

多自适应波束天线节点的最优组网拓扑控制

王锦江¹, 任宝祥¹, 续志明²

(1.空军工程大学科研部,陕西西安,710051;2.空军工程大学理学院,陕西西安,710051)

摘要 自适应波束天线由于其发射接收具有强指向性的特点,其网络拓扑控制问题、方法与全向天线存在较大不同。针对节点安装有多个空间均匀分布的自适应波束天线进行组网通信时的拓扑优化控制问题,建立了自适应波束天线和网络节点通信的数学模型;对拓扑优化控制的问题进行了分析,其问题本质是对节点安装的多部天线进行最优化链路分配。以网络通信质量的量化计算作为目标函数,提出了一种基于0-1规划的拓扑控制优化模型,并对网络连通性进行了分析,给出了两节点连通以及整个网络连通的充要判决条件。最后给出了2种不同节点数情况下的仿真计算结果,并通过穷举法验证了模型计算结果的正确性。

关键词 拓扑控制;定向天线;自适应波束

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.01.014

中图分类号 TP393.03 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)01-0062-05

Optimum Topology Control for Nodes with Multiple Steered Beam Antennas

WANG Jin-jiang¹, REN Bao-xiang¹, XU Zhi-ming²

(1.Department of Science Research, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2.Science College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Adaptive beam antenna has the characteristics of the strong direction in transmitting and receiving. Its topology control problem and methods are different from non-directional antenna in wireless networks. To solve the topology optimizing problem based on network nodes installed multiple adaptive beam antenna by spatial uniform distribution, an antenna model and a node communication model are established, and then the optimized topology control problem is analyzed. The key problem is to decide antenna assignment to achieve the best network communication quality. Based on this, a model of 0-1 programming is proposed for maximum network communication quality, then the connectivity of two nodes and the network connectivity are analyzed. Finally, the experiments of different node numbers are given, and the correctnesses of the results are validated by an enumerable method.

Key words: topology control; directional antenna; steered beam

定向天线能够集中发射能量,其辐射波束在空间覆盖区域较小,故能在很大程度上减少区域内邻近节点之间的干扰,提高了网络的空间复用度;同时能在需要的方向上产生高增益,可增大传输距离和数据率,增强链路的鲁棒性,减少相同传输距离下的

节点功耗。故使用定向天线能够大大的提高整个网络的数据吞吐量^[1]。

对于单节点安装多部定向波束天线的拓扑控制问题尚未见相关文献,目前的研究多基于单节点安装一部可全方位控制波束指向的天线的情况。如龙

收稿日期:2013-05-15

作者简介:王锦江(1980—),男,陕西富平人,讲师,博士,主要从事航空集群技术研究.E-mail:wjjemail@126.com

引用格式:王锦江,任宝祥,续志明.多自适应波束天线节点的最优组网拓扑控制[J].空军工程大学学报:自然科学版,2015,16(1):62-66. WANG Jinjiang REN Baoxiang XU Zhiming. Optimum Topology Control for Nodes with Multiple Steered Beam Antennas[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(1): 62-66.

飞等提出了 1 种 Ant TRACE 蚂蚁算法^[2]。李晓鸿等讨论了自组网高概率连通的关键传输半径和邻居数问题^[3-4],并给出了 1 种拓扑控制算法,该算法通过计算每个节点的波束覆盖方向和覆盖半径,使整个网络以大概率保持连通。Qin Liu 等人对基于定向天线的网络中节点的互联网接入效率进行了研究^[5],将网络中的节点分为可直接连接互联网的路由节点和需通过路由节点才能接入互联网的普通节点 2 类,通过调整每个路由节点的连通节点来使得整个网络的对外流量达到均衡,使得接入效率最大化。但其假定每个节点仅有 1 个天线(波束),波束能够在 360°范围内任意指向,假定天线能够在较大的旁瓣范围内接收通信信号,不适用本文节点模型;Hu Yu-zhuang 等对每个节点天线覆盖角度一定的情况下网络连通性进行了讨论^[6]。Kumar Umesh 等针对单个节点天线(波束)数量一定且各波束角度可任意调整的情况下,给出了一种拓扑控制算法使得网络点到点的吞吐率达到最大化。刘军等提出了一种 K-DRNG 自组织算法^[7]等。

