, 取关联噪声的最小值时对应的延迟时间作为两光束的完全量子关联时刻, 即为两纠缠光的波达时间差, 通过时间差的测定可以转换得到距离差, 得到 1 组双曲线, 另选 2 个基点重复上述过程可得第 2 组双曲线, 从而实现定位。通过理论推算与一定假设条件下的仿真分析, 给出理论上能达到的定位精度与误差范围。

关键词 双曲线定位; 量子定位; 双模压缩光; Bell 态

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2017.04.012

中图分类号 O431.2 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2017)04-0066-07

A Scheme Design and Analysis of Hyperbolic Positioning with Two-mode Squeezing Light

FANG Guan, YANG Chunyan, LI Xiang, CHEN Kun

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Aimed at the problems that the hyperbola positioning measure of adopting radio signal is limited by signal power or bandwidth, its positioning precision exists in hardly going beyond a ceiling and is susceptible to interference, insufficient measure distance and so on are becoming more obvious, the limitation of traditional radio signal system adopted by using quantum entanglement signals as measuring signals can greatly improve the precision and confidentiality. In this way, quantum positioning can be realized with advantages of ultra-precision, long range and strong anti-interference as well as noise resistance. According to that, a hyperbola positioning scheme based on two-mode squeezed light and Bell state direct measurement is proposed. Two-mode squeezed light is used as transmitting signals and in target receiving terminal Bell state direct measurement system is used to check two paths of entangled light and delay one of them. Then, the correlated noise of quadrature component is extracted and the delay time when the correlated noise value comes to the minimum can be seen as the moment of complete quantum correlation between two

收稿日期: 2017-01-19

基金项目: 国家自然科学基金(61573372)

作者简介: 方 冠(1993—), 男, 浙江金华人, 硕士生, 主要从事量子纠缠信号导航定位应用研究. E-mail: 984225821@qq.com

引用格式: 方冠, 杨春燕, 李响, 等. 双模压缩光双曲线定位方案设计与分析 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2017, 18(4): 66-72.
FANG Guan, YANG Chunyan, LI Xiang, et al. A Scheme Design and Analysis of Hyperbolic Positioning with Two-mode Squeezing Light [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2017, 18(4): 66-72.

paths of light, which is the time difference of wave arrival between the two paths of entangled light. By measuring the time difference, the distance difference can be calculated to obtain a group of hyperbola. In this way, another two base points are chosen to repeat the process above to get the second hyperbola so as to conducting the positioning. By theoretical calculation and simulation analysis under some given conditions, the theoretical positioning precision and error range can be achieved.

Key words: hyperbola positioning; quantum positioning; two-mode squeezed light; Bell state

传统导航定位系统受限于经典无线电信号的发射功率与信号带宽等因素,其定位精度存在着无法超越的极限。双曲线定位是传统导航手段当中一种简单易行的方法,但是现有的双曲定位设备在千公里的测量范围内的定位误差在百米级,其较低的定位精度已难以满足人们的实际需要。随着量子理论与技术的发展,利用量子本身的纠缠和压缩特性进行的精密测量,可以突破散粒噪声极限(Shot Noise Limit, SNL),甚至逼近于海森堡极限(Heisenberg, Limit, HL),大大提高导航定位的精度。2001年,美国麻省理工学院(MIT)研究人员首次提出了基于量子力学与量子信息论的量子定位系统(Quantum Positioning System, QPS)^[1-3],2004年,Thomas B. Bahder 博士详细论述了采用纠缠双光子和基线式干涉方法实现精确量子定位的方法^[4],但是此类方法中使用的纠缠光子属于分离变量(DV)纠缠,其生成效率与探测效率较低,相比之下,连续变量(CV)纠缠态^[5-6]是确定性的纠缠,生成效率高,使用光电转换器对连续纠缠光进行探测,很容易实现高量子效率的探测。王希等人在2016年提出了基于连续纠缠光和平衡零拍探测的测距方案^[7-8],在理论上克服了分离纠缠变量的低效问题和测距量程很有限的问题,但是平衡零拍探测的方法在实验上需要对本地光和参考光分别进行探测,但需要对光束的相对相位进行改变,有多处需要进行相位锁定,实验难度较大,对系统的稳定性要求很高。

