## 面向性能指标的控制器参数整定新方法

## 闫亚云, 董文瀚, 解武杰

(空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038)

摘要 针对线性定常系统,基于 Guardian Maps 稳定理论提出了一种面向性能指标的控制器参数整定方法。将期望的闭环系统动态性能和稳定裕度指标转化为状态矩阵特征值的配置问题,进而利用 Guardian Maps 包围函数,在系统参数已知的条件下,可确定满足期望性能的全部控制器参数;在控制器参数既定时,可确定满足期望性能的系统参数许用摄动范围。仿真验证了所提方法的有效性,同时表明该方法通用性强,对 PID 控制、状态反馈及自适应等控制器参数整定问题均适用。

关键词 控制器;参数整定;Guardian Maps

**DOI** 10. 3969/j. issn. 1009-3516. 2014. 02. 002

中图分类号 TP113 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2014)02-0007-05

### A New Performance-oriented Controller Parameters Tuning Method

YAN Ya-yun, DONG Wen-han, XIE Wu-jie

(Aeronautics and Astronautics Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710038, China)

**Abstract**: Aimed at linear time-invariant system, a performance-oriented controller parameters tuning method is proposed based on Guardian Maps stability theory. First, the expected dynamic properties and stability margin of closed loop system are transformed into a problem of regime matrix eigenvalue assignment, and then the Guardian function is computed to determine all the controller parameters under condition of the plant parameters known. Simultaneously, the controller parameters are fixed, and the allowable range of system parameters can also be obtained. The method with strong universality can be used for PID, state feedback as well as adaptive controller parameters tuning, etc. Simulation results show that this proposed method is effective.

Key words: controller; parameters tuning; guardian maps

控制器参数整定问题一直得到普遍关注和广泛 研究<sup>[1-5]</sup>。已有的控制器参数整定方法可归纳为以 下几种:基于智能优化算法的控制器参数整定<sup>[1-2]</sup>; 基于模糊逻辑、自适应学习等先进控制理论的调节 器参数整定<sup>[3-4]</sup>;基于经典控制理论的频域参数整定 法<sup>[5]</sup>。智能优化算法的调参方法是在选定性能指标 (如跟踪误差)的前提下多次实验不断寻优,进而得 到满足精度要求的控制器参数,属于经验调参法,即 利用前面实验结果对参数修正。其优点在于可视系 统为黑箱,只测量输入输出,无需了解系统内部结

收稿日期:2013-11-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60904038)

作者简介:闫亚云(1990-),女,山东德州人,硕士生,主要从事现代控制理论研究. E-mail:yayun\_1990@126.com

**引用格式:**闫亚云,董文瀚,解武杰. 面向性能指标的控制器参数整定新方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(2):7-11. YAN Yayun,DONG Wenhan,XIE Wujie. A new performance-oriented controller parameters tuning method[J]. Journal of air force engineering university:natural science edition,2014,15(2):7-11.

构,极大地方便了对复杂系统的处理,但缺少必要的 稳定性证明,不便工程应用利用模糊逻辑<sup>[3]</sup>、自适应 学习<sup>[4]</sup>等先进控制理论进行控制器参数整定能够保 证系统优越的响应特性,但整定结果的具体性能指 标不明确,且整定算法复杂,对先验知识要求较高, 而实际工程中一些监督学习信号难以获取。经典的 频域法直接面向性能指标进行参数整定,整定结果 针对性强,工程应用倍受青睐。

值得注意的是,基于上述 3 种方法整定得到的 控制器参数都是一组或几组确定的值,无法知道控 制器参数变化多少,不能保证期望的性能指标,也不 能确定保证期望性能的系统参数许用摄动范围。即 上述方法的鲁棒性都是基于经验保证的。实际工程 中,一旦检测到控制器或系统参数发生漂移,该方法 应用就会出现问题。

