

# 一种空地导弹攻击区快速解算方法

丁达理<sup>1</sup>, 王 铀<sup>1</sup>, 黄 涛<sup>2</sup>, 董康生<sup>1</sup>, 国海峰<sup>1</sup>

(1.空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038;2.南空装备部,江苏南京,210000)

**摘要** 在充分考虑空地导弹发动机推力、气动力、燃料消耗、风场、视线角、过载和舵机延时等实际约束影响的基础上,建立了多条件约束下空地导弹攻击区计算模型;采用预估初始距离、高精度拟合导弹气动参数、自适应变步长法积分导弹运动方程、黄金分割法对距离进行寻优等措施提高解算速度;对该算法进行了数字仿真,结果表明:①随着目标进入角的增加,攻击区远界先增加后减少,并在180°时最大,0°时最小;②随着初速的增加,攻击区远界有所增加,但增幅不大;③随着高度的降低,攻击远界缩短了。

**关键词** 攻击区;快速解算;黄金分割法;空地导弹

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.06.002

**中图分类号** TJ762.21 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)06-0006-05

## A Better Method for Computing Air-to-Ground Missile Attack Area

DING Da-li<sup>1</sup>, WANG You<sup>1</sup>, HUANG Tao<sup>2</sup>, DONG Kang-sheng<sup>1</sup>, GUO Hai-feng<sup>1</sup>

(1.Air force Engineering University Aeronautics and Astronautics Engineering College,Xi'an 710038,China;

2.Nonjing Air force Military Region Equipment Department,Nanjing 210000,China)

**Abstract:** This paper establishes a mathematic model of computing attack area with limited condition after well considering engine's thrust, atmosphere force, fuel consumption, wind, driving delay of rudder and other factors. In order to improve calculation velocity, the following measures is adopted, such as pre-estimate initialization distance, curve fit missile atmosphere parameter with high precision, adaptive variable step to integral missile kinematics equations and golden section method is used to find out near attack area and far attack area. Finally, the simulation is carried out. results indicate chiefly as fellow①attack area far distance climbs up and then declines with target entering angle's increasing, which reaches maximum at 180° degree and minimum at 0° degree;②attack area far distance gets something increase with initial velocity, but the amplification is not obvious; ③attack area far distance declines with altitude's drop.

**Key words:** attack area; quick calculation; golden section method; air-to-ground missile

未来战争中,无人作战飞机(Unmanned Combat Aerial Vehicle, UCAV)在发现时敏目标或接受任务规划系统指派的任务后,需要根据复杂战场环境要求,实时、在线、自主地决策出一条满足多种复杂约束条件要求,到达制导武器可攻击区的最优攻击轨迹,实施对敌目标精确打击<sup>[1-3]</sup>。因此,研究制导武器可攻击区的快速解算问题,不仅能够充分发挥

武器装备的性能,而且能为UCAV自主攻击轨迹决策提供有力的决策依据,具有重要的军事意义。目前,对制导武器可攻击区快速解算研究的文献相对较少。文献[4]采用多关系式-插值法对攻击区边界进行拟合,文献[5]采用快速模拟法对攻击区边界进行求解,文献[6]提出了一种结合可攻击区多项式拟合和快速积分计算优点的求解办法,但没有考虑风

收稿日期:2013-11-06

作者简介:丁达理(1980—),男,湖南益阳人,副教授,博士,主要从事无人飞行器武器系统总体技术研究.E-mail:ddl-23@tom.com

**引用格式:**丁达理,王铀,黄涛,等.一种空地导弹攻击区快速解算方法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(6):6-10. DING Dali, WANG You, HUANG Tao, et al. A better method for computing air-to-ground missile attack area[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2014, 15(6): 6-10.