针对现有的经典无线电导航与量子定位方法中存在的问题与不足,提出一种基于双模压缩光和Bell态直接探测^[9-11]的双曲线测距差定位方法:采用双曲线定位原理,使用双模压缩光作为测量信号从2个位置精确已知的基站同时发射,克服了分离变量纠缠的生成效率和探测效率问题,2束纠缠光经过不同的路径传播到达待测目标,在到达待测目标接收端时对2束信号光进行可调延迟处理并调整相对相位,而后使用Bell态直接探测系统对测量信号光的2组正交分量同时进行探测,提取其正交分量并作和差,取振幅和与相位差为最小值时的延迟时间即为波达时间差,从而可以实现两路光束的光程差的测量,进一步完成双曲线定位。

1 定位方案设计

1.1 双模压缩光

光场的正交分量是一种典型的连续变量纠缠。经典光的正交分量的涨落总是大于等于散粒噪声极限 SNL,而光学压缩态^[10]是一种非经典态,压缩光就是将它的某一正交分量的涨落压缩至小于 SNL。对于双模光场,其振幅和与相位差或者振幅差与相位和是可能对易的,在这样的态上,对一个光场的正交分量的测量就会直接确定另一光场对应的正交分量,这就将纠缠引入到了双模光场中。在这样的双模光场中,联合变量噪声即关联噪声得到压缩,因此,2组正交分量的纠缠即双模压缩态。

非线性光学参量下转换^[12-13]是制备双模压缩光的一种常用的方法,将一束频率较高连续光束作为注入光注入到非简并光学参量放大器(Nondegenerate Optical Parametric Amplifier, NOPA)中,输出2路频率较低的连续纠缠光束,这2束光具有高度的关联,从而展现出量子压缩特性。2路纠缠光的正交振幅涨落具有远高于经典关联的相关性,可以看作作为2路几乎完全一样的真随机信号,见图1。

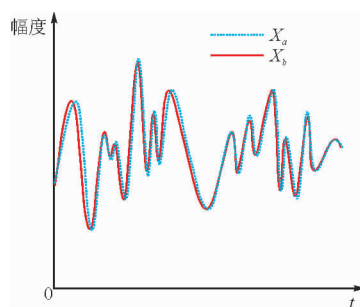


图1 两路信号的正交分量涨落

Fig. 1 Quadrature component fluctuations of signals of two beams

值得注意的是,这2束纠缠光是在同一时间同一空间生成的,具有时空一致性,因此,在应用于导航定位时,作为发射信号,在生成端就保证了其时间的完全同步性,这是由量子的纠缠特性决定的,这就消除了使用传统无线电信号在发射时会因为其时间的不同步而引入的误差,进一步提高了定位精度。

1.2 双曲线定位

在2个基站的几何中点处设置纠缠源,将生成的2路正交相位正相关,正交振幅负相关的连续纠缠光 \hat{a} 、 \hat{b} 分别传送给2个发射端 A、B 同时发射,经过不同路径到达待测目标 M,对首先到达的光束进行延迟处理,而后进入 Bell 态探测系统进行正交分量的提取,并对正交相位分量作差,对正交振幅分量作和,在理想的压缩强度下,当2路光不存在光程差时,对应的2组正交分量呈现完全量子关联,2路正交分量作和与作差的结果都无限趋向于0,而当光程差大于一定数值时,2路光对应的正交分量不存在关联,调节对 \hat{b} 路光的延迟直到2组正交分量的差值与和值同时出现明显的最小值,此时,延迟时间 Δt 即为两束光的波达时间差,光程差可得 $\Delta L = c \times \Delta t$,随即可以确定一对定位双曲线,另选2个基点进行以上过程,可得另一对定位双曲线,两对双曲线相交即可确定目标位置。定位原理见图2。

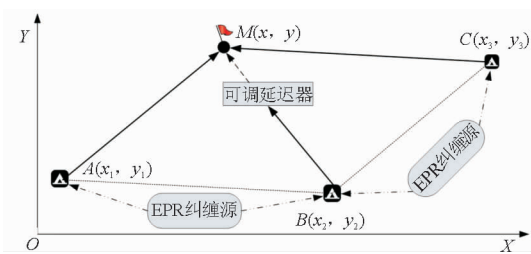


图2 双曲线定位原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of Hyperbolic Positioning