加拿大学者 Saydy L 在 1989 年提出了 Guardian Maps 稳定理论<sup>[6]</sup>,该理论最初用来研究 n 阶方

0	1	 0
0	0	 0
0	0	 ÷
0	0	 1
0	0	 ÷
0	0	 0
÷	÷	 0
0	0	 0
$-\frac{b_0}{T}$	$-\left(K_{c}b_{0}+\frac{b_{1}}{T}+a_{0}\right)$	 $-\left(K_{c}b_{m-1}+\frac{b_{m}}{T}+\right.$

系统状态矩阵的特征值在复平面的位置决定了 系统性能<sup>[10]71-98</sup>。本文旨在整定 PI 控制器参数,使 闭环系统状态矩阵特征值配置在期望的复平面域。

# 2 基于 Guardian Maps 稳定理 论的控制器参数整定

Guardian Maps 稳定理论研究的是  $n \times n$  阶矩 阵的相对稳定性问题。若矩阵 A 的特征值配置在 复平面的某一区域  $\Omega$ ,则称 A 相对  $\Omega$  域稳定。线性 空间  $R^{n \times n}$  中相对  $\Omega$  域稳定的矩阵集合  $S(\Omega)$  为:

 $S(\boldsymbol{\Omega}) = \{ \boldsymbol{A} \in R^{n \times n} \mid \lambda(\boldsymbol{A}) \subset \boldsymbol{\Omega} \}$ (4) 式中  $\lambda(\boldsymbol{A})$  表示矩阵  $\boldsymbol{A}$  的特征值集合。

若矩阵 A 是不确定参数 r 的连续函数,  $r = (r_1, r_2, \cdots r_k)$ , 即 { $A(r) | r \in U \in R^k$ }, 如果对所有 的  $r \in U$  都有  $A(r) \in S(\Omega)$  成立,则称矩阵 A(r)相 对  $\Omega$  域具有鲁棒稳定性。

**定义1** Bialternate 算子

阵(或多项式)的鲁棒稳定性问题<sup>[7-9]</sup>。本文基于 Guardian Maps 稳定理论整定控制器参数,结果面 向性能指标,继承了经典频域法的优点,而且方法通 用性强,适用于 PID、状态反馈、自适应等控制器参 数整定问题。

## 1 系统描述

考虑如下 n 阶系统

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$
(1)

式中系统  $b_0, b_1, \dots, b_m$  和  $a_0, a_1, \dots, a_n$  为常值。

设计 PI 控制器为:

$$G_{c}(s) = K_{c} + \frac{1}{T_{c}s}$$
<sup>(2)</sup>

式中控制器参数  $K_e$ 、 $T_e$ 待整定,  $T_e \neq 0$ 。则单位 反馈闭环系统状态矩阵可写成:

	0	0		0	0	
	0	0	•••	0	0	
	0	0		0	0	
	÷	0		0	0	
	1	÷		0	0	(3)
	÷	1	÷	0	0	(3)
	÷	1	÷	0	0	
	0		0	1	:	
$-a_{m-1}$	$-(K_{c}b_{m}+a_{m})$	$-a_m$		$-a_{n-2}$	$-a_{n-1}$	

设 A、 $B \in R^{n \times n}$ ,那么矩阵 A = B的 Bialternate 乘法记做  $A \circ B$ ,  $\circ$ 表示 Bialternate 乘子,  $A \circ B$  是一个  $\frac{1}{2}n(n-1)$ 维的矩阵,其计算方法为:

$$(\boldsymbol{A} \circ \boldsymbol{B})_{ij} = f(\boldsymbol{V}_i^n; \boldsymbol{V}_j^n)$$
(5)

式中 $V_i^n$ 为 $V^n$ 的第i个元素, $V^n = [(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), \dots (n,n-1)]$ 

$$f((p,q);(r,s)) = \frac{1}{2} \left[ \det \begin{bmatrix} a_{pr} & a_{ps} \\ b_{qr} & b_{qs} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} b_{pr} & b_{ps} \\ a_{qr} & a_{qs} \end{bmatrix} \right]$$