场、发动机点火及舵机延迟的影响,文献[7]探讨了考虑发动机点火及舵机延迟情况下的攻击区问题,但也没有考虑风场的影响,文献[8]提出了利用改进的快速搜索算法求解多目标可投放区的策略,但没有考虑发动机点火及舵机延迟的影响。这些研究成果为求解制导武器可攻击区提供了有益参考。限于篇幅,本文以空地导弹为研究对象进行可攻击区快速算法的研究。

## 1 模型的建立

### 1.1 空地导弹数学模型的建立

为了简化问题,作如下假设:①导弹和目标均可视为质点;②在步长时间内,导弹各参数保持不变;③把地球看作是不旋转的平坦大地,忽略地球转动和曲率的影响。

首先建立导弹在惯性坐标系下的质点运动学方程和航迹坐标系下的导弹的质点动力学方程<sup>[5]</sup>。并给出导弹的推力  $P_m$ 、空气阻力  $Q_m$  和导弹的重量  $G_m$  的变化规律如下:

$$P_m = \begin{cases} \bar{P} & t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (1)$$

$$Q_m = \frac{1}{2} \rho v_m^2 S_m C_{xm} \quad (2)$$

$$G_m = \begin{cases} G_0 - G_{\text{sec}} t & t \leq t_0 \\ G_0 - G_{\text{sec}} t_0 & t > t_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $t_0$  为发动机工作时间;  $G_{\text{sec}}$  为燃料秒流量;  $G_0$  为导弹发射重量;  $S_m$  为空地导弹参考横截面积;  $C_{xm}$  为导弹阻力系数;  $\rho$  为空气密度。

建立阵风模型为:

$$\begin{cases} W = 0, \gamma_w = 0^\circ, \psi_w = 0^\circ (t \leq 10 \text{ s}) \\ W = 15 \text{ m/s}, \gamma_w = 0^\circ, \psi_w = 0^\circ (10 \text{ s} < t \leq 40 \text{ s}) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $W$  为风速,风速向量  $\mathbf{W}$  与惯性坐标系的夹角分别为风速垂直偏角  $\gamma_w$  和风速水平偏角  $\psi_w$ 。

### 1.2 目标运动方程

目标在惯性坐标系下的运动方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_t \cos \gamma_t \cos \phi_t \\ \dot{y}_t = v_t \cos \gamma_t \sin \phi_t \\ \dot{z}_t = v_t \sin \gamma_t \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{v}_t = n_{tx} g \\ \dot{\gamma}_t = n_{tz} g / v_t \\ \dot{\phi}_t = n_{ty} g / (v_t \cos \gamma_t) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $(x_t, y_t, z_t)$  为目标在惯性坐标系的坐标;  $v_t, \gamma_t, \phi_t$  分别为目标的速度、航迹俯仰角和航迹偏转角;  $n_{tx}$  为目标的纵向控制过载;  $n_{tz}, n_{ty}$  分别为目标俯仰和偏航方向的转弯控制过载。

### 1.3 相对运动参数方程

设空地导弹相对目标的位置矢量为  $\mathbf{r}$ ,它在惯性坐标系上可以用  $(r, q_\beta, q_\epsilon)$  表示为:

$$\begin{cases} r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} \\ q_\beta = \arctan(r_y / r_x) \\ q_\epsilon = \arctan(r_z / \sqrt{r_x^2 + r_y^2}) \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $r_x = x_m - x_t; r_y = y_m - y_t; r_z = z_m - z_t;$   $q_\epsilon$  为视线倾角;  $q_\beta$  为视线偏角。

式(7)对时间求导得:

$$\begin{cases} \dot{r} = (\dot{r}_x r_x + \dot{r}_y r_y + \dot{r}_z r_z) / r \\ \dot{q}_\beta = (r_x \dot{r}_y - \dot{r}_x r_y) / (r_x^2 + r_y^2) \\ \dot{q}_\epsilon = \frac{(r_x^2 + r_y^2) \dot{r}_z - r_z (\dot{r}_x r_x + \dot{r}_y r_y)}{r^2 \sqrt{r_x^2 + r_y^2}} \end{cases} \quad (8)$$

### 1.4 导引方法、过载限制、舵机延时

设视线转率为  $\dot{q}$ ,采用比例导引法控制空地导弹速度  $v_u$  的方向变化,即:

$$\dot{\theta} = K \dot{q} \quad (9)$$

式中:导引系数  $K$  应满足弹道收敛条件:

$$K > 2 |\dot{r}| / v_u \cos \eta \quad (10)$$

式中:  $\dot{r}$  为相对速度;  $\eta$  为空地导弹速度矢量前置角<sup>[9]</sup>。

考虑弹上导引头视线跟踪最大角速度  $\omega_{\max}$  的限制,建立如下模型:

$$\dot{q} = \begin{cases} \omega_{\max} \text{sgn}(\dot{q}), & |\dot{q}| \geq \omega_{\max} \\ \dot{q}, & \text{其它} \end{cases} \quad (11)$$

