

# 单机排序元胞传输模型在终端区排序中的应用

杜实<sup>1</sup>, 许文字<sup>1,2\*</sup>

(1.中国民航大学空中交通管理学院,天津,300300;2.中国航空规划建设发展有限公司,北京,100120)

**摘要** 为缓解终端区航班延误问题,将终端区进场航空器排序过程分为航路飞行排序阶段和汇聚排序阶段,从而降低问题复杂度,结合单机排序算法与元胞传输理论,利用标准雷达引导航线,并结合实际管制经验,建立以系统运行时间最短为目标函数的元胞传输模型;根据航空器对链一体化原则,将等待着陆的航空器分组,并赋予相应的权值,针对航空器对链影响因子的不同进行排序,并结合实例计算得到系统总运行时间,起点处等待时间,最终着陆顺序等。结果分析表明,该优化模型能够反映终端区进场航班的动态特性,给出合理的航空器进场顺序,为终端区进场航班提供路径参考,满足实际的运行需求。

**关键词** 终端区;进场航班;单机排序;元胞传输模型

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.04.004

**中图分类号** V355.2 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)04-0013-04

## The Application of Single Machine Scheduling and Cell Transmission Model in the Sequencing Problem of the Terminal Control Area

DU Shi<sup>1</sup>, XU Wen-yu<sup>1,2\*</sup>

(1.College of Air Traffic Management,Civil Aviation University of China,Tianjin 300300, China;  
2.China Aviation Planning and Construction Development Co.Ltd,Beijing,100120)

**Abstract:** In order to alleviate the problem of flight delay is increasingly prominent, especially in the terminal control area, the process of sequencing of arrival aircraft in the terminal control area is divided into two phases, i.e. route phase and gathering sorting phase. The problem of sequencing of arrival aircraft in the terminal control area is studied by adopting a single machine scheduling algorithm combined with cell transmission theoretical algorithm. A cell transmission model of taking the shortest system running time as the target function is established by utilizing standard radar traffic circuit combined with the experience of the practice. The aircraft waiting for landing are segmented into different groups and are given the corresponding weights by using the integration principle of linked aircraft. According to the different effect of linked aircraft a reasonable order is given. The analysis result shows that the optimization model can reflect the dynamic characteristics of the arrival aircraft. This can give a reasonable landing sequence and can provide a reference for the path selection of the arrival aircraft in the terminal control area to meet the needs of actual operation.

收稿日期:2013-10-29

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(ZXH2012004)

作者简介:杜实(1962-),男,辽宁沈阳人,副教授,主要从事空中交通管理研究.E-mail:59921987@qq.com

\*通信作者:许文字(1986-),女,硕士生,主要从事通讯导航研究。

**引用格式:**杜实,许文字.单机排序元胞传输模型在终端区排序中的应用[J].空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(4):13-16.DU Shi,XU Wenyu.The application of single machine scheduling and cell transmission model in the sequencing problem of the terminal control area [J]. Journal of air force engineering university:natural science edition,2014,15(4):13-16.

**Key words:** air traffic management; terminal control area; arrival aircraft; radar circuit; single machine scheduling; cell transmission model

随着民用航空业的不断发展,机场延误和拥堵现象严重影响了终端区的运行效率和航空公司的经济效益。采取改进硬件设施的措施如修建新机场、跑道等,虽效果明显,但所需投资大、周期长,局限性强。合理的进场模型和飞机排序<sup>[1]</sup>算法则可以快速有效地解决该问题。近20多年来,国内外针对终端区排序问题展开了很多研究, Dear 和 Sherif<sup>[2]</sup>研究了终端区航班的动态和静态排序问题。国内徐肖豪<sup>[3]</sup>和胡明华<sup>[4]</sup>,结合多种优化算法建立了静态和动态的排序模型。Daganzo<sup>[5-6]</sup>提出了元胞传输模型(Cell Transmission Mode, CTM),清晰地展现排队现象的物理效应,形象地模拟激波、排队形成与消散以及多路段之间的相互影响,因此被广泛用于解决动态交通流分配问题。

## 1 提出问题

为降低集中在进近入口前的全局排序问题的复杂度,将多航路进场单跑道着陆过程划分为航路排序和汇聚排序2个子过程。首先,利用单机排序算法对航路飞行段的航空器进行初始排序;然后,利用CTM线性规划算法对初始排序后的航空器对链进行汇聚排序,进而产生一个更加安全有序的航空器间隔序列。