式中 $a_{ij}$ 、 $b_{ij}$ 表示矩阵A、B的第(i,j)元。

定义2 包围函数

设 ν 是空间  $R^{n \times n}$  到复平面 C 的映射函数。如 果对  $\forall A \in S(\Omega)$ 都有如下的关系成立:

$$v(\mathbf{A}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{A} \in \partial S(\mathbf{\Omega})$$
(6)

则称v(A)是集合 $S(\Omega)$ 的包围函数。其中,S表示 S的封闭集合, $\partial S$ 表示S的边界。例如, $\partial \Omega$ 如图 1,此时 $S(\Omega)$ 对应的包围函数见式(7),当 $\sigma=0$ 时,





图 1 矩阵特征值的期望配置域

Fig.1 The expected domain of matrix eigenvalues 注:关于句. 用函数的计算可参考文献 [6]。

对于 n 阶闭环系统,其状态矩阵  $A_s(见式(3))$ 的特征值依赖于系统参数和待整定控制器参数。根据期望的性能可确定  $A_s$ 特征值在复平面的期望域  $\Omega_o$ 按照定义 2 可计算  $S(\Omega)$ 对应的包围函数  $v_{\Omega}$  $(A_s)_o$ 下面利用  $v_{\Omega}(A_s)$ 整定控制器参数,使得  $\lambda$  $(A_s) \subset \Omega_o$ 

**定理1** 设矩阵 A 是不确定参数 r 的连续函数,即 { $A(r) | r \in U$ }, $v_{\alpha}(A)$ 是  $S(\Omega)$ 的包围函数,存在  $r^{\circ} \in U$ 满足  $A(r^{\circ}) \in S(\Omega)$ 。如果对  $\forall r \in U$ 都有  $v_{\alpha}(A) \neq 0$ 成立,则对  $\forall r \in U$ 有

$$\boldsymbol{A}(r) \in S(\boldsymbol{\Omega}) \tag{8}$$

证明:假设存在  $r^1 \in U$  使得  $A(r^1) \notin S(\Omega)$ ,因为存 在  $r^0 \in U$  满足  $A(r^0) \in S(\Omega)$ ,则由 A(r)的连续性 可知存在  $r^{01} \in (r^0, r^1) \subset U($ 或  $r^{01} \in (r^1, r^0) \subset U)$ 满足  $A(r^{01}) \in \partial S(\Omega)$ 。又 v(A)是  $S(\Omega)$ 的包围函 数,依据定义 2,当  $A(r^{01}) \in \partial S(\Omega)$ 时可推出  $v_{\alpha}$ (A) = 0,这与  $v_{\alpha}(A) \neq 0$  相矛盾。证毕。

通过定理1易得如下推论,会:

$$W = \{ \boldsymbol{r} \in R^{k} \mid v_{\boldsymbol{\Omega}} (\boldsymbol{A} (r)) = 0 \}$$
(9)

则集合 W 将参数空间  $R^k$  分成 m 个子空间, 用  $\Gamma_i$ 表示第 i 个子空间。必存在子空间  $U = \Gamma_j$ , 使  $\{A(r) \mid r \in U \in R^k\}$ 相对  $\Omega$  域具有鲁棒稳定性。

若系统参数确切已知,可由定理1及其推论确 定使 $A_s$ 特征值配置在 $\Omega$ 域的全部控制器参数,即 确定 $K_e$ 、 $T_e$ 的参数空间U满足矩阵集合  $\{A_s(K_e, T_e) \mid (K_e, T_e) \in U\}$ 相对 $\Omega$ 域稳定。

系统实际运行时,系统参数不可避免会产生摄动,工程上需要知道满足期望性能的系统参数摄动 范围。包围函数 v<sub>a</sub> (A<sub>s</sub>)是系统参数和控制器参数 的函数,若系统控制器参数既定,则由 v<sub>a</sub> (A<sub>s</sub>)可得 满足期望性能的系统参数空间 U。

