

考虑多约束的 UCAV 对地攻击轨迹规划

王 铀^{1,2}, 赵 辉¹, 臧守飞¹, 骆 勋², 方 勇²

(1.空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038;2.95737 部队,重庆,402361)

摘要 针对多约束条件下 UCAV 对地攻击轨迹规划问题,提出了一种基于 Radau 伪谱法(RPM)的求解策略。首先,分析并建立 UCAV 三自由度(3-DOF)质点模型,初始和终端位置、速度、姿态、飞行性能、敌方火力或探测威胁、禁飞区、地形等约束条件模型,构建考虑多约束的 UCAV 对地攻击轨迹规划模型;在分析 RPM 求解最优控制问题的基本原理及实现方式的基础上,采用 RPM 将轨迹规划的最优控制问题转化为非线性规划问题;最后,利用 SNOPT 软件包求解,并进行了数字仿真。仿真结果表明,该方法能以较高的精度和速度生成满足多种复杂约束要求、连续并且真实可行的最优轨迹。

关键词 轨迹规划;最优控制;Radau 伪谱法;无人作战飞机

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.06.002

中图分类号 V249.1;V279 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2012)06-0006-05

无人作战飞机(Unmanned Combat Aerial Vehicle, UCAV)是集探测、识别、决断和作战功能为一体的无人机系统^[1-3]。世界各军事强国都在大力发展无人作战飞机,特别是其自主攻击作战的性能。为适应未来信息化作战的迫切需求,因此深入研究用于无人作战飞机自主攻击的轨迹规划技术意义重大。轨迹规划技术是实现 UCAV 自主攻击的关键技术。目前,国内外对其研究主要包括:人工势场法、路图法、智能计算方法^[2-3]、基于采样的规划方法、最优控制法^[4-6]等。近年来,最优控制法中的伪谱法成为研究热点^[4-6]。常见的伪谱方法包括:Chebshev(CPM)、Legendre^[7](LPM)、Gauss^[8](GPM)以及 Radau 伪谱法^[9](RPM)。Radau 伪谱法因其结构简单、精度高、指数性收敛速度得到了快速发展。针对 UCAV 对地攻击轨迹规划问题约束条件众多且复杂、求解困难的问题,本文提出了一种基于 Radau 伪谱法(RPM)的求解策略。

1 对地攻击轨迹规划问题数学建模

1.1 UCAV 三自由度质点模型

地理坐标系下, UCAV 的质点运动学方程为:

$$\dot{x} = v_u \cos \gamma \cos \phi + W_x, \quad \dot{y} = v_u \cos \gamma \sin \phi + W_y, \quad \dot{h} = v_u \sin \gamma + W_h \quad (1)$$

航迹坐标系下, UCAV 的质点动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{v}_u = \frac{(T \cos \alpha - D)}{m} - g \sin \gamma - \dot{W}_x \cos \gamma \cos \phi - \dot{W}_y \cos \gamma \sin \phi - \dot{W}_h \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{(L + T \sin \alpha) \cos \mu}{(m v_u)} - \frac{g \cos \gamma}{v_u} + \frac{\dot{W}_x \sin \gamma \cos \phi}{v_u} + \frac{\dot{W}_y \sin \gamma \sin \phi}{v_u} - \frac{\dot{W}_h \cos \gamma}{v_u} \\ \dot{\phi} = \frac{(L + T \sin \alpha) \sin \mu}{(m v_u \cos \gamma)} + \frac{\dot{W}_x \sin \phi}{(v_u \cos \gamma)} - \frac{\dot{W}_y \cos \phi}{(v_u \cos \gamma)} \end{cases} \quad (2)$$

式中: (x, y, h) 表示 UCAV 在地理坐标系中的经度、纬度和高度; v_u 为 UCAV 的真空速; $\gamma, \phi, \alpha, \mu$ 分别为航

收稿日期:2012-02-27

基金项目:航空科学基金资助项目(20105196016)

作者简介:王 铀(1985-),男,湖南长沙人,硕士生,主要从事精确制导武器及军用无人机总体设计及使用研究。

E-mail:WANG-KGY@163.com

迹倾角、航向角、迎角、滚转角; m 为UCAV的质量; g 为重力加速度; $T = \delta T_{\max}$ 为发动机推力, $\delta \in [0, 1]$ 为油门位置; T_{\max} 为发动机最大可用推力; $D = 0.5 \rho v^2 S C_D$ 为阻力; $L = 0.5 \rho v^2 S C_L$ 为升力; (W_x, W_y, W_h) 和 $(\dot{W}_x, \dot{W}_y, \dot{W}_h)$ 分别为风速和风力加速度沿坐标轴的分量^[6]。