受弹上可用过载  $n_k$  的限制,实际过载  $n$  为:

$$n = \begin{cases} n_{xu}, & |n_{xu}| \leq n_k \\ n_k \text{sgn}(n_{xu}), & |n_{xu}| > n_k \end{cases} \quad (12)$$

式中  $n_{xu}$  为  $u$  时刻的最大过载。

考虑舵机的延时性<sup>[7]</sup>,过载控制的变化量为:

$$\dot{n} = (n - n_{i-1}) / \tau \quad (13)$$

式中:  $n_{i-1}$  为前一时刻的过载,系统反应延时  $\tau = 20 \sim 30 \text{ ms}$ ,则当前时刻的过载  $n_i$  为:

$$n_i = n_{i-1} + \dot{n} \Delta t \quad (14)$$

式中  $\Delta t$  为控制时间的步长。

### 1.5 仿真终止条件

仿真的终止条件与空地导弹的性能指标有关,

是仿真结束的关键,往往制约着其攻击区的范围。空地导弹仿真的终止条件包括:①导引头动态视场角限度;②导引头跟踪角速度限度;③空地导弹燃料工作最大时间;④导弹最小可控速度限制;⑤引信解锁时间限制;⑥战斗部有效起爆区限制,此时的视线角不大于 $90^\circ$ ;⑦高度限制。

## 2 攻击区边界快速搜索算法设计

如何提高运算的速度,是计算导弹可攻击区的关键问题。本文主要采取以下一些措施:

1) 预估初始距离,最大限度的降低搜索次数。由于对可攻击区的边界采用了较为精确的预估技术,采用多项式拟合模型可表示为:

$$R_{\max} = \sum_{i=0}^n a_i f_i(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, O_{bh}) \quad (15)$$

$$R_{\min} = \sum_{i=0}^n b_i g_i(H_a, V_a, H_t, V_t, N_{th}, O_{bh})$$

式中: $R_{\max}$ 为导弹的最大允许发射距离; $R_{\min}$ 为导弹最小允许发射距离; $H_a$ 为本机高度; $V_a$ 为本机速度; $H_t$ 为目标高度; $V_t$ 为目标速度; $N_{th}$ 为目标水平面过载; $O_{bh}$ 为导弹水平面离轴角; $f_i(\cdot)$ ,  $g_i(\cdot)$ 为非线性函数。通过对可投射区的边界采用预估技术,初值已非常逼近它的寻优结果,使寻优范围大大减小,寻优次数也就大大减小,计算可投射区包络的速度也就快了许多。

2) 高精度拟合导弹气动参数。阻力系数一般由零升阻力系数和升致阻力系数组成,即: $C_{xm} = C_{x0} + AC_{ym}^2$ ,可通过真实的风洞测试数据拟合得到。根据美国标准大气数据<sup>[10]</sup>拟合空气密度为 $\rho = 1.225e^{-z/9300}$ 。

3) 自适应变步长法积分导弹运动方程。导弹运动方程积分是一项非常耗时的工作。采用自适应变步长的方法,是提高运算速度、保证计算精度的一个非常重要的措施。具体如下:

从节点 $x_n$ 出发,先以步长 $l$ 求取一个近似值,记作 $y_{n+1}^{(l)}$ ;然后以步长 $0.5l$ 从 $x_n$ 跨2步到 $x_{n+1}$ ,再求得一个近似值 $y_{n+1}^{(0.5l)}$ ,记2者的偏差为 $\Delta = |y_{n+1}^{(l)} - y_{n+1}^{(0.5l)}|$ ,为判断选取步长是否合适,可分以下2种情况:①对于给定的精度 $\epsilon$ ,若 $\Delta > \epsilon$ ,则反复将步长折半直至 $\Delta < \epsilon$ ,这时取最终得到的 $y_{n+1}^{(0.5l)}$ 作为结果;②反之,若 $\Delta < \epsilon$ ,则反复将步长加倍直至 $\Delta > \epsilon$ ,这时再将步长折半一次,即为所要结果。