将本文提出的方法步骤归纳如下:

**步骤1** 提出期望的闭环系统性能指标,选定 控制器类型;

步骤2 根据期望的性能指标确定闭环系统状

态矩阵特征值在复平面的期望域,即 $\Omega$ 域;

步骤3 计算 $\Omega$ 域对应的包围函数 $v_{\Omega}$ ;

步骤4 令  $v_{\Omega} = 0$ ,确定参数空间  $U_{\circ}$ 

在系统参数已知的条件下,则得到的U是满足 期望性能的全部控制器参数;反之,若确定了控制器 参数,则得到的U就是系统参数的允许摄动范围。

## 3 仿真算例与分析

以如下被控对象为例:

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \tag{10}$$

式中K、 $\tau$ 为系统参数,K=5, $\tau=0.05$ 。

步骤1 提出期望性能指标,选定控制器。

期望的稳态性能指标:闭环系统具有  $e^{-\sigma}$  ( $\sigma \geq$  1)的指数渐近稳定特性。

期望的动态性能指标:闭环系统极点配置在阻 尼角 β ≤45<sup>°</sup>的复平面内,以约束系统动态超调。

设计 PI 控制器:

$$G_{c}(s) = K_{c} + \frac{1}{T_{c}s} \tag{11}$$

则单位反馈闭环系统状态矩阵可写成:

0	1	0
0	0	1
K	$K_{c}K$	_ 1
$T_c \tau$	τ	τ

#### 步骤2 确定Ω域。

为使闭环系统具有  $e^{-\sigma t}$  ( $\sigma \geq 1$ )的渐近稳定特性,则闭环系统状态矩阵特征值的期望配置域 $\Omega_1$  为图 1 阴影区,对应  $\sigma \geq 1$  情形。为约束动态超调,将闭环系统状态矩阵特征值配置在图 2(a)中的阴影区域,即 $\Omega_2$ 。若使闭环系统同时具备上述稳态和动态性能指标,则闭环系统状态矩阵特征值的期望配置域 $\Omega = \Omega_1 \cap \Omega_2$ ,见图 2(b)。



步骤3 计算包围函数。

$$v_{\boldsymbol{\alpha}_1}(\boldsymbol{A}) = \det(\boldsymbol{A} \circ \boldsymbol{I} + \boldsymbol{I} \circ \boldsymbol{I}) \det(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{I}) =$$

$$\frac{(2T_c - \aleph_t T_c + \aleph_t^2 T_c - K_c K T_c + 2K_c K_t T_c + K_t)(t T_c - T_c + K_c K T_c - K)}{\aleph T_c^2 t^3}$$
(12)  
$$v_{\boldsymbol{\Omega}^2} (\boldsymbol{A}) = \det(\boldsymbol{A}^2 \circ \boldsymbol{I}) \det(\boldsymbol{A}) =$$
$$-K_c^2 K T_c^2 + 2K_c^3 K^2 \tau T_c^2 - 4K_c K_t T_c + 2T_c + K_t^2$$
(13)  
$$v_{\boldsymbol{\Omega}} (\boldsymbol{A}) = v_{\boldsymbol{\Omega}^1} (\boldsymbol{A}) v_{\boldsymbol{\Omega}^2} (\boldsymbol{A})$$
(14)

#### 3.1 整定控制器参数

首先整定控制器参数,使闭环系统稳态性能指标满足  $e^{-\alpha}$  的收敛特性。由  $K = 5, \tau = 0.05$ ,令 $v_{a1}(A(K_c, T_c))|_{K=5, \tau=0.05} = 0$ ,则得到二维空间的划分 $\Gamma_i$ ,见图 3。 $\Gamma_2$ 即为满足矩阵 A 的特征值始终配置在图 1 阴影区的控制器参数的空间。在 $\Gamma_2$ 内任取 4 组参数,对应的闭环系统特征值见图 4。