为了符合空中交通管制的实际指挥习惯和操作限制,同时快速有效地使航空器安全着陆,给出如下限制条件:①同航路上的航空器不允许穿越,必须满足先到先服务(FCFS)的约束;②假设航空器从进近入口<sup>[7]</sup>到完成着陆所需的服务时间一样,且航空器之间需要相同的最小安全间隔;③五边附近航空器具有着陆优先权;④根据航空器对链一体化原则<sup>[7]</sup>,将航空器分组;⑤在排序过程中,形成航空器对链的 $m$ 架航空器之间的距离 $d$ 接近一个雷达间隔 $d_s$ : $|d - d_s| \leq \Delta$ ( $\Delta$ 为门限值)。

## 2 模型建立

### 2.1 航路飞行段排序

本文采用单机排序链式算法<sup>[8]</sup>,结合元胞传输理论在 $1|chains|\sum \omega_i C_i$ 算法的基础上,建立终端区排序模型。目标函数为系统最短运行时间:

$$\min \sum_{t \in TV} \sum_{i \in C_i} \tau x_i^t \omega_i \quad (1)$$

式中: $\tau$ 为单位时间间隔; $x_i^t$ 为第 $t$ 单位时间间隔开

始时元胞 $i$ 内的航空器数量; $\tau x_i^t$ 即 $C_i$ 单机排序中任务 $i$ 的加工时间; $\omega_i$ 为航空器对链 $i$ 的权值。

#### 2.1.1 航空器对链的权值确定

设航空器对链 $i$ 的权值 $\omega_i$ 由4部分组成, $\omega_i = \kappa_1 \omega_{i1} + \kappa_2 \omega_{i2} + \kappa_3 \omega_{i3} + \kappa_4 \omega_{i4}$ ,其中 $\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 + \kappa_4 = 1$ 。 $\omega_{ij}$ ( $j=1,2,3,4$ )各权值分量定义为:

1) 根据FCFS,预计到达时间较小者具有优先权,设 $\omega_{i1}' = T_{\max} - T_{Ei}$ ,其中, $T_{\max} = \max\{T_{Ei}\}$ , $T_{Ei}$ 为各航空器预计到达时间的平均值。

2) 高度较低者具有优先降落权,设 $\omega_{i2}' = H_{\max} - H_i$ , $H_{\max} = \max\{H_i\}$ , $H_i$ 为航空器平均高度。

3) 对链中的航空器数目 $\omega_{i3}'$ 大的具有优先权。

4) 剩余油量少的航空器具有优先权,令 $\omega_{i4}' = O_{\max} - O_i$ , $O_{\max} = \max\{O_i\}$ , $O_i$ 为平均剩余油量。

#### 2.1.2 排序算法

假设某航路上有 $n$ 个航空器对链: $J_i$ , $p_i$ 为 $J_i$ 着陆所需时间。定义每个 $J_i$ 的 $\rho$ 因子为:

$$\rho = \sum_{i=1}^{l^*} \omega_i / \sum_{i=1}^{l^*} p_i = \max_{1 \leq k \leq n} \left\{ \sum_{i=1}^k \omega_i / \sum_{i=1}^k p_i \right\} \quad (2)$$

定理<sup>[9]</sup>:如果 $J_{l^*}$ ( $1 \leq l^* \leq n$ )是决定链 $J_n$ 的 $\rho$ 因子的任务,则存在一个最优排序使任务 $J_{l^*}$ 连续加工而不被其他链的任务中断,排序过程见图1。

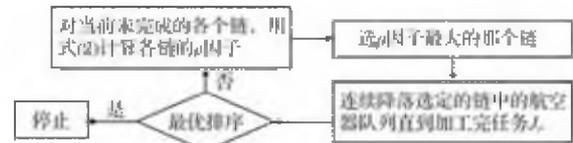


图1 单机排序方法图

Fig.1 Demonstration of single machine scheduling

### 2.2 汇聚段排序

#### 2.2.1 元胞传输理论

元胞传输模型属于时空离散的动力学系统<sup>[10]</sup>,用于终端区进场航空器排序问题<sup>[11]</sup>,给出如下定义。假设所选路径由多个同质小段组成,这些同质小段为元胞。单位时间间隔 $\tau$ 内,航空器在所选路径上以自由飞行速度 $v$ 行驶,所能飞行的距离为元胞长度 $l = v\tau$ 。任意相连元胞间可以传输的航空器数量为 $y$ 。元胞 $i$ 的状态更新方法:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + y_{i-1}^t - y_{i,i+1}^t \quad (3)$$