通过上述自适应选取步长的方法,表面上看,每一步的计算量增加了,但总体考虑往往是合算的。

4) 黄金分割法对距离进行寻优。求导弹可攻击

区的边界,实际上是对发射距离进行一维搜索。在一维搜索中,黄金分割法同其他方法相比不需要事先知道计算次数,方法简单,效率高,用它可以较快的搜索某一范围,找出最优点。基于此,本文利用黄金分割法对导弹攻击近距离边界和远距离边界分别进行搜索。

为实时获取空地导弹的可攻击区包络,将导弹的最大离轴发射角划分为 $n$ 等分( $n$ 越大边界点越密,可攻击区包络也就越精细,但计算量也就越大),并转化成对应的目标进入角,依次求出对应的远、近界,按顺序连起来后就能得到给定投放条件下的可攻击区边界。

## 3 仿真分析

仿真时作如下假设:①载机在目标周围各方向指向目标飞行;②目标保持匀速直线飞行。

### 3.1 攻击区快速解算仿真

仿真条件:空地导弹分别从1 km, 2 km, 3 km, 4 km高度开始水平攻击,速度分别为200 m/s, 250 m/s, 300 m/s,目标速度 $v_t = 20$  m/s,高度 $z_t = 0$  m,导弹性能参数参见“Hellfire”AGM-114K。

仿真结果见图1。

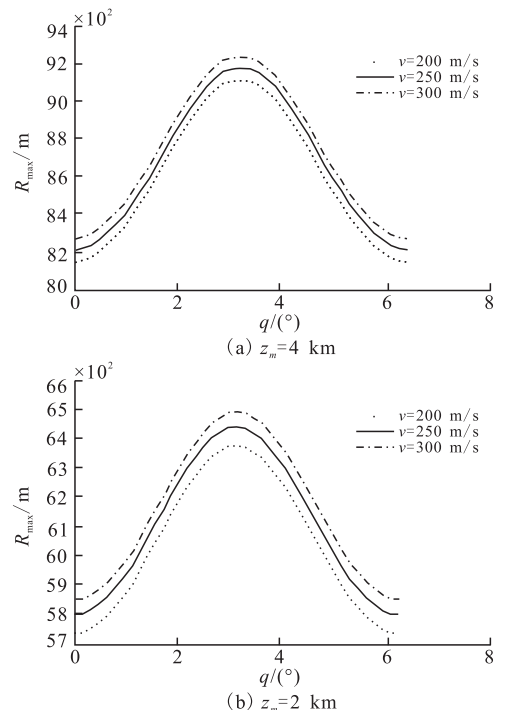


图1 不同速度条件下攻击区远界图

Fig.1 The attack area far distance chart under different velocity

通过分析上图可得出如下结论:

1) 随着目标进入角的增加,攻击区远界先增加

后减少,并在  $180^\circ$  时最大,  $0^\circ$  时最小,这与迎头攻击和尾追攻击的实际相符。

2)随着初速的增加,攻击区远界有所增加,但增幅不大。

3)随着高度的降低,攻击远界缩短了,这是由于随着高度逐渐下降,空气密度变大,空气阻力的影响大于重力的影响。

考虑不同速度条件下对攻击区边界的影响相对高度、目标进入角而言要小得多,因此,可根据高度、目标进入角拟合可攻击区边界,对攻击距离进行预估。

对  $v_m = 300 \text{ m/s}$  条件下所得攻击区边界进行拟合,可得图 2 的拟合曲面及距离判断函数。

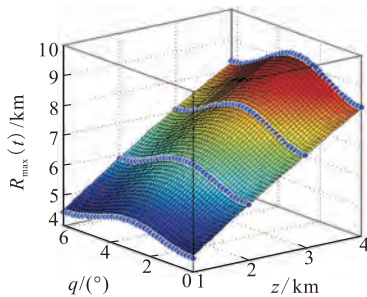


图2 攻击区远界拟合曲面图

Fig.2 The fitting surface of attack area far distance

攻击区远界判断函数(拟合误差  $29.010 \text{ m}$ ):