1.2 UCAV对地攻击的约束条件

1.2.1 边界条件约束

$$x(t_b) = x_0, y(t_b) = y_0, h(t_b) = h_0, v(t_b) = v_0, \gamma(t_b) = \gamma_0, \psi(t_b) = \psi_0, m(t_b) = m_0 \quad (3)$$

$$|x_{\text{LAR}} - x_f| \leq \Delta x, |y_{\text{LAR}} - y_f| \leq \Delta y, |h_{\text{LAR}} - h_f| \leq \Delta h, v(t_f) = v_f, \gamma(t_f) = \gamma_f, \psi(t_f) = \psi_f, \alpha(t_f) = \alpha_f \quad (4)$$

$$n_u(t_f) \leq n_{m-\max}, \mu_{m-\min} \leq \mu(t_f) \leq \mu_{m-\max} \quad (5)$$

式(3)、式(4)分别为UCAV的初始和终端位置、速度、姿态约束, $(x_{\text{LAR}}, y_{\text{LAR}}, h_{\text{LAR}})$ 为攻击轨迹末端武器发射参考点坐标, $\Delta x, \Delta y$ 和 Δh 为给定的允许偏差。式(5)中, $n_u = \frac{L+T \sin \alpha}{mg}$ 为载机法向过载, $n_{m-\max}$ 为导弹

发射时允许的最大法向过载, $\mu_{m-\min}$ 和 $\mu_{m-\max}$ 为导弹发射时允许的最小、最大滚转角。

1.2.2 过程约束

$$\begin{cases} h_{\min} \leq h(t) \leq h_{\max}, v_{\min} \leq v(t) \leq v_{\max}, \gamma_{\min} \leq \gamma(t) \leq \gamma_{\max}, \psi_{\min} \leq \psi(t) \leq \psi_{\max}, \alpha_{\min} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max} \\ \mu_{\min} \leq \mu(t) \leq \mu_{\max}, |\dot{\alpha}(t)| \leq \dot{\alpha}_{\max}, |\dot{\mu}(t)| \leq \dot{\mu}_{\max}, m_{\min} \leq m(t), 0 \leq \delta \leq 1, n_u(t) \leq n_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

$$\|x(t) - x_{T,i}, y(t) - y_{T,i}, h(t) - h_{T,i}\|_2 \geq R_{T,i} \quad (i=1, 2, \dots, N_T) \quad (7)$$

$$\|x(t) - x_{NF,i}, y(t) - y_{NF,i}\|_2 \geq R_{NF,i} \quad (i=1, 2, \dots, N_{NF}) \quad (8)$$

式(6)~(8)分别为平台机动性能、敌方火力或探测威胁、禁飞区约束, $x(t), y(t), h(t), v(t), \gamma(t), \psi(t), \alpha(t), \mu(t), \dot{\alpha}(t), \dot{\mu}(t), m(t), n_u(t)$ 分别为UCAV的经度、纬度、高度、速度、航迹倾角、航向角、迎角、滚转角、迎角变化率、滚转角变化率、质量、法向过载; 下标“min, max”分别表示对应参数允许的最小、最大值; m_{\min} 为携带最小安全燃油量的飞行器重量; $\|\cdot\|_2$ 表示两点之间的距离; $(x_{T,i}, y_{T,i}, h_{T,i})$ 和 $R_{T,i}$ 分别为第 i 个威胁的中心坐标及作用半径; $(x_{NF,i}, y_{NF,i})$ 和 $R_{NF,i}$ 分别为第 i 个禁飞区的中心坐标及半径。需要说明的是本文将敌方火力或探测威胁的作用范围近似看做半球, 采用式(7)的约束使规划轨迹避开威胁半球; 将气象等原因形成的禁飞区看做无限长圆柱体, 采用式(8)的约束使规划轨迹与该圆柱不能相交。

UCAV对地攻击时, 地形约束是必须要考虑的重要因素。为简化轨迹规划算法, 提高计算效率, 减少数字地图的存储空间, 需要对数字地图信息进行必要的预处理^[10], 主要包括: 地形、地物信息融合, 根据地形坡度、曲率、间隙限制平滑地形, 高度插值。

UCAV在飞行过程中, 一方面为了避免撞地, 必须高于地面一定高度飞行; 另一方面, UCAV通过地形跟随可以最大限度地发挥无人机的隐身性能, 达到打击的突然性和保护己方不受打击。因此需要使飞机离地高度满足在一定范围内, 即:

$$h_{\text{safe}} \leq h(t) - h_{\text{terrain}}(t) \leq h_{\text{follow}} \quad (9)$$

式中: $h_{\text{terrain}}(t)$ 为地形高度; h_{safe} 为UCAV最小安全飞行离地高度; h_{follow} 为考虑地形跟随以发挥隐身性能所确定的高度。