图 3 控制器参数空间(期望域为 $\Omega_1$ )

Fig. 3 Controller parameters space (Expected domain is  $\boldsymbol{\Omega}_1$ )



Fig. 4 Eigenvalues dispersion (Expected domain is  $\boldsymbol{\Omega}_1$ )

由图 3 和图 4 可见,选取参数越靠近 *Γ*<sub>2</sub> 区左下 角,特征值离虚轴越远,系统稳定裕度越大。

若使闭环系统具有 e<sup>-at</sup> 的收敛性能且限制动态 超调,则闭环系统极点应配置在图 2(b)的阴影区。 令 $v_{\Omega}(A(K_{e},T_{e}))|_{K=5,r=0.05}=0,得到二维空间的$  $划分,见图 5。满足期望性能的控制器参数 <math>K_{e}$ 、 $T_{e}$ 在 $\Gamma_{2}$ 中。图 6 为 $\Gamma_{2}$  区域内四组控制器参数对应的 闭环系统状态矩阵特征值分布。

对比图 3 和图 5,若期望的性能指标更严格时, 许用的控制器参数空间在原来的基础上被再次分 割。图 5 阴影区域面积约为图 3 阴影区域面积的 1/2,这说明如果兼顾闭环系统的稳态性能和动态性 能,那么可选的控制器参数将减半。



图 5 控制器参数空间(期望域为 Ω)

Fig. 5 Controller parameters space (Expected domain is  $\boldsymbol{\Omega}$ )

图 6 特征值分布(期望域为**Ω**)

Fig. 6 Eigenvalues dispersion (Expected domain is  $\boldsymbol{\Omega}$ )

#### 3.2 确定系统参数许用摄动范围

假定选用的控制器参数为  $K_c = 0.9$ ,  $T_c = 0.5$ , 确定系统参数的许用摄动范围, 使系统具有  $e^{-\alpha}$  的 收敛性能。令 $v_{\alpha 1}$  ( $A(K,\tau)$ ) |<sub> $K_c=0.9,T_c=0.5$ </sub> = 0,得到 二维空间的划分见图 7。只要系统参数  $K,\tau$  在  $\Gamma_1$ 内,就能够保证期望的系统性能。在  $\Gamma_1$  内取点:K不变,  $\tau$  摄动±20%;  $\tau$  不变, K 摄动±20%, 图 8 为 对应的状态矩阵特征值分布。





图 8 特征值分布(期望域为 **Ω**<sub>1</sub>) Fig. 8 Eigenvalues dispersion(Expected domain is **Ω**<sub>1</sub>)

11

由图 7 和图 8 可见,系统参数  $K_{\tau}$  分别摄动± 20%,选用的控制器参数  $K_c = 0.9$ ,  $T_c = 0.5$  仍能保 证闭环系统具有期望的性能。当  $\tau$  向小于 0.05 的 方向摄动时,闭环系统状态矩阵特征值实部减小,系 统稳定裕度增大;反之,系统稳定裕度减小。当 K向大于 5 的方向摄动时,则闭环系统状态矩阵特征 值虚部增大。

## 4 关于 Guardian Maps 稳定理论的 进阶讨论

本文研究了 n 阶线性系统的 PI 控制器的参数 整定问题。基于 Guardian Maps 稳定理论的控制器 参数整定方法是利用系统状态矩阵进行参数整定 的,算法并不涉及控制矩阵与输出矩阵的相关信息, 所以该参数整定方法对 MIMO 系统是适用的。

从上文的定理1可见,如果待整定参数较多,那 么利用包围函数得到的参数空间是空间多面体,不 利于直接读取。可行的办法是先指定某些待整定参 数,进而得到低维的参数空间。当然,借助先进的软 件技术,直接获得高维空间数据也是可以实现的。