设基站点 A、B、C 坐标均是已知的,分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 待测目标点的坐标为 (x, y) ,则通过对应的定位方程式:

$$\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} = \Delta d_1 \quad (1)$$

$$\sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2} = \Delta d_2 \quad (2)$$

可以计算得到距离差 Δd_1 、 Δd_2 ,在各基点位置和基线长度精确已知的情况下,可以描绘出2组定位双曲线,从而实现目标的定位。

1.3 探测过程

作为发射信号的双模压缩光到达目标后,由 Bell 态直接探测系统对其进行测量,通过将光束转化为光电流实现正交分量的提取。Bell 态直接探测本质上是利用 Mach-Zehnder 干涉仪^[14-16]的相干测量。而在2000年时,山西大学光电研究所的张靖等人提出了 Bell 态直接探测方案,该方案与常用的平衡零拍探测相比不需要本地光,并且可以直接、同时得到正交振幅和与正交相位差噪声。本方案的探测

过程见图3。

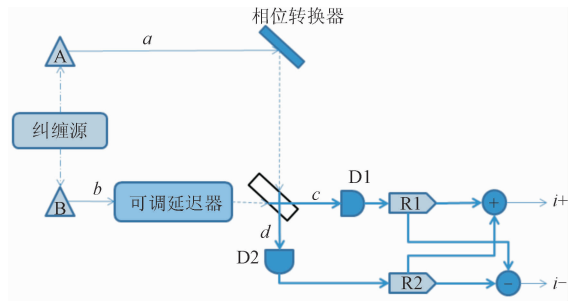


图3 探测过程示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the Detection Process

在本方案中,双模压缩光 \hat{a} 、 \hat{b} 用它们的湮灭算符可表示为:

$$\hat{a}(t) = \alpha + \hat{\delta} \alpha \quad (3)$$

$$\hat{b}(t) = \alpha + \hat{\delta} \beta \quad (4)$$

2束光分别从2个基点同时发射以后,经过不同的路径到达待测目标处,由 Bell 态探测系统进行接收测量,首先 \hat{a} 、 \hat{b} 2束光在进入 50:50 分束器之前要进行相位调整,控制2束光的相位差为 $\pi/2$ (所引起的光程差的误差可进行补偿),因为 OPA 产生的纠缠光是偏振正交的,这里需要使用半玻片调整其偏正方向相同,假设2路光束中的 \hat{b} 光先到达,对 \hat{b} 光进行一个可调的延迟处理 Δt ,设2路光在传播过程中的光程差为,那么输入分束器的2个光场可表示为:

$$\hat{l}_a(t) = \alpha + \hat{\delta} \alpha(t) \quad (5)$$

$$\hat{l}_b(t) = \hat{b}(t - \tau) e^{i\frac{\pi}{2}} = i\alpha + i\hat{\delta} \beta(t - \tau + \Delta t) \quad (6)$$

式中: $\tau = \Delta L/c$ (c 为光速),则分束器输出端口两出射光场为:

$$\hat{c}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{l}_a(t) + \hat{l}_b(t)] = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\alpha + i\alpha) + (\hat{\delta} \alpha(t) + i\hat{\delta} \beta(t - \tau + \Delta t))] \quad (7)$$

$$\hat{d}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{l}_a(t) - \hat{l}_b(t)] = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\alpha - i\alpha) + (\hat{\delta} \alpha(t) - i\hat{\delta} \beta(t - \tau + \Delta t))] \quad (8)$$

经2个探测器之后,将2个光场转换为2路光电流,可分别表示为:

$$\hat{i}_c = c^+(t)c(t) = \alpha^2 + \frac{1}{2} \alpha [\delta X_a(t) - \delta Y_b(t - \tau + \Delta t) + \delta Y_a(t) + \delta X_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (9)$$

$$\hat{i}_d = d^+(t)d(t) = \alpha^2 + \frac{1}{2} \alpha [\delta X_a(t) + \delta Y_b(t - \tau + \Delta t) - \delta Y_a(t) + \delta X_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (10)$$