$\text{far}(z, q) = p_{0,0} + p_{1,0}z + p_{0,1}q + p_{2,0}z^2 + p_{1,1}zq + p_{0,2}q^2 + p_{2,1}z^2q + p_{1,2}zq^2 + p_{0,3}q^3 + p_{2,2}z^2q^2 + p_{1,3}zq^3 + p_{0,4}q^4$ . 具体参数见表 1。

表 1 攻击区远界判断函数参数

Tab.1 The judgement function parameter of attack area far distance

$p_{i,j}$	0	1	2	3	4
0	$3.110e^3$	$-5.225e^{-2}$	$4.896e^2$	$-1.294e^2$	10.29
1	1.481 0	0.172 4	$-2.744e^{-2}$	$8.807e^{-13}$	\
2	$-4.909e^{-5}$	$-1.185e^{-5}$	$1.886e^{-6}$	\	\

攻击区近界判断函数(拟合误差  $8.361 \text{ m}$ ):

$\text{near}(z, q) = \bar{p}_{0,0} + \bar{p}_{1,0}z + \bar{p}_{0,1}q + \bar{p}_{2,0}z^2 + \bar{p}_{1,1}zq + \bar{p}_{0,2}q^2 + \bar{p}_{2,1}z^2q + \bar{p}_{1,2}zq^2 + \bar{p}_{0,3}q^3 + \bar{p}_{2,2}z^2q^2 + \bar{p}_{1,3}zq^3 + \bar{p}_{0,4}q^4$ . 具体参数见表 2。

表 2 攻击区近界判断函数参数

Tab.2 The judgement function parameter of attack area near distance

$p_{i,j}$	0	1	2	3	4
0	$1.312e^3$	11.53	94.22	-30.58	2.433
1	0.5873	$-3.168e^{-2}$	$5.042e^{-3}$	$-1.32e^{-13}$	\
2	$5.575e^{-5}$	$2.484e^{-6}$	$-3.953e^{-7}$	\	\

### 3.2 典型条件下攻击区包络及算法比较仿真

给出典型条件:空地导弹从  $1:1:4 \text{ km}$  高度开始

水平攻击,  $v_m = 300 \text{ m/s}$ ,  $\gamma_m = 0^\circ$ , 偏航角  $\psi_m = 0^\circ$ , 离轴角  $\varphi_m = \pm 2^\circ$ , 目标位置为  $(10, 10, 0) \text{ km}$ ,  $v_t = 20 \text{ m/s}$ ,  $\gamma_t = 0^\circ$ ,  $\psi_t = 0^\circ$ . 利用该快速算法进行攻击区包络仿真,得到包络见图 3。

选择 4 组典型发射条件,对本文算法与传统算法进行了对比,传统算法的初始点选择为有效射程。算法比较结果见表 3。

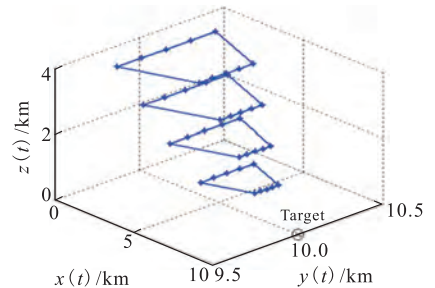


图3 不同高度下攻击区包络

Fig.3 The attack area envelope curve under different altitude

从表 3 可看出,本文算法迭代次数不大于前者,算法能够降低迭代次数,提高解算速度。

在实际发射过程中,为了消除不确定性因素的影响,保证命中精度,还需要对攻击区边界进行收缩处理。收缩比例设定为<sup>[8]</sup>:

$$\text{far} + 3\text{near}/4 < R < 3\text{far} + \text{near}/4 \quad (16)$$

表 3 算法迭代次数比较

Tab.3 The contrast of iteration numbers

$v_m / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$z_m / \text{km}$	$\varphi_m / (^\circ)$	迭代次数	
			传统方法	本文方法
300	4	2	[10,11]	[7,7]
300	4	0	[10,11]	[7,7]
250	4	2	[13,10]	[7,8]
250	4	0	[13,10]	[7,8]