此外,本文方法不仅可以整定 PI 控制器参数, 对状态反馈控制、自适应控制等控制器设计中的参 数整定问题均适用。可以将线性系统描述成状态空 间的形式,将期望的性能转化为配置闭环系统矩阵 特征值在复平面的某一个期望域,在此基础上就能 够利用包围函数确定满足期望性能的参数空间。

#### 5 结语

本文基于 Guardian Maps 稳定理论提出一种控制器参数整定方法,文中的推导和仿真证明了该理论的有效性。基于该理论的整定方法可以确定满足期望性能指标的全部控制器参数和系统参数的许用 摄动范围。在实际工程中利用该方法,工程师能够预估所有满足期望性能的控制器参数和系统参数,能够确定参数漂移多少系统将不能使用,且这一信息不是单单依赖于经验,而是以严格的理论证明为基础的。

#### 参考文献(References):

[1] 王介生,高宪文.基于改进混合蛙跳算法的电渣重熔过程多变量 PID 控制器设计[J].控制与决策,2011,26(11):1731-1734. WANG Jiesheng, GAO Xianwen. Design of multivariable PID controller of electroslag remelting process based on improved shuffled frog leaping algorithm[J]. Control and decision,2011,26(11): 1731-1734.(in Chinese)

- [2] 郝齐,关立文,王立平.基于遗传算法并联机床电机伺服系统 控制参数整定[J].清华大学学报,2010,50(11): 1081-1086.
   HAO Qi, GUAN Liwen, WANG Liping. GA-based control parameter tuning of parallel machine tool motor servo systems[J]. Journal of tsinghua university:sci & tech,2010,50 (11): 1081-1086.(in Chinese)
- [3] 陈学松,杨宜民.基于执行器-评价器学习的自适应 PID 控制
   [J].控制理论与应用,2011,28(8): 1187-1192.
   CHEN Xuesong, YANG Yimin. A novel adaptive PID controller based on Actor-Critic learning[J]. Control theory & applications,2011,28(8): 1187-1192.(in Chinese)
- [4] 楚纪正,杜彬.RTD-A 控制器参数性能分析及在线模糊自整 定[J].上海交通大学学报,2011,45(8):1167-1170.
   CHU Jizheng, DU Bin. Performance analysis and online fuzzy self-tuning of RTD-a controller's parameters[J]. Journal of shanghai jiaotong university,2011,45(8):1167-1170.(in Chinese)
- [5] 李传江,郭延宁,张永合,等.基于时频域分析的轮控航天器姿态控制规律参数整定[J]. 宇航学报,2011,32(11):3319-3322.

LI Chuanjiang, GUO Yanning, ZHANG Yonghe, et al. Parameter auning for the attitude control algorithm of wheel controlled spacecraft based on time and frequency domain analysis[J]. Journal of astronautics, 2011,32(11): 3319-3322. (in Chinese)

- [6] Saydy L, Tits A, Abed E. Guardian maps and the generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials
   [J].Mathematics of Control, Signals and Systems, 1989, 3, 345-371.
- [7] Saussié D, Saydy L, Akhrif Q. Longitudinal flight control design with handling quality requirements [J]. The aeronautical journal.2006.110:10-12.
- [8] Saussié D, Akhrif O, Saydy L. Aircraft pitch rate control design with guardian maps[C]//Proceeding of 18th mediterranean conference on control & automation congress palace Hotel. Marrakech, Morocco:IEEE,2010:1473-1478.
- [9] Saussié D, Akhrif Q, Saydy L. Robustness augmentation of an aircraft pitch rate controller[C]//Proceeding of 19th mediterranean conference on control & automation. Corfu, Greece: IEEE press, 2011:265-270.
- [10] 胡寿松.自动控制原理[M].5版.北京:科学出版社,2007.
   HU Shousong. Automatic control theory[M].5th ed. Beijing: Science press, 2007:71-98.(in Chinese)