1 模型

1.1 天线模型

平面相控阵天线的接收功率 P_r 与发射功率 P_t 、发射增益 G_t 、接收增益 G_r 、辐射波长 γ 以及通信距离 R 有关,即:

$$P_r = P_t G_t G_r \lambda^2 / (4\pi R)^2 \quad (1)$$

为了尽可能降低发射功率、提高通信距离,应使两天线的主瓣偏移至相互指向对方以获得最大的功率增益,对于平面相控阵天线而言,接收增益和发射增益与离轴角 φ (主瓣波束的方向与平面阵法线方向的空间夹角)有关,以 $G_r(\varphi)$ 和 $G_t(\varphi)$ 表示。对于平面相控阵天线而言,有 $G(\varphi) = G(0)\cos(\varphi)$,发射或接收增益随着离轴角的增大而减小。此时天线 i 与天线 j 通信时的信道总增益(以 dB 数计)为:

$$G_{ij} = 10 \lg \frac{P_r}{P_t} = 10 \lg \frac{\lambda^2}{16\pi^2} \frac{G_t(\varphi_i)G_r(\varphi_j)}{R_{ij}^2} \quad (2)$$

式中: φ_i 和 φ_j 分别为 2 部天线主瓣波束相对时天线 i 与天线 j 的波束离轴角; R_{ij} 为天线 i 与天线 j 的空间距离。

由式(2)可知,波束离轴角越大,增益越小。为简化计算及控制,一般会给定一个最大波束离轴角 φ_{\max} ,认为当波束离轴角大于 φ_{\max} 时天线由于增益太低而无法保证通信。同时,根据系统设计指标存在一个最远通信距离 R_{\max} 当, $R_{ij} > \varphi_{\max}$ 时,2 部天线不能进行通信。此时,天线的可通信区域近似为

一个扇形,见图 1(a)。

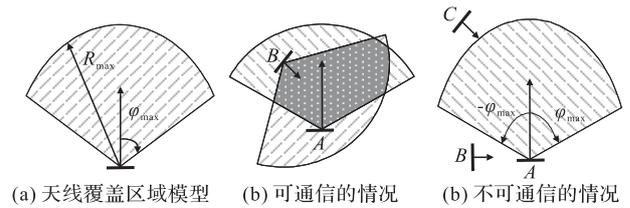


图 1 定向天线可通信范围模型

Fig.1 Directional antenna communication model

本文假定每个天线的波束宽度和最远通信距离 R_{\max} 均相同且保持不变,波束离轴角 φ 在 $[0, \varphi_{\max}]$ 之间连续变化。当 2 个天线进行通信时,双方都必须位于对方的通信覆盖扇形区域内。见图 1(b)。图 1(c)中的 A 与 B、A 与 C 则无法通信。2 个天线能够通信的充要条件为:

$$\begin{cases} R_{ij} = R_{ji} \leq R_{\max} \\ \varphi_i \in [0, \varphi_{\max}] \\ \varphi_j \in [0, \varphi_{\max}] \end{cases} \quad (3)$$

为方便描述的一致性,当 2 个天线不可通信时,定义 $G_{ij} = -\infty$ 。同时,假定当 2 个天线进行通信时,其双方通过调整各自的主瓣指向使得二者主瓣相对,且不考虑波束空间覆盖所导致的干涉问题。