## 4 结语

本文以空地导弹为研究对象,在充分考虑空地导弹发动机推力、气动力、燃料消耗、风场、视线角、过载和舵机延时等实际约束影响的基础上,建立了多条件约束下空地导弹攻击区计算模型;为提高攻击区解算速度,采用了预估初始距离、高精度拟合导弹气动参数、变步长法积分导弹运动方程、黄金分割法对距离进行寻优等措施;仿真分析得出如下结论:①随着目标进入角的增加,攻击区远界先增加后减少,并在  $180^\circ$  时最大,  $0^\circ$  时最小;②随着初速的增加,攻击区远界有所增加,但增幅不大;③随着高度的降低,攻击远界缩短了。

本文研究的攻击区快速算法对空空导弹攻击区、制导炸弹可投放区的快速解算也具有参考价值。

### 参考文献(References):

- [1] 黄长强,曹林平,翁兴伟,等. 无人作战飞机精确打击技术[M]. 北京:国防工业出版社,2011.  
HUANG Changqiang, CAO Linping, WENG Xingwei, et al. Precision strike technology for UCAV [M]. Beijing: National defence industry press, 2011. (in Chinese)
- [2] 丁达理,宋磊,贺建良,等. 基于 Voronoi 图和离散微粒群优化算法的 UCAV 攻击轨迹决策[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2012, 13(2): 1-5.  
DING Dali, SONG Lei, HE Jianliang, et al. Attack trajectory decision making for UCAV based on voronoi diagram and DPSO algorithm[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2012, 13(2): 1-5. (in Chinese)
- [3] Wilson S A, Vuletich I J, Fletcher D J, et al. Guided weapon danger area & safety template generation-a new capability[R].2008,7123.
- [4] 王宏伦,张安,张海,等. 空-空导弹攻击区的高精度快速拟合[J]. 航空学报,1997,18(5): 631-632.  
WANG Honglun, ZHANG An, ZHANG Hai, et al. Accurate and fast approximation of air-to-air missile launch envelopes[J]. ACTA aerodynamica astronautica sinica, 1997,18(5): 631-632. (in Chinese)
- [5] 黄家成,张迎春,罗继勋. 空空导弹攻击区的快速模拟法求解[J]. 弹箭与制导学报, 2003, 23(4): 132-134.  
HUANG Jiacheng, ZHANG Yingchun, LUO Jixun. Fast simulation of air-to-air missile launch ailes and guidance,2003, 23(4): 132-134. (in Chinese)
- [6] 杜昌平,周德云,江爱伟. 一种空空导弹可攻击区快速算法[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(6): 682-685.  
DU Changping, ZHOU Deyun, JIANG aiwei. A better method for computing air-to-air missile trajectory [J]. Journal of northwestern polytechnic university, 2006, 24(6): 682-685. (in Chinese)
- [7] 张平,方洋旺,金冲,等. 空空导弹攻击区实时解算的新方法[J]. 弹道学报,2010,22(4): 11-18.  
ZHANG Ping, FANG Yangwang, JIN Chong, et al. A new method of real-time calculation for attack area of air-to-air missile[J]. Journal of ballistics, 2010, 22(4): 11-18. (in Chinese)
- [8] 张煜,王楠,陈璟,沈林成. 空地多目标攻击中制导炸弹可投放区计算研究[J]. 兵工学报, 2011, 32(12): 1474-1480.  
ZHANG Yu, WANG Nan, SHEN Lincheng. Research on launch acceptable region for guided bombs in air-to-ground multi-target attack[J]. ACTA armamentarii, 2011, 32(12): 1474-1479. (in Chinese)
- [9] 刘兴堂. 导弹制导控制系统分析、设计与仿真[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.  
LIU Xingtang. System analysis of missile guidance and control[M]. Xi'an: Northwestern polytechnic university press, 2006.
- [10] 耿丽娜. 制导炸弹投放区计算研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.  
GENG Lina. Study on release region calculation for guided bombs [D]. Changsha: National university of defense technology, 2009. (in Chinese)

(编辑:田新华)