

## 改进的低复杂度 BP 译码算法

雷洪利<sup>1</sup>, 孙康宁<sup>2</sup>, 马林华<sup>2</sup>, 张 嵩<sup>2</sup>, 胡 星<sup>2</sup>, 关 璞<sup>3</sup>

(1. 西北工业大学,西安,710072;2. 空军工程大学航空航天工程学院,西安,710038;  
3. 94188 部队通信修理所,西安,710077)

**摘要** 基于对数似然比的 BP 译码算法与标准 BP 译码算法相比,降低了一定的运算量,但仍具有较高的计算复杂度,硬件实现时需要消耗较高的资源。针对此问题,提出了一种变量节点动态更新选择的对数似然比 BP 译码算法,根据每一次迭代后变量节点外信息的收敛情况及校验方程的满足情况,动态地选择置信度最低的部分节点参与更新,其他置信度较高的节点则不进行更新。仿真结果显示,该算法译码性能与对数似然比 BP 译码算法相比,在 0.5 码率,  $10^{-4}$  误码率时,1 024 码长有 0.1 dB 的性能损失,2 048 码长性能损失仅有 0.07 dB,但从第 4 次迭代开始归一化运算量至少降低了 50%。

**关键词** BP 译码;低密度奇偶校验码;复杂度;外信息;可靠度

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.02.011

**中图分类号** TN911.22 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)02-0053-05

### An Algorithm of the Improved Low-complexity BP Decoding

LEI Hongli<sup>1</sup>, SUN Kangning<sup>2</sup>, MA Linhua<sup>2</sup>, ZHANG Song<sup>2</sup>, HU Xing<sup>2</sup>, GUAN Ying<sup>3</sup>

(1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 3. Communication Workshop, Unit 94188, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Compared with the standard BP decoding, the BP decoding based on LLR reduces the computation burden, but is still complex. As a result, this may consume lots of hardware resources. To solve this problem, this article proposes an improved LLR-BP decoding algorithm with dynamic bit node selection. According to the recursion of extrinsic messages and the satisfaction of parity equation, the part of nodes whose belief is the lowest is selected dynamically to participate in next iteration and update their extrinsic message. At the same time, the other variable nodes don't need to update their extrinsic messages in next iteration. The simulation result shows that the loss of the performance of advanced algorithm in signal-to-noise is 0.1 dB and 0.07 dB compared with standard LLR-BP decoding algorithm, when the code-length is 1 024 and 2 048 at  $10^{-4}$  bit-error rate and at 0.5 code rate.

**Key words:** BP decoding; Low density parity check codes; complexity; extrinsic messages; reliability

收稿日期:2015-12-12

基金项目:综合业务网及关键技术国家重点实验室开放研究课题(INS-15-13)

作者简介:雷洪利(1970-),男,河南偃师人,副教授,博士生,主要从事信道编码研究.E-mail:fwt1950@163.com

**引用格式:**雷洪利,孙康宁,马林华,等.改进的低复杂度 BP 译码算法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(2):53-57. LEI Hongli, SUN Kangning, MA Linhua, et al. An Algorithm of the Improved Low-complexity BP Decoding[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(2): 53-57.

LDPC(Low-Density Parity Check)码由于其逼近香农限的优异性能,在信道编码领域引起了广泛关注<sup>[1-3]</sup>。其译码算法可大致分为2类:软判决译码和硬判决译码。软判决译码的纠错性能最好,对数似然比的置信度传播(LLR-BP)译码算法是一种经典软判决译码<sup>[4]</sup>。理论分析证明,如果LDPC码校验矩阵的Tanner图是无环的,则置信度传播译码算法可收敛于全部比特的后验概率,但由于软信息迭代过程中运算量较大,在实际通信系统中容易造成一定的通信延时。因此,在译码性能没有明显降低的条件下有效减少译码过程中的运算量显得尤为重要。

针对降低LDPC码译码复杂度问题,文献[5]提出一种强制收敛策略,采用预先设定收敛门限的方式减少译码运算量,虽然降低了一定的译码复杂度,但其门限的选择为固定值,对信噪比的变化较为敏感,在实际环境中应用受限。文献[6]采用整数量化的方法减少译码过程中的浮点运算量,以此达到提高译码速度的目的,但却造成了一定的性能退化。文献[7-8]提出了一种分层译码算法,提高了译码算法的收敛速度,减少了迭代次数,从而降低了运算量,但该算法只适用于QC-LDPC码,且要针对码字结构单独设计,不具有普适性。文献[9]针对比特翻转译码,提出了一种提前停止迭代准则,在保证译码性能的前提下进一步降低了译码复杂的。