1.2 节点模型

本问题中的节点是姿态各不相同的,而天线物理法线方向相对节点姿态固定。为了保证其在位置和姿态改变中能够持续进行通信,需要在节点上安装多部天线以形成对空间全部角度范围的覆盖。本文设定 $\varphi_{\max} = 60^\circ$ 。此时需要 6 个天线才能实现对三维空间的全覆盖。此时在选择合适天线的条件下,每个天线所需的最大离轴角为 $\tan^{-1}(1/\sqrt{3})$,约为 54.7° 。本文中节点的天线的分布如图 2(a)所示,其中 $A_1 \sim A_6$ 为天线 1~6 的轴向法线方向,C 为节点物理前后轴的前向。在二维的情况下,其节点天线分布如图 2(b)所示。一般的,由于节点自身大小远小于通信距离,故其各个天线的安装位置差异在计算中可忽略,可认为其轴线均相交于质心,即图 2(c)的二维节点模型。本文假定网络中所有的节点的 antenna 安装配置均为图 2 给出中的配置方式。

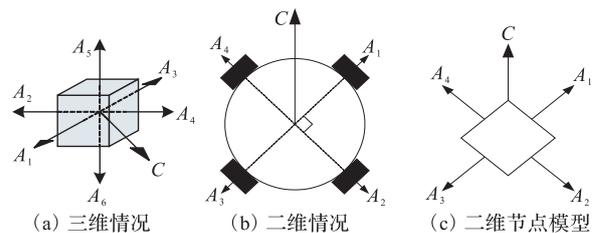


图 2 节点模型

Fig.2 Node model

2 拓扑优化建模

2.1 拓扑控制问题分析

一般网络拓扑是反映各个节点之间的连通情况,而本文的网络拓扑问题不仅要确定节点的连通特性,还要确定对于网络拓扑的每一条边(即一个信道)的天线使用分配情况,即信道的通信双方各自使用自身安装的哪个天线与对方通信,这在单天线节点组网时是不用考虑的。不同的拓扑控制方案决定网络中每个信道的通信质量,最终决定网络的总通信性能。

对于1组节点集合 V ,选择不同的拓扑边集合 E 构成拓扑 $\mathbb{G}(V, E)$,其中拓扑的边是由分配这条边所连接的2个节点各自的1个天线构成。设节点 a 和节点 b 是拓扑边 E 所连接的2个节点,则拓扑边 e_i 定义为:

$$e_i = v_{ai}, v_{bj} \in E_{\text{all}} \quad (4)$$

式中: v_{ai} 和 v_{bj} 分别表示节点 a 的天线 i 和节点 b 的天线 j 构成的一个“天线对”。易知 v_{ai} 和 v_{bj} 应满足式(3)给出的可通信条件,称为“可通天线对”。网络中所有能够互通的天线对之间构成的集合即为可通天线对全集 E_{all} 。拓扑控制问题不仅要确定拓扑边集合 E (即确定 a, b),还要确定相应天线分配情况(即 i, j)。

显而易见,尽量分配数量更多以及信道增益较大(考虑式(2)给出的信道增益影响因素)的可通天线构成信道,可使得网络中构成更多数量、更好质量的信道,从而使得网络的总通信性能更好。同时,拓扑控制亦需满足一些实际的约束条件,如:同一节点的多个天线之间不能分配形成信道、同一节点的同一天线只能与其他1个节点的1个天线构成信道,2个节点之间只需要存在1条信道,等等。因此,考虑在节点的数量、位置和姿态固定,即集合 V 一定,则此时问题即转化为如下最优化问题:在所有“可通天线对”的集合中选择1个子集 E 构成网络拓扑控制方案 $\mathbb{G}(V, E)$,在满足拓扑控制约束条件的情况下,使得网络总性能最大化。

2.2 拓扑计算优化模型

考虑在物理层性能(如发射功率、接收灵敏度、编码和调制方式等)相同的情况下,拓扑对网络性能的影响表现在“天线对”的选择是否能带来最大信道增益和更多的通信信道。因此,优化问题就是基于全网的视角考虑,如何分配最优“天线对”子集,能够使得网络中的总通信性能达到最好。

根据上述分析,采用如下方法度量总通信性能:对于给定的拓扑 $\mathbb{G}(V, E)$,网络效能 $Q_{NE}(\mathbb{G})$ 为:

$$Q_{NE}(\mathbb{G}) = \sum_{e_i \in E} Q(e_i) = \sum_{a, i, b, j} S_{aibj} G_{aibj} \quad (5)$$