即: $i$ 在 $t+1$ 时刻存在的航空器数量 $x_i^{t+1}$ 等于: $t$ 时刻原有航空器数量 $x_i^t$ 与元胞 $i-1$ 传输到 $i$ 的航空器数量 $y_{i-1}^t$ 之和,再去掉 $i$ 在 $t$ 时刻传输到元胞 $i+1$ 的航空器数量 $y_{i,i+1}^t$ 。

#### 2.2.2 约束条件

在着陆路径和时间不确定的情况下,使所有航

空器在最短时间内有序着陆,需要满足如下约束。

根据流量守恒,起点和终点元胞需要满足约束:

$$x_i^t = \begin{cases} x_i^{t-1} + d_i^{t-1} - \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} y_{i,j}^{t-1}, \forall i \in C_R, \forall t \in T \\ x_i^{t-1} + \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} y_{k,i}^{t-1}, \forall i \in C_S, \forall t \in T \end{cases} \quad (4)$$

根据流量守恒,除起点和终点元胞之外的其他元胞需要满足约束:

$$\begin{cases} x_i^t - x_i^{t-1} - \sum y_{k,i}^{t-1} + \sum y_{i,j}^{t-1} = 0 \\ \forall i \in C \setminus \{C_R, C_S\}, \forall t \in T \end{cases} \quad (5)$$

终点元胞的流量约束:

$$y_{i,j}^t \leq \begin{cases} x_i^t, \forall (i,j) \in L_S, \forall t \in T \\ Q_i^t, \forall (i,j) \in L_S, \forall t \in T \end{cases} \quad (6)$$

起点元胞和普通元胞之间需满足的流量约束:

$$y_{i,j}^t \leq \begin{cases} x_i^t, \forall (i,j) \in L_o \cup L_R, \forall t \in T \\ Q_i^t, \forall (i,j) \in L_o \cup L_R, \forall t \in T \\ \delta_j^t (N_j^t - x_j^t), \forall (i,j) \in L_o \cup L_R, \forall t \in T \\ Q_j^t, \forall (i,j) \in L_o \cup L_R, \forall t \in T \end{cases} \quad (7)$$

合流点元胞之间需要满足的流量约束:

$$y_{i,j}^t \leq \begin{cases} x_i^t, \forall (i,j) \in L_M, \forall t \in T \\ Q_i^t, \forall (i,j) \in L_M, \forall t \in T \end{cases} \quad (8)$$

合流点元胞的流量约束:

$$\sum_{i \in \Gamma^{-1}(j)} y_{i,j}^t \leq \begin{cases} Q_j^t, \forall j \in C_M, \forall t \in T \\ N_j^t - x_j^t, \forall j \in C_M, \forall t \in T \end{cases} \quad (9)$$

分流点元胞之间需要满足的流量约束:

$$y_{i,j}^t \leq \begin{cases} Q_i^t, \forall (i,j) \in L_D, \forall t \in T \\ \delta_j^t (N_j^t - x_j^t), \forall (i,j) \in L_D \end{cases} \quad (10)$$

分流点元胞流量约束:

$$\sum_{j \in \Gamma(i)} y_{i,j}^t \leq \begin{cases} x_i^t, \forall i \in C_D, \forall t \in T \\ Q_i^t, \forall i \in C_D, \forall t \in T \end{cases} \quad (11)$$