## 1 标准LLR-BP算法

在实际的LDPC解码硬件实现方案中,多采用基于似然比的方法<sup>[10-11]</sup>,下面给出LLR-BP算法的一般描述。

**初始化:**设译码最大迭代次数为 $I_{\max}$ ,当前迭代次数为 $i$ ,码长为 $N$ ,校验位长度为 $M$ 。

### Step1 译码初始化。

计算接收到的软信息 $y_n$ 的对数似然比测度,根据信道信噪比可得信号噪声方差 $\sigma^2$ ,则变量节点传向校验节点的初始消息:

$$L(Q_n^{(0)}) = \frac{2y_n}{\sigma^2} \quad (1)$$

For  $i = 1 : I_{\max}$

### Step2 校验节点更新。

每个校验节点 $c_m$ 收集与之相连的所有变量节点 $v_n$ 的初始化消息 $Q_{m,n}^{(i)}$ ,根据除去 $n$ 以外的、其他所有连接到校验节点 $c_m$ 的变量节点数据,反馈信息给变量节点 $v_n$ :

$$L(R_{m,n}^{(i)}) = 2 \tanh^{-1} \left( \prod_{n' \in N_c(m) \setminus n} \tanh \left( \frac{1}{2} L(Q_{m,n'}^{(i-1)}) \right) \right) \quad (2)$$

式中:  $\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 。

### Step3 变量节点更新。

根据初始消息和校验消息的反馈消息,计算出变量节点 $v_n$ 发往校验节点 $c_m$ 的LLR信息为:

$$L(Q_{m,n}^{(i)}) = L(Q_n^{(0)}) + \sum_{m' \in N_v(n) \setminus m} L(R_{m',n}^{(i)}) \quad (3)$$

与计算校验节点相似,从变量节点传出的信息 $Q_{i,j}^{(i)}$ 为初始信息与不与该变量节点相连的校验节点的信息的和。

### Step4 迭代停止判决。

由变量节点初始信息 $Q_j^{(0)}$ 以及校验节点返回给变量节点的信息 $L(R_{i,j}^{(i)})$ 可以计算得到变量节点的硬判决信息为:

$$L(Q_j) = L(Q_j^{(0)}) + \sum_{i \in N_v(j)} L(R_{i,j}^{(i)}) \quad (4)$$

对于 $Q_j$ 进行硬判决:

$$\bar{x}_j = \begin{cases} 1 & , L(Q_j) \leq 0 \\ 0 & , L(Q_j) > 0 \end{cases} \quad (5)$$

硬判决之后,得到译出的码字 $\bar{x}_n$ 如下:

$$\bar{x}_n = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6)$$

判决之后对译出的码字 $\bar{x}_n$ 进行校验,检查是否译码正确。如果 $\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{x}}_n^T = 0$ 则说明译码结果正确,迭代结束;否则,进行下一次迭代,直到满足最大迭代次数。

## 2 变量节点外信息可靠度分析

在传统对数似然比译码算法中,在每次译码迭代过程中都要对全部的比特节点进行更新,即使该比特节点的后验信息的置信度已经较为可靠,算法仍然需要对该节点进行消息更新,这就造成了一定的冗余计算量,提高了算法的复杂度<sup>[12-16]</sup>。本文提出了变量节点动态更新选择算法,动态地选择那些可靠度较低的节点参与更新,可靠度较高的节点不参与更新,其置信度依然采用上次迭代结束后的更新值。此算法首先需要对变量节点的可靠性进行度量,以此将节点分为需要更新和不需要更新2大类。

在LLR-BP译码中,变量节点外信息的对数似然比为:

$$L(x) = \ln \frac{P(x = +1)}{P(x = -1)} \quad (7)$$

由此,比特节点置信度可表示为:

$$P(x = \pm 1) = \frac{\exp(\pm L(x)/2)}{\exp(+L(x)/2) + \exp(-L(x)/2)} \quad (8)$$

设  $L_n$  表示第  $n$  个变量节点的对数似然比。

$$L_n = \text{sgn}(L_n) |L_n| \quad (9)$$

根据  $L_n$  的正负,可得出硬判决的结果,幅值代表着可靠度。 $|L_n|$  越大,判决可信度越强。

### 3 更新比例因子的确定

本文发现 LDPC 码译码过程中,随着迭代次数的增加,一次迭代所纠正的错误比特数逐渐减少。选取 AWGN 信道信噪比为 1.5 dB 时,1 000 帧 LDPC 编码序列为仿真对象,统计其译码过程中每一次迭代所纠正的错误比特占全部错误比特比重的平均值,见图 1。