式中: $\delta X = \delta a^+ + \delta a$ 与 $\delta Y = i(\delta a^+ - \delta a)$ 分别为正交振幅噪声分量和正交相位噪声分量。而后将这2路

光电流分别送入 50% 射频分束器各分为两等份,与光的分束不同,这里的电流分束不会引入新的噪声,再将对应的光电流进行相加减,可以分别得到 2 个电信号:

$$i_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(i_c + i_d) = \sqrt{2}\alpha^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta X_a(t) + \delta X_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (11)$$

$$i_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(i_c - i_d) = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta Y_a(t) - \delta Y_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (12)$$

取这 2 个电信号的交流部分即为 2 组正交分量的光电流涨落:

$$\delta i_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta X_a(t) + \delta X_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (13)$$

$$\delta i_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta Y_a(t) - \delta Y_b(t - \tau + \Delta t)] \quad (14)$$

至此,就同时提取出了振幅和与相位差这 2 组正交分量。由于 a, b 路连续纠缠光的正交分量具有强相关性,可以看作是几乎完全相同的信号,可以看出,当延迟时间 Δt 取到与两光路的光程差所对应的时间 τ 相等时,2 路光场的正交相位呈完全量子正相关,正交振幅完全量子负相关,正交相位差与正交振幅和的噪声明显低于 SNL,在理想的压缩强度下,这 2 个值无限趋向于 0:

$$\delta i_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta X_a(t) + \delta X_b(t - \tau + \Delta t)] = 0, \quad \Delta t = \tau \quad (15)$$

$$\delta i_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha[\delta Y_a(t) - \delta Y_b(t - \tau + \Delta t)] = 0, \quad \Delta t = \tau \quad (16)$$

利用 2 组正交分量的其中一组就可以得到波达时间差,而本方案中使用的 Bell 态直接探测可以同时得到两组正交分量的测量结果,通过两组结果的对比可以进一步提高测量结果的可信度和准确度。

2 性能分析

2.1 探测性能参数估计

相比与平衡零拍探测存在本地光的强度远大于信号光的强度,本地光会导致探测器的饱和问题,本方案中使用的两束压缩光都作为信号光使用,其光强大小相当,进行和差运算所得结果的有效性较高,并且使用的 Bell 态直接探测法进行探测所得到的直接结果就是 2 组正交分量的量子噪声,因此采用关联噪声^[17-18]进行参数分析对于本方案来说比较直接有效。双模压缩光的关联噪声方差可由压缩强度 r 表示:

$$\langle \delta^2(\hat{X}_a + \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2(\hat{Y}_a - \hat{Y}_b) \rangle = 2e^{-2r} \quad (17)$$

$$\langle \delta^2(\hat{X}_a - \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2(\hat{Y}_a + \hat{Y}_b) \rangle = 2e^{-2r} \quad (18)$$

压缩强度越高,关联噪声方差越小,当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\langle \delta^2(\hat{X}_a + \hat{X}_b) \rangle = \langle \delta^2(\hat{Y}_a - \hat{Y}_b) \rangle \rightarrow 0$,当 2 路压缩光在时间上接近同步时,在图像上可以看出明显小于 SNL 的波谷,见图 4。

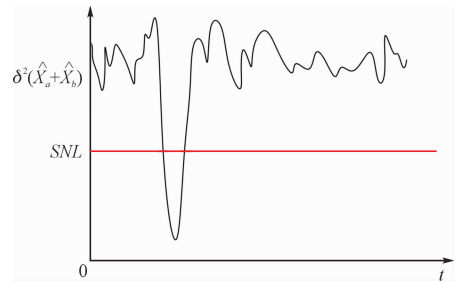


图 4 关联噪声测量结果随延迟时间变化示意图
Fig. 4 Schematic diagram of correlation noise measurement results change with the delay time