非负约束:

$$\begin{cases} x_i^t \geq 0, \forall i \in C, \forall t \in T \\ y_{i,j}^t \geq 0, \forall (i,j) \in L, \forall t \in T \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $C$  为元胞集合;  $C_o$  为普通元胞;  $C_R$  为起点元胞;  $C_S$  为终点元胞;  $C_M$  为合流元胞;  $C_D$  为分流元胞;  $L$  为元胞之间连接集合;  $L_R$  为起始点元胞间的连接;  $L_S$  为终点元胞间的连接;  $L_D$  为分流元胞间的连接;  $L_M$  为合流元胞间的连接;  $L_o$  为普通元胞间的连接。  $\delta_i^t = v_i / \bar{\omega}_i$  为  $t$  时刻元胞  $i$  内航空器自由飞行的速度  $v_i$  与反向交通波传播速度  $\bar{\omega}_i$  的比值;  $\Gamma^{-1}(i)$  为前继元胞集合;  $\Gamma(i)$  为后继元胞集合;  $d_i^t$  为  $t$  时刻起点元胞  $i$  的需求;  $N_i^t, Q_i^t$  分别为  $t$  时段元胞  $i$  上所能容纳的最大航空器数量; 和最多可以接收的航空器数量。

### 3 仿真分析

#### 3.1 航路段单机排序

进场航空器数据采集见表1。根据2.1节建立的具有优先约束的单机排序算法,采用表1中的数据和图2基于雷达航线的进场模型,同等考虑4种优先约束,即  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_4 = 1/4$ ,归一化后各项的权值见表3。根据公式(2)得到航空器对链的顺序为:(4),(2),(6),(3),(1),(5)。拆分对链后为:7,8,4,11,12,5,6,1,2,3,9,10。

表1 进场航空器的数据  
Tab.1 Data of arriving aircrafts

No.	ETL/s	H/10m	Oil/s	Group	ETL/s	H/10 m	Oil/s	A
1	1152	550	1260	(1)	1152	550	1215	3
2	1226	590	1250					
3	1078	510	1135					
4	90	170	351	(2)	90	170	351	1
5	530	210	650	(3)	581	240	685	2
6	632	270	720					
7	498	106	579	(4)	533	108	599	2
8	568	110	620					
9	764	300	802	(5)	756	296	711	2
10	747	292	805					
11	228	90	307	(6)	259	120	318	2
12	289	150	330					

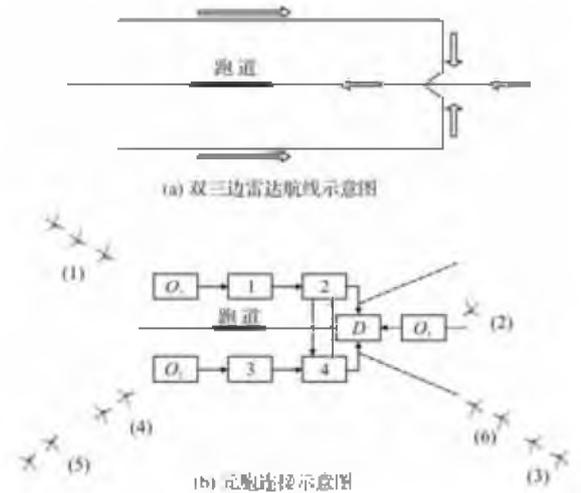


图2 双三边元胞传输模型

Fig.2 Double down wind CTM

表3 航空器对链的权值

Tab.3 weight of linked aircraft

Group	$\omega_{i1}$	$\omega_{i2}$	$\omega_{i3}$	$\omega_{i4}$	$\omega_i$	$\beta_i$
(1)	1.67	-2.20	-2.58	3	-0.027 5	3
(2)	1	1.76	0.66	-3	0.105	1
(3)	0.33	-0.07	0.06	0	0.08	2
(4)	-0.33	0.11	1.19	0	0.242 5	2
(5)	-1	-0.72	-0.42	0	-0.535	2
(6)	-1.67	1.13	1.09	0	0.137 5	2

### 3.2 汇聚段元胞传输模型优化

取最小雷达尾流间隔  $S$  为 10 km,  $v=400$  km/h,  $\tau=3$  min,  $l$  为 20 km。取路段长度为 40 km(路段是二边、三边、四边之和的简化)。

表 4 给出了元胞的恒量特性,  $O$  为虚拟始点, 假设  $O$  容量无限, 即  $N_o^0=\infty$ 。  $D$  为虚拟终点, 假设能够接受所有驶向它的航空器, 即  $N_D^0=\infty$ 。五边附近航空器具有优先权, 权重系数为  $\theta_i$ 。