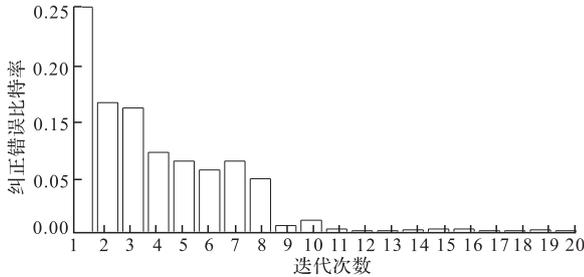


图 1 纠正的错误比特数量所占的比重

Fig.1 The Ratio of corrected error-bits counting for all bits

可见,大多数的错误比特在前几次迭代过程中已经被纠正。传统采用“洪泛”机制<sup>[17]</sup>的 LLR-BP 在更新时不论变量节点是否可靠,均要参与更新,造成了计算量的浪费。因此需据此动态地调整需要更新的变量节点的集合,这样可以很大程度上节省运算量。

在 1.5 dB、2 dB 信噪比下,统计错误方程个数和错误比特个数随迭代次数的增加的变化趋势见图 2、3。

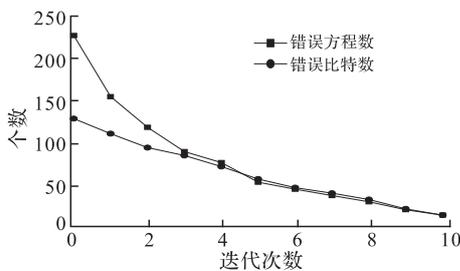


图 2 1.5 dB 时错误方程个数和错误比特个数变化趋势

Fig.2 The ratio of corrected error-bits counting for all bits with the SNR of 1.5 dB

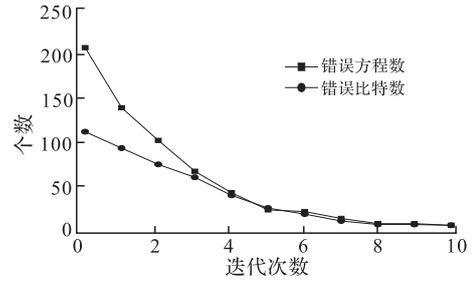


图 3 2 dB 时错误方程个数和错误比特个数变化趋势

Fig.3 The ratio of corrected error-bits counting for all bits with the SNR of 2 dB

可见,在一次译码中,错误方程个数和错误比特个数具有很强的相关性。经过大量仿真,本文发现错误方程数与错误比特数之比几乎全部处于  $[0.5, 2]$  的范围内,其中大多数处于  $[1, 2]$  范围内。因此在译码段根据错误方程数 count,可知错误比特数的上限为  $2\text{count}$ ,以此确定下次迭代中需要更新的变量节点所占变量节点总数的比例  $\alpha = 2\text{count}/N$ ,即更新比例因子, $N$  为编码码长。

### 4 改进的 BP 译码算法

通过在每次迭代过程中对所有变量节点的外信息可靠度进行排序,只选取可靠度低的那部分变量节点参与更新,以达到减少译码算法运算量的目的。

设更新比例因子为  $\alpha$ ,码长为  $N$ ,校验位长度为  $M$ 。集合  $A$  代表外信息置信度最低的  $\lfloor \alpha N \rfloor$  个变量节点的集合。

该算法与标准 LLR-BP 译码的不同点是:

在第 1 次迭代完成之后的判决阶段,对译出的码字  $\bar{x}_n$  进行校验,检查是否译码正确。如果  $H \cdot \bar{x}_n^T = 0$  则说明译码结果正确,迭代结束;否则记录非法校验方程数量 count,得出此时错误比特的实验上限为  $2\text{count}$ ,为保证全部错误节点均参与更新,令  $\alpha = 2\text{count}/N + 0.1$ 。

非法校验方程个数计算方法为:

设 LDPC 码的校验矩阵为  $H$ ,生成矩阵为  $G$ ,正确译码的码字为  $t$ ,满足  $(Ht) \bmod 2 = 0$ 。

当原始数据  $s$  经过编码后,通过 AWGN 信道,叠加噪声为  $n$ ,在译码端接收到的数据为  $r = (G^T s + n) \bmod 2$ ,则:

$$\begin{aligned} (Hr) \bmod 2 &= [H(G^T s + n)] \bmod 2 = \\ [H(t + n) \bmod 2] \bmod 2 &= [Hn] \bmod 2 = Z \end{aligned} \quad (10)$$

$Z$  中的非零元素代表着非法校验方程。

根据变量节点 LLR 信息,从软信息可靠度的角度对变量节点的外信息置信度由小到大进行排序,

取前  $\lfloor \alpha N \rfloor$  个。

$$A = [\text{sort}(L(Q_{m,n}^l))](1: \lfloor \alpha N \rfloor), n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

集合  $A$  中的变量节点在下次迭代中参与更新,不在集合  $A$  中的变量节点在下次迭代中不进行更新,保持当前外信息不变。

### 5 仿真结果及分析

在 AWGN 信道下,以码长为 1 024、2 048,码率为 0.5 的 (3, 6) 规则 LDPC 码为例,采用 BPSK 调制,利用改进的低复杂度 LLR-BP 译码,最大迭代 30 次,对其译码性能进行仿真,并与标准 LLR-BP 译码的性能比较。仿真结果见图 4。

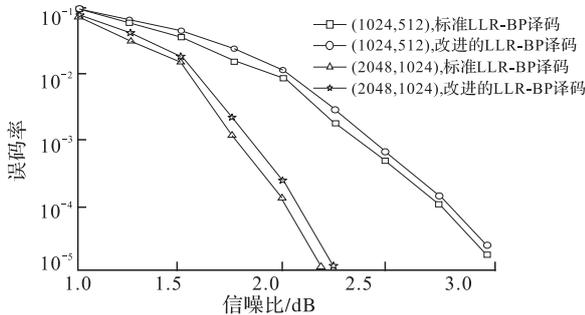


图4 提出的算法与标准算法性能比较

Fig.4 The performance comparison between the proposed algorithm and standard algorithm

由仿真性能可见,本文提出的算法性能与标准 LLR-BP 译码基本一致。1024 码长,0.5 码率时,在  $10^{-4}$  误码率的性能损失仅有 0.1 dB;2 048 码长,0.5 码率时,在  $10^{-4}$  误码率的性能损失仅有 0.07 dB。就译码复杂度而言,单次更新迭代在变量节点更新阶段,可节约  $2\alpha d_v N$  次加法运算;在校验节点更新阶段,可节约  $2\alpha d_c M$  次乘法运算、 $\alpha d_c M$  次双曲正切运算以及  $\alpha d_c M$  次逆双曲正切运算,  $\alpha$  为动态变量。选取 1 000 组数据,计算在改进算法中译码过程中前 10 次迭代中的运算量,并与标准 LLR-BP 译码算法运算量做归一化比较,见图 5。

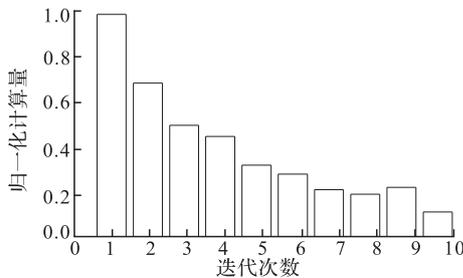


图5 提出的算法与标准算法计算量比较

Fig.5 The computation burden comparison between the proposed algorithm and standard algorithm

可见,在前 10 次迭代中改进的 BP 译码算法的

计算量较标准 LLR-BP 译码算法有明显降低。

此外,本文统计了 (1 024, 512) LDPC 码在 1.5 dB 下 2 种译码算法下的平均迭代次数,样本空间为 1 000 个码组。改进的译码算法平均迭代次数为 8.12 次,标准 LLR-BP 算法为 8.03 次,无明显差别。

因此,本算法在平均迭代次数相近的情况下,有效降低了计算量,译码性能与标准算法相近。

### 6 结语

本文提出了一种低复杂度的 LDPC 码译码改进算法,利用该算法可动态地更改下一次迭代中需要参与更新的变量节点的集合,以降低迭代中的计算量,并获得了与标准 LLR-BP 算法相近的译码性能,可减少译码时间引起的通信延时。

#### 参考文献(References):

[1] GALLAGER R G. Low Density Parity-Check Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1):21-28.

[2] MACKEY D J C. Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999(45): 399-431.