式中: $e_i \in E$ 表示拓扑 $\mathbb{G}(V, E)$ 中的所有边; $Q(e_i)$ 为拓扑边 e_i 的通信性能,由 e_i 所表示的通信链路的相对信道增益 G_{aibj} 来度量:

$$G_{aibj} = G_{aibj} - G_{\min} \quad (6)$$

式中: G_{\min} 为通信系统设计最低可通信增益,当信道增益低于此值时将无法通信。式(5)中 S_{aibj} 为“天线对”选择变量,时 $e_i = \langle v_{ai}, v_{bj} \rangle \in E$ 时 $S_{aibj} = 1$,否则 $S_{aibj} = 0$ 。

直观来看,首先应使得节点尽可能的使用多个天线与其它节点进行通信,即令尽可能多的 $S_{aibj} = 1$;还要尽可能的选择距离短、波束离轴角小的节点进行通信以保证链路增益。同时对于最优子集 E 的选择,应满足以下约束条件:① E 中所有的元素所代表的“天线对”必须是可通的;②同一节点上的各个天线不构成信道;③每个天线只能唯一存在于一个拓扑边中;④每2个节点之间仅保持1条链路。

此时该问题就归结为如下的数学优化问题:在满足一定约束条件的情况下,对于由安装于各个节点的所有天线所构成的“天线对”全集中,选择一个最优子集 $E = \{e_i\}$,构成网络拓扑 $\mathbb{G}(V, E)$,并使得由拓扑 \mathbb{G} 所对应的网络效能 $Q_{NE}(\mathbb{G})$ 达到最大化。通过引入选择变量 S_{aibj} ,最优“天线对”子集 E 的选择就转化为对所有选择变量 S_{aibj} 的求值,即:若选择某“天线对”构成拓扑边,则其对应的 S_{aibj} 为1,否则为0。至此,该问题已经归结为如下“0-1规划”问题:

$$\begin{aligned} \max Q_{NE}(\mathbb{G}) &= \sum_{e_i \in E} \tilde{Q}(e_i) = \sum_{a, i, b, j} S_{aibj} G_{aibj} \mathbf{s} \cdot \mathbf{G}^T \\ \text{s.t.} & \\ S_{aibj} &= 0, \forall G_{aibj} = -\infty \\ \sum_{b, j} S_{aibj} + \sum_{b, j} S_{aibj} &\leq 1, \forall a, i \\ \sum_{i, j} S_{aibj} + \sum_{i, j} S_{aibj} &\leq 1, \forall a, b \\ S_{aibj} &\in \{0, 1\}, \forall a, i, b, j \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\tilde{Q}(e_i) = [Q(e_i) - \max Q(e_i)] \cdot [\max Q(e_i) - \min Q(e_i)]^{-1}$,为 $Q(e_i)$ 的归一化值; \mathbf{s} 为将所有的“天线对”选择变量 S_{aibj} 顺序堆入所形成的行向量; \mathbf{G}^T 为将所有的“天线对”所对应的信道总增益顺序堆入所形成的行向量。此处设 N 为节点数, M 为每个节点安装的天线数。

3 模型分析及求解

3.1 网络连通性分析

与全向天线不同,本文节点的连通性不只与节点之间的物理距离有关,还与节点的朝向和天线分配情况有关,因此有必要对本文模型中的网络连通性进行讨论分析。

定义: 对于一个无向网络拓扑 $G(V, C)$, 以 $d(v_i)$ 表示节点 v_i 的度, 当 $d(v_i) = 0$ 时, 该节点为孤立节点。当 1 个网络中不存在孤立节点时, 该网络是连通的。

命题 1 本文的节点模型中, 2 个节点 v_1 和 v_2 可进行通信的充要条件是 $R_{12} \leq R_{\max}$, 其中 R_{12} 是 2 个节点之间的距离, R_{\max} 是系统最远通信距离。