表 4 元胞的恒量特性

Tab.4 Constant properties of cellular

元胞 Num	$N_i$ /架	$Q_i$ (架/ $\tau$ )	$x_i^0$ /架	权重系数 $\theta_i$
1→4	2	2	0	1
$O_1$	$\infty$	2	0	1
$O_2$	$\infty$	2	0	1
$O_3$	$\infty$	2	0	1.5
$D$	2	2	0	1.5

### 3.3 结果分析

利用 MATLAB2010a 编程求解得:

1) 最终对链排序结果: (2, (4), (6), (3), (1), (5))。拆分后的顺序: 4, 7, 8, 11, 12, 5, 6, 1, 2, 3, 9, 10。

2) 系统清空时间: 从仿真开始到最后一架航空器到达  $D$  其经历 10 个  $\tau$ 。

3) 最小目标函数值: 所有航空器从  $O$  到  $D$  所用时间之和, 即系统总运行时间成本为 52 个  $\tau$ , 156 min。

4) 起点处等待时间: 所有航空器在起点处等待时间的总和, 为 23 $\tau$ , 69min。

## 4 结语

本文考虑到当前实际操作中的条件限制, 并借鉴部分一线工作经验, 把集中在进近入口前的全局排序问题分散到航路飞行阶段和汇聚排序阶段 2 个子排序过程中。单机排序算法和元胞传输优化模型相结合在求解终端区进场航班排序问题中有较好的适应性, 为不同的航空器对链赋予相应的权值, 既体现了公平性原则, 又很好地模拟交通流的动态特性。最后结合实例得到了比较合理的航空器着陆顺序、系统最小运行时间和起点处等待时间等。本文方法符合实际运行情况, 可为终端区进场航空器提供路径参考。

### 参考文献(References):

[1] Beasley J B, Krishnamoorthy M, Sharaiha Y M, et al. Schedu-

ling aircraft landings in the static case [J]. Transp sci, 2000, 34(2): 180-197.

[2] Dear R G, Sherif Y S. An algorithm for computer assisted sequencing and scheduling of terminal area operation [J]. Transportation research part A: policy and practice, 1991, 25: 129-139.

[3] 荀海波, 徐肖豪, 陈绪华. 机场终端区着陆次序的排序规划算法[J]. 南京航空航天大学学报, 1999, 31(2): 178-184. XUN Haibo, XU Xiaohao, CHEN Xuhua. Analysis of sequencing algorithms for arrival traffic in terminal area [J]. Journal of nanjing university of aeronautics & astronautics, 1999, 31(2): 178-184. (in Chinese)

[4] 胡明华. 空中交通流量管理理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2010.

HU Minghua. The air traffic flow management theory and method [M]. Beijing: Science press, 2010. (in Chinese)

[5] Daganzo F C. The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory [J]. Transportation research: part B, 1994, 28(4): 269-287.

[6] Daganzo F C. The cell transmission model, part II: Network traffic [J]. Transportation research: part B, 1995, 29(2): 79-93.

[7] 杜实. 空中交通监视服务[M]. 北京: 中国民航出版社, 2012. DU Shi. ATS surveillance services [M]. Beijing: China civil aviation publishing house, 2012. (in Chinese)

[8] 成龙. 具有约束关系的三类单机排序问题的研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2004.

CHENG Long. The study on three single machine scheduling problems under constraint relationships [D]. Xi'an: Northwestern polytechnical university, 2004. (in Chinese)

[9] 唐恒永, 赵传立. 排序引论[M]. 北京: 科学出版社, 2002. TANG Hengyong, ZHAO Chuanli. An introduction to the sorting [M]. Beijing: Science press, 2002. (in Chinese)

[10] 贾斌, 高自友, 李克平, 等. 基于元胞自动机的交通系统建模与模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

JIA Bin, GAO Ziyu, LI Keping, et al. Models and simulations of traffic system based on the theory of cellular automaton [M]. Beijing: Science press, 2007. (in Chinese)

[11] 杜实, 许文字. 基于元胞传输理论的航空器进场优化模型[J]. 科学技术与工程, 2013, 29(13): 8851-8855.

DU Shi, XU Wenyu. Optimization model of arrival aircraft based on cell transmission theory [J]. Science technology and engineering, 2013, 29(13): 8851-8855. (in Chinese)

(编辑: 徐敏)