[3] HUANG Ke-chao, MITCHELL, D G M, WEI Lai, et al. Performance Comparison of LDPC Block and Spatially Coupled Codes Over GF (q) [J]. IEEE Transactions on Communication, 2015, 63(3): 592-604.

[4] RICHARDSON T J, SHOKROLLAHI M A, URBANKE R. Design of Capacity-Approaching Irregular Low-Density Parity-Check Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 619-637.

[5] ERHESTO Z, WOLFGANG R, GERHARD F. Forced Convergence Decoding of LDPC Codes: EXIT Chart Analysis and Combination with Node Complexity Reduction Techniques [C]//International symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC). Hong Kong: IEEE, 2004: 753-759

[6] 野晓东, 马林华, 王卫民, 等. 基于整数运算的 LDPC 码最小和译码算法 [J]. 通信学报, 2010, 31(6): 934-938.

YE Xiaodong, MA Linhua, WANG Weimin, et al. Min-sum Decoding Algorithm for LDPC Codes Based on Integer Operation [J]. Journal of Communication, 2010, 31(6): 934-938. (in Chinese)

- [7] YI F L, WANG P J. Low Complexity Decoding Algorithm of QC-LDPC Codes [C]// IEEE Asia-Pacific Services Computing Conference. Shanghai: IEEE, 2010: 531-534.
- [8] WANG Y, ZHANG J, FOSSORIER M. Reduced Complexity Column Layered Decoding and Implementation for LDPC Codes [J]. IET Communications 2011, 5(2): 2177-2186.
- [9] 张高远, 周亮, 文红. LDPC码加权比特翻转译码算法的低复杂度提前停止准则[J]. 电子与信息学报, 2014, 12(3): 117-122.  
ZHANG Gaoyuan, ZHOU Liang, WEN Hong. Low Complexity Early Stopping Criterion for Weighted Bit Flipping Decoding of LDPC Codes[J]. Journal of Electronic and Information Technology, 2014, 12(3): 117-122. (in Chinese)
- [10] 乔华, 管武, 董明科, 等. LDPC码高速译码器的设计与实现[J]. 北京大学学报: 自然科学版, 2008, 44(3): 347-352.  
QIAO Hua, GUAN Wu, DONG Mingke, et al. Design and Implementation of LDPC Decoder with High Throughput[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 2008, 44(3): 347-352. (in Chinese)
- [11] CHEN X C, KANG J Y, LIN S, et al. Memory System Optimization for FPGA - Based Implementation of Quasi-Cyclic LDPC Codes Decoders[J]. IEEE Transactions on Circuits and System, 2011, 58(1): 98-111.
- [12] 郭锐, 刘济林. LDPC码的一种低复杂度BP译码算法[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2008, 42(3): 450-455.  
GUO Rui, LIU Jilin. New Low Complexity Belief Propagation Decoding of Low Density Parity Check Codes[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2008, 42(3): 450-455. (in Chinese)
- [13] 冷蛟锋, 郝士琦, 吕旭光, 等. 一种改进的无线光通信LDPC码译码算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(8): 31-37.  
LENG Jiaofeng, HAO Shiqi, LÜ Xuguang, et al. Modified Decoding Algorithm of LDPC Codes for Wireless Optical Communication[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(8): 31-37. (in Chinese)
- [14] GONG Yi, LIU Xingcheng, HAN Guojun, et al. Informed Shuffled Belief-Propagation Decoding for Low-Density Parity-Check Codes [J]. IET Communications, 2015, 9(18): 2259-2266.
- [15] ASIAM C A, YONG Lianguan, CAI Kui. Improved the Belief-Propagation Convergence of Irregular LDPC Codes Using Column-Weight Based Scheduling [J]. IEEE Communication Letters, 2015, 19(8): 1283-1286.
- [16] 孙斌, 王钢, 杨文超, 等. 一种改进型LLR-BP算法的LDPC译码研究[J]. 无线电工程, 2015, 45(3): 4-7.  
SUN Bin, WANG Gang, YANG Wenchao, et al. A New Modified LLR BP Algorithm Research for LDPC Decoders[J]. Radio Engineering, 2015, 45(3): 4-7. (in Chinese)
- [17] 苏凌杰, 何明华, 杨艇, 等. 基于DTMB标准的新型LDPC译码器实现[J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2010, 38(2): 231-241.  
SU Lingjie, HE Minghua, YANG Ting, et al. Implementation of a New LDPC Decoder Based on DTMB [J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition, 2010, 38(2): 231-241. (in Chinese)

(编辑: 姚树峰)