证明: 根据本文设定的节点模型, 由于节点配置的天线能够在方向上覆盖全部的空间, 故节点 v_1 和 v_2 之间的空间距离小于最大通信距离 R_{\max} 时, 必然能找到 2 个分别位于 2 个节点上的 2 个天线满足可通信条件。

命题 2 以本文的节点模型构成的网络, 其网络连通的一个充要条件为: 使得 $\forall v_i \in V, \exists v_k \in V$, 使得 $R_{ik} \leq R_{\max}$ 。

证明: 必要性: 若网络连通, 则 V 中的任意节点 v_i , 拓扑 G 中必存在边 $e_i \in E$, 根据两节点间可通信的条件可知, 有 $R_{ik} \leq R_{\max}$;

充分性: 当节点数 $N = 2$ 时, 若 $R_{12} \leq R_{\max}$, 根据定理 1, 二者可通, 则此时网络是连通的; 假设节点数 $N = k$ 网络连通, 当新增加 1 个节点 v_{k+1} 时, 取与 v_{k+1} 距离最近 $v_l \in V$, 则必有 $R_{ek} \leq R_{\max}$, 若 v_l 节点中与 v_{k+1} 可通信的天线空闲, 则可使用此空闲天线与 v_{k+1} 连接, 网络连通; 若 v_l 节点中与 v_{k+1} 可通信的天线已被其与其它节点连通占用 (令该节点为 v_n), 则必可建立从 v_l 到 v_{k+1} 及 v_n 到的通信链路, 使得网络保持连通。综上所述, 有 $\forall v_i \in V, \exists v_k \in V$, 使得 $R_{ik} \leq R_{\max}$ 时, 网络可保证连通。

命题 1 的结论表明不考虑天线分配占用问题时, 2 个节点之间的连通性只与最大通信距离有关。

命题 2 的结论表明, 在本文天线和节点模型组网中, 只要所有节点之间处于通信最大距离范围内, 一定存在使得网络连通的拓扑。

3.2 模型求解算法

该问题属于目标函数及约束条件均为线性的整数规划模型。该问题是一个 NP 完全问题, 通常采用隐枚举法 (如分支定界法) 进行求解, 文献 [8] 也给出了一种基于旋转正交的解法。

模型求解时可考虑根据具体问题进行目标变量的约减。设目标变量的数量 N_{var} , 考虑本文中的拓扑为无向图, 即 $S_{aibj} = S_{ajibj}, \forall a, i, b, j$, 约减后 $N_{\text{var}} = M^2 C_N^2$, 其中 M 为每个节点的天线数。再考虑以下 2 个约束条件: ① 对于所有不可通信的天线对, 有 $S_{aibj} = 0$, 即约束条件 1; ② 同一个节点中的各个天线之间不通信, 即约束条件 2。

上述约束条件均可在模型求解前的预处理中可直接赋值, 即等效为目标变量的删减。此外由于天线空间覆盖的原因, 在任一给定时刻, 任意 2 个节点间并非全部 M 个天线均可通信, 如 1.1 节给出的天

线安装方案中二维情况下单个节点最多有 2 个天线可与同一节点通信, 故实际有效的目标变量数满足为: $M_{\text{var}} < \alpha^2 C_N^2, \alpha = 2$ 。同理, 三维情况下 $\alpha = 3$ 。

节点数较多且成均匀分布时, 考虑其 2 节点之间可通信的“天线对”数量的数学期望 $E(\alpha^2)$, 此时模型中的有效目标变量数的概率平均值 $N_{\text{var}} = \overline{\beta} C_N^2$, 其值反应了概率平均意义下该问题的计算规模。二维情况时, 节点的空间覆盖区域中有 240° 的单天线覆盖区域及 120° 的双天线覆盖区域, 即单天线覆盖与双天线覆盖的概率分别为 $2/3$ 与 $1/3$ 。因此, 对于 2 个节点来说, 其可通信“天线对”数的概率平均值为:

$$E(\alpha^2) = 2/3 \times 2/3 \times 1 + 1/3 \times 2/3 \times 2 + 2/3 \times 1/3 \times 2 + 1/3 \times 1/3 \times 4 = 16/9$$