当认定关联噪声小于 SNL 时,探测精度达到要求,取关联噪声小于 SNL 所对应的时间范围 Δt 作为最大探测误差范围。已有实验指出,2 路纠缠信号的关联性在延迟时间超过最大 27 ns 时会完全消失^[19],因此延迟时间误差范围 Δt 需在 27 ns 之内才能满足有效测量要求。对于最小误差的测定,在实际实验或者仿真实验中采用模数转换器(ADC)对关联噪声进行采样,并输入计算机进行处理,在 27 ns 之内取最小值最近的 2 个采样点的时间间隔 τ_{\min} ,即为延迟时间测量的最小误差值,因此,在实现最小误差估计时,其精度受到 AD 转换器的采样频率的限制,采样频率越高,延迟时间测量的最小误差范围就越小,精度越高。当前 AD 转换器的最高采样频率已经可以达到 2.5 GSPS 以上^[20-21],那么理想情况下,延迟时间 τ_{\min} 测量的最小误差可以达到皮秒级,相应的光程差的测量精度可达到 ms 级。

2.2 定位误差估计

在实际的导航定位的应用当中,进行位置的确定需要使用球面三角进行位置解算,而不能简单地采用平面三角关系进行计算。

对双曲定位进行解算,首先要对基站进行规定和统一基本量的描述,并且由于要应用球面三角形的理论进行方位求解,故在此采用极坐标表示更加便于描述方位。在此约定基站 B 为主基站,基站 A, C 为副基站,且 A 的基线沿顺时针转向 C 的基线的转角小于 π ,3 个基站的坐标分别为 $(\varphi_1, \lambda_1), (\varphi_2, \lambda_2), (\varphi_3, \lambda_3)$,见图 5。

β_1 与 β_3 分别为 2 条基线在主基站的球面方位角,球面上由基站 C 到基站 B 的大圆弧延长线与基

站B到基站A的大圆弧在基站B的夹角为 α ,可通过公式得到:

$$\alpha = |\pi - |\beta_3 - \beta_1|| \quad (19)$$

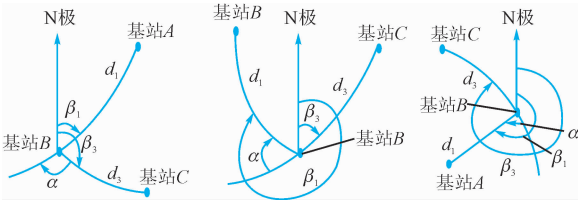


图5 球面上基站编号与基本量

Fig. 5 Base station number and basic amount on the sphere

如图6所示建立双曲线定位模型:

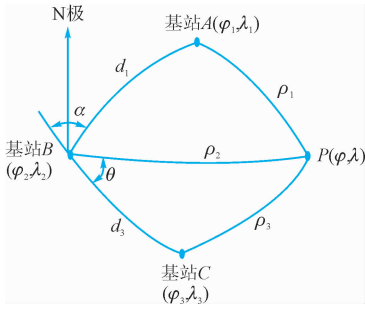


图6 双曲线定位几何关系

Fig. 6 Geometrical relationship of hyperbolic positioning

3个基点的坐标 (φ_1, λ_1) 、 (φ_2, λ_2) 、 (φ_3, λ_3) 是精确已知的,球面上的基线长度(球面角距)分别记为 d_1, d_3 (以弧度表示),设待测目标点 P 的坐标为 (φ, λ) ,利用待测目标点 P 与一个基点组和北极 N 可以构成一个球面三角形,利用球面三角形的正余弦定理可以建立方程组:

$$\begin{cases} \cos\rho_1 = \cos d_1 \cos\rho_2 + \sin d_1 \sin\rho_2 \cos(\pi - \theta - \alpha) \\ \cos\rho_3 = \cos d_3 \cos\rho_2 + \sin d_3 \sin\rho_2 \cos\theta \\ \rho_1 - \rho_2 = \xi_1 \\ \rho_3 - \rho_2 = \xi_2 \end{cases} \quad (20)$$

该方程组包含 $(\theta, \rho_1, \rho_2, \rho_3)$ 4个未知量,对方程组进行变换可以分别得到:

$$\begin{cases} \cos\rho_1 = \cos(\rho_2 + \xi_1) = \cos\rho_2 \cos\xi_1 - \sin\rho_2 \sin\xi_1 \\ \cos\rho_3 = \cos(\rho_2 + \xi_2) = \cos\rho_2 \cos\xi_2 - \sin\rho_2 \sin\xi_2 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \tan\rho_2 = \frac{\cos\xi_1 - \cos d_1}{\sin\xi_1 + \sin d_1 \cos(\pi - \theta - \alpha)} \\ \tan\rho_2 = \frac{\cos\xi_2 - \cos d_3}{\sin\xi_2 + \sin d_3 \cos\theta} \end{cases} \quad (22)$$