故 $\overline{N}_{\text{var}} = 4/3 C_N^2$ 。而三维情况下解析计算较为复杂, 通过 Monte Carlo 方法计算得到 $E(\alpha^2) = 3.70832$ 。

4 仿真分析

本文所给出的模型以可通信“天线对”作为目标变量进行优化计算, 其模型与计算方法在二维与三维情况下是相同的。为描述方便, 本文以二维情况为例进行仿真, 并通过图形化的方式给出计算结果。

节点模型为节中图 2(c) 给出的二维模型, 仿真参数 $R_{\max} = 100 \text{ km}, \varphi_{\max} = 60^\circ$ 。4 个仿真结果的节点分布范围分别 $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}, 200 \text{ km} \times 200 \text{ km}$, 节点个数分别为 6 和 24 的情况下网络的拓扑计算方案。

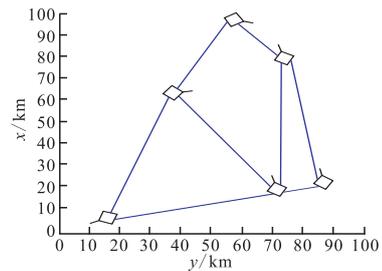


图 3 范围 $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$, 节点数 6
Fig.3 Range $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$, 6 Nodes

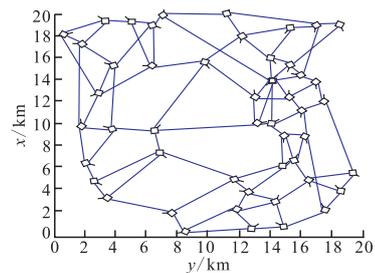


图 4 范围 $200 \text{ km} \times 200 \text{ km}$, 节点数 24
Fig.4 Range $200 \text{ km} \times 200 \text{ km}$, 24 Node

图中节点菱形的4条边表示其安装的4个平面相控阵天线,菱形外的线段指示当前节点中心轴向。拓扑连线指示的节点连通及天线的使用情况。从图中可以直观的看出,算法得到的拓扑尽可能的利用了节点上安装的天线,构成了尽可能多的拓扑边,同时在拓扑边的选择上,也尽可能的选择了信道增益较大的拓扑连接。

为证明算法得出的拓扑是最优的,选取图3、图4中的2种情况,以穷举网络拓扑的方式,计算每种可能的拓扑所对应的网络效能 \tilde{Q}_{NE} ,并于算法结果进行比较。比较结果见图5和图6。

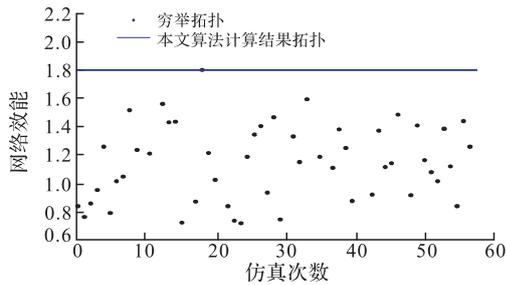


图5 穷举拓扑网络效能 \tilde{Q}_{NE} (6节点)

Fig.5 \tilde{Q}_{NE} of all topo(6 nodes)

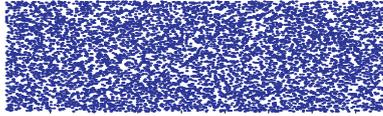


图6 穷举拓扑网络效能 \tilde{Q}_{NE} (24节点)

Fig.6 \tilde{Q}_{NE} of all topo(24 nodes)

仿真分别在节点数为6和24时通过穷举拓扑的方式与本文结果进行比较(穷举过程中去除了网络效能过低的拓扑),可以看出,本文模型和算法是有效的。但是需要指出的是,考虑到“0-1”规划是NP完全问题,在规模较大时亦可能无法求得全局最优解,但并不影响模型本身的有效性。