将式(22)整理得到:

$$\frac{\cos\xi_1 - \cos d_1}{\cos\xi_2 - \cos d_3} = \frac{\sin\xi_1 + \sin d_1 \cos(\pi - \theta - \alpha)}{\sin\xi_2 + \sin d_3 \cos\theta} \quad (23)$$

进一步整理变换可得只含有1个未知量 θ 的等式:

$$A \sin\theta + B \cos\theta + D = 0 \quad (24)$$

式中:

$$A = \sin\rho_1 \sin\beta_1 (\cos\xi_2 - \cos\rho_3) - \sin\rho_3 \sin\beta_3 (\cos\xi_1 - \cos\rho_1);$$

$$B = \sin\rho_1 \cos\beta_1 (\cos\xi_2 - \cos\rho_3) - \sin\rho_3 \cos\beta_3 (\cos\xi_1 - \cos\rho_1);$$

$$D = \sin\xi_1 (\cos\xi_2 - \cos\rho_3) - \sin\xi_2 (\cos\xi_1 - \cos\rho_1).$$

其中 A, B, D 皆为已知量,此时引入一个辅助符号 η ,令:

$$\cos\eta = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \sin\eta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (24)$$

则式(24)可表示为:

$$\sin(\theta + \eta) = \frac{-D}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (25)$$

至此,可以推出 P 点的极坐标 (ρ_2, θ) 为:

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{-D}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$\rho_2 = \tan^{-1} \frac{\cos\xi_2 - \cos d_3}{\sin\xi_2 + \sin d_3 \cos\theta} =$$

$$\tan^{-1} \frac{\cos\xi_1 - \cos d_1}{\sin\xi_1 + \sin d_1 \cos(\pi - \theta - \alpha)} \quad (26)$$

由于实际的定位当中,定位精度与基站的几何分布、基线长度以及测量的距离都有关系,因此在这里只能假定在以上参数都为已知并且较为理想的情况下对定位误差进行分析估计。假设当3个基站的位置精确已知,其基线长度 d_1, d_3 ,两基线在主基站的球面方位角 β_1 与 β_3 以及角 α 都是确定值,并假定在一定的测量距离内即 ρ_1, ρ_3 为一定值,由式(24)与式(26)中的各参数关系可以看出,此时 P 的极坐标 (ρ_2, θ) 只与测距差 ξ_1, ξ_2 有关,在以上的假设条件下,通过计算可以分别得到目标点的极径与极角的误差量 $(\Delta\rho_2, \Delta\theta)$ 与测距差误差范围 $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ 的关系,即 $(\Delta\rho_2, \Delta\theta) \propto \Delta\xi_1, \Delta\xi_2$,见图7、图8。

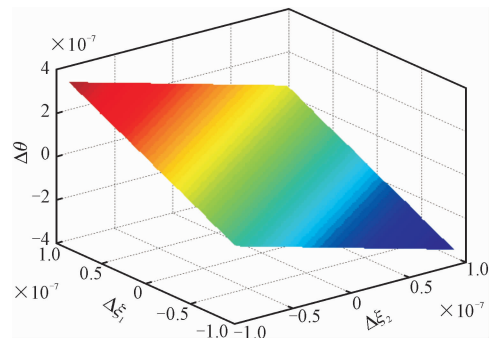


图7 $\Delta\theta$ 随 $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ 变化示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the changing of $\Delta\theta$ by $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$

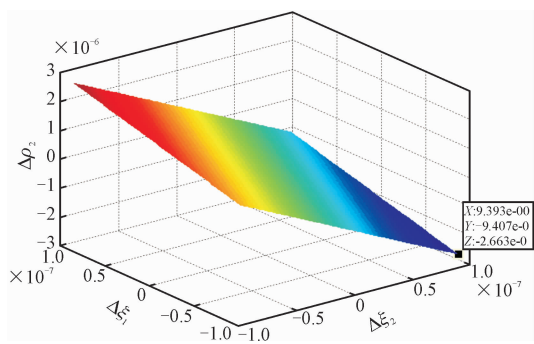


图 8 $\Delta\rho_2$ 随 $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ 变化示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the changing of $\Delta\rho_2$ by $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$

由图上可以看出,在一定范围内,误差量($\Delta\rho_2, \Delta\theta$)随着 $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ 的增加而增加,此时求得 $\Delta\xi_1, \Delta\xi_2$ 的范围,即可求出($\Delta\rho_2, \Delta\theta$)的范围。在 2.1 节中提到的现有的 AD 转换器的采样频率最高可达 2.5 GSPS 以上,但是此类超高频的转换器只能在特殊条件下进行一定目的的工作,因此,采用普遍适用于众多领域的转换器更加贴近实际。假设使用 500 MHz 采样频率的 AD 转换器对关联噪声进行处理,则此时的延迟时间测量误差范围可以取到 $\Delta t = 2$ ns。那么测距差的误差范围 $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2 = c\Delta t/R_c = 0.6 \text{ m}/R_c$,相应地就可以求得在此假设条件下目标点的定位误差范围。

$$\Delta\theta \in [-3.444\ 619\ 056\ 658\ 382\text{E}-7, 3.443\ 923\ 204\ 393\ 684\text{E}-7]$$

$$\Delta\rho_2 \in [-2.662\ 614\ 775\ 994\ 499\text{E}-6, 2.663\ 693\ 670\ 523\ 77\text{E}-6]$$

因此,可以得出在以上假设条件下,理论上的定位精度可以达到微米级,而如果在实际的定位应用中,大约 1 000 km 的测量范围,其定位精度可以达到米级。

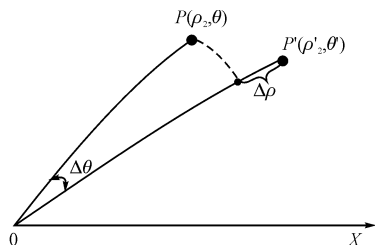


图 9 极坐标下定位误差示意图

Fig. 9 Schematic diagram of positioning error under the polar coordinate

3 结语

本文提出了一种基于连续变量纠缠信号和 Bell

态直接探测的量子定位方案。根据理论研究表明,在一定的条件下,测量的精度和纠缠光的压缩强度成正比,结合现有的实验数据,在双曲线定位原理的基础上,推导了基于球面三角理论的定位精度和定位误差范围估计算法,并在此基础上进行假设并对误差影响因子进行了分析,得到了一定假设下的定位误差范围。本方案重点研究测量光程差的误差对于定位精度的影响,而基站的几何分布,探测距离等因素对于定位精度的影响在此暂不深入讨论,在后续的研究中,通过优化参数估计算法等改进措施,将进一步考察各个参数对定位精度的影响,在此方面再进行系统分析。相比离散变量纠缠态的定位方法而言,该方案具有生成效率和探测效率高的优点,同时,相比使用平衡零拍探测,采用的 Bell 态直接探测法更加易于实现,探测过程更加简单直接,并且由于该探测方法适用于 2 束强度相当的纠缠光束,有利于在使用关联噪声估计时提高其有效性。初步的理论分析表明,该方案有一定的可行度,可以为连续变量纠缠态的应用发展以及量子导航定位方法提供新的思路和参考。

参考文献(References):

- [1] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MAOCCONE L. Quantum-Enhanced Positioning and Clock Synchronization [J]. Nature, 2001, 412 (6845): 417-419.
- [2] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MAOCCONE L. Quantum-Enhanced Beating the Standard Quantum Limit [J]. Science, 2004, 306 (5700): 1330-1336.
- [3] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MAOCCONE L. Positioning and Clock Synchronization Through Entanglement [J]. Phys Rev A, 2002, 65(2): 022309.
- [4] BAHDER T B. Quantum Positioning System [EB/OL]. Cornell, Tex: Cornell University Library 2004. arXiv: quant-ph/0406126.
- [5] HORODCCKI R, HORODCCKI P, HORODCCKI M. et al. Quantum Entanglement [J]. Rev Mod Phys, 2007, 81(2): 865-942.
- [6] BRAUNSTEIN S L, VAN LOOCK P. Quantum Information with Continuous Variables [J]. Rev Mod Phys, 2005, 77(2): 513-577.
- [7] 刘奎. 连续变量量子纠缠的产生和条件克隆 [D]. 太原: 山西大学, 2012. LIU K. Generation of Continuous Variable Quantum Entanglement and Conditional Cloning [D]. Taiyuan: Shanxi University, 2012. (in Chinese)
- [8] 王希, 陈树新, 吴德伟, 等. 双模压缩光量子测距方案 [J]. 光学学报, 2016, 36(7): 289-295. WANG X, CHEN S X, WU D W, et al. Two Mode