仿真结果表明该模型对于基于定向天线的最优网络拓扑计算是有效的。该模型的优化目标是最佳的网络效能,即尽可能的利用所有天线资源,使得整个网络的总通信性能最佳,若天线输入发射功率相同,则该模型同时使得通信质量达到全局最优化;若节点能够对发射功率进行控制,即在保证通信质量的前提下选择最想发射功率,则该模型也保证了最大网络效能准则下的全局最佳节能。

5 结语

通过建模仿真试验发现,基于定向天线的通信

网络的拓扑控制中还存在着诸多问题需要进行进一步的深入研究。本文虽然给出了全局最优模型,但要求对网络中所有节点的位置和姿态作为输入参数进行全局优化,在系统实现过程中需要一个中心节点进行邻居发现和拓扑计算,故在大规模自组网的系统中尚不适用。此外,该模型的时间复杂度不是问题规模的多项式函数,在实际使用中在节点规模较大时使用较为受限,应探索在时间敏感度较高的网络应用中通过采取随机搜索算法或分级优化的方法降低算法复杂度,缩短计算时间。

参考文献(References):

- [1] Ramanathan R. On the Performance of Ad Hoc Networks Using Beamforming Antennas[C]//Long Beach, CA, USA: ACM New York, 2001.
- [2] 龙飞,汪春霆,杨治安. 定向天线无线网络中的路由与信道分配方法[J]. 解放军理工大学学报:自然科学版, 2013, 14(2): 163-168.
LONG Fei, WANG Chunting, YANG Zhian. Channel Assignment Method of Directional Antennas in Wireless Networks[J]. Journal of PLA Science University: Natural Science, 2013, 14(2): 163-168. (in Chinese)
- [3] 李晓鸿,张大方,陈文斌,等. 一种基于随机波束天线的自组网拓扑控制协议[J]. 计算机学报, 2011, 34(7): 1342-1350.
LI Xiaohong, ZHANG Dafang, CHEN Wenbin, et al. An Efficient Topology Control Protocol for Ad Hoc Networks Utilizing Randomized Beamforming [J]. Chinese Journal of Computer, 2011, 34(7): 1342-1350. (in Chinese)
- [4] 李晓鸿,张大方,陈文斌,等. 基于自适应波束天线自组网的能量效率拓扑控制[J]. 电子学报, 2010, 38(6): 1399-1404.
LI Xiaohong, ZHANG Dafang, CHEN Wenbin, et al. An Efficient Topology Control for Ad Hoc Networks with Steered Beam Antennas [J]. ACTA Electronica SINICA, 2010, 38(6): 1399-1404. (in Chinese)
- [5] Liu Q, Jia X, Zhou Y. Topology Control for Multi-Channel Multi-Radio Wireless Mesh Networks Using Directional Antennas [J]. Wireless Networks, 2011, 17: 41-51.
- [6] Hu Y, Shi Q. Sensor Network Connectivity with Multiple Directional Antennae of A Given Angular Sum[C]//Rome: Sch. of Comput. Sci., Simon Fraser Univ., Burnaby, BC, Canada, 2009.
- [7] 刘军,孙茜,李少华,等. 基于定向天线的无线自组网拓扑控制算法[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2012, 33(9): 1257-1260.
LIU Jun, SUN Qian, LI Shaohua, et al. Topology Control Algorithm Based on Directional Antenna in Wireless Ad Hoc Networks [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2012, 33(9): 1257-1260. (in Chinese)
- [8] 刘黎黎,汪定伟,王洪峰. 求解0-1动态优化问题的双概率原对偶遗传算法[J]. 系统工程学报, 2009, 24(5): 636-640.
LIU Lili, WANG Dingwei, WANG Hongfeng. Double Probability Primal-dual Genetic Algorithm for 0-1 Dynamic Optimization Problems [J]. Journal of System's Engineering, 2009, 24(5): 636-640. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)