- Squeezed Light Quantum Ranging Scheme [J]. *Acta Optic Sin*, 2016, 36(7): 289-295. (in Chinese)
- [9] 孙恒信, 刘奎, 张俊香, 等. 基于压缩光的量子精密测量 [J]. *物理学报*, 2015, 64(23): 234-210. SUN H X, LIU K, ZHANG J X, et al, Quantum Precision Measurement Based on Squeezed light [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(23): 234-210. (in Chinese)
- [10] 张岩, 于旭东, 邸克, 等. 压缩态光场平衡零拍探测的位相锁定 [J]. *物理学报*, 2013, 62(8): 084204. ZHANG Y, YU X D, DI K, et al. Locking the Phase of Balanced Homodyne Detection System for Squeezed Light [J]. *Acta Phys Sin*, 2013, 62(8): 084204. (in Chinese)
- [11] ZHANG J, PENG K. Quantum Teleportation and Dense Coding by Means of Bright Amplitude-squeezed Light and Direct Measurement of a Bell State [J]. *Phys Rev A*, 2000, 62: 064302.
- [12] OU Z Y, PEREIRA S F, KIMBLE H J, et al. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables [J]. *Phys Rev Lett*, 1992, 68(25): 3663-3666.
- [13] VILLAR A S, CRUZ L S, CASSEMIRO K N, et al. Generation of Bright Two-color Continuous Variable Entanglement [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(24): 243603.
- [14] DURHUUS T, JOERGENSEN C, MIKKELSEN B, et al. All Optical Wave Length Conversion by SOA's in a Mach-Zehnder Configuration [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1994, 6(1): 53-55.
- [15] GLÜCKL O, ANDERSEN U L, LORENZ S, et al. Sub-Shot-Noise Phase Quadrature Measurement of Intense Light Beams [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(16): 1936-8.
- [16] HÉTET G, GLÖCKL O, PILYPAS K A, et al. Squeezed Light for Band Width Limited Atom Optics Experiments at the Rubidium D1line [J]. *Journal of Physics B Atomic Molecular & Optical Physics*, 2006, 40(1): 221-226.
- [17] 贾晓军, 段志园, 闫智辉. 连续变量纠缠增强对实验参量的依赖关系 [J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 227001. JIA X J, DUAN Z Y, YAN Z H. Dependence of Continuous Variable Entanglement Enhancement on Experimental Parameters [J]. *Acta Optic Sin*, 2013, 33(2): 227001. (in Chinese)
- [18] 申玉梅, 邓晓伟, 贾晓军. 连续变量量子纠缠增强的实验改进 [J]. *量子光学学报*, 2011, 17(2): 113-118. SHEN Y M, DENG X W, JIA X J. Improvement of Continuous Variable Entanglement Enhancement Experiment [J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2011, 17(2): 113-118. (in Chinese)
- [19] MARINO A M, POOSER R C, BOYER V, et al. Tunable Delay of Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement. [J]. *Nature*, 2009, 457(7231): 859-862.
- [20] 韩建娥, 微波光子信号处理的关键技术研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013. HAN J E. Study on Key Technologies of Microwave Photonic Signal Processing [J]. Xi'an: Xidian University, 2013. (in Chinese)
- [21] 刘宇宏, 郭学石, 刘楠楠, 等. 可分辨脉冲的时域平衡零拍探测系统 [C]//全国量子光学学术报告会报告. 2014. LIU H Y, GUO X S, LIU N N, et al, Optical Switching Using a Rotatable Optomechanical Structure Made of Zero-index Material [C]//Report of the National Academic Conference on Quantum Optics. 2014.

(编辑: 徐楠楠)