1.3 目标函数

对于对地攻击任务来说, 提升攻击的时效性是一个重要的指标, 即最小化攻击时间, 这对攻击时敏目标尤为重要。最小时间性能指标为:

$$\min J_{\text{time}} = t_f \quad (10)$$

1.4 最优控制问题框架

本文将多约束条件下的轨迹规划问题转化为最优控制问题; 定义迎角 α 、滚转角 μ 、油门 δ 为伪控制量, $U(t) = [\alpha \ \mu \ \delta]^T \in \mathbf{R}^3$, 则问题转化为寻找 $U(t)$, 最小化迈耶尔(Mayer)型性能指标式(10)为:

$$\min_{U(t)} J = \Phi[\mathbf{X}(t), t_f] \quad (11)$$

式中: $\mathbf{X}(t) = [x \ y \ h \ v \ \gamma \ \psi \ m]^T \in \mathbf{R}^7$ 为状态变量; $t \in [t_b, t_f]$, 终端时间 t_f 自由。满足动力学微分方程约束式(1)~(2)、边界条件式(3)~(5)以及不等式约束式(6)~(9), 即:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = f(\mathbf{X}(t), U(t), t) \quad (12) \quad \varphi[\mathbf{X}(t_b), t_b, \mathbf{X}(t_f), t_f] = 0 \quad (13) \quad C[\mathbf{X}(t), U(t), t] \leq 0 \quad (14)$$

2 对地攻击轨迹规划问题的求解策略

Radau 伪谱法(Radau Pseudospectral Method, RPM)是采用全局插值多项式的有限基在一系列 Legendre-Gauss-Radau (LGR)点上近似状态和控制变量,用配点规则保证微分方程组满足约束条件,将微分方程约束转化为代数约束,从而将最优控制问题转化为非线性规划问题^[4]。

最优控制问题的时间区间为 $t \in [t_0, t_f]$,采用伪谱法需要将时间区间转换到 $\tau \in [-1, +1]$ 。将 $t \in [t_0, t_f]$ 分成 K 个网格,且 $\forall t \in [t_{k-1}, t_k], k=1, 2, \dots, K, t_0 < t_1 < \dots < t_K = t_f$,做如下映射变换:

$$\tau = [2t - (t_k + t_{k-1})] / (t_k - t_{k-1}), \quad t_{k-1} < t_k \quad (15)$$

状态变量在第 $k \in [1, 2, \dots, K]$ 个网格处可以近似表示为:

$$\mathbf{X}^{(k)}(\tau) = \sum_{j=1}^{N_k+1} X_j^{(k)} L_j^{(k)}(\tau), \quad L_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \bar{\alpha}^{(k)}}{\tau_j - \bar{\alpha}^{(k)}}, \quad j = 1, 2, \dots, N_k + 1 \quad (16)$$

式中: $L_j^{(k)}(\tau)$ 为 Lagrange 插值多项式; $\{\bar{\alpha}^{(k)}, \bar{\alpha}^{(k)}, \dots, \bar{\alpha}_{N_k}^{(k)}\}$ 为第 k 个网格的 LGR 配置点; $\bar{\alpha}_{N_k+1}^{(k)} = +1$ 为未配置点,表示结束时刻。

与状态变量不同的是,控制变量在 $1, 2, \dots, K-1$ 个网格处的用如下的 N_k 阶 Lagrange 多项式来逼近:

$$\mathbf{U}^{(k)}(\tau) = \sum_{i=1}^{N_k+1} \mathbf{U}_i^{(k)} \hat{L}_i^{(k)}(\tau) \quad \hat{L}_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \bar{\alpha}^{(k)}}{\tau_j - \bar{\alpha}^{(k)}}, \quad k \in [1, 2, \dots, K-1] \quad (17)$$

因为终端时间 t_f 没被配置,第 K 个网格的控制变量用如下的 $(N_k - 1)$ 阶 Lagrange 多项式用来近似表示:

$$\mathbf{U}^{(k)}(\tau) = \sum_{i=1}^{N_k} \mathbf{U}_i^{(k)} \tilde{L}_i^{(k)}(\tau) \quad \tilde{L}_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_k} \frac{\tau - \bar{\alpha}^{(k)}}{\tau_j - \bar{\alpha}^{(k)}}, \quad k = K \quad (18)$$

根据上述插值近似方法,则性能指标函数可以近似表示为:

$$J \approx \Phi(\mathbf{X}^{(1)}, t_0, \mathbf{X}_{N_k+1}^{(K)}, t_K) \quad (19)$$

动力学微分约束为:

$$\frac{d\mathbf{X}^{(k)}(\tau)}{d\tau} \equiv \dot{\mathbf{X}}^{(k)}(\tau) = \frac{t_k - t_{k-1}}{2} f(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{U}_i^{(k)}, \bar{\alpha}^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \quad (20)$$

不等式约束可离散为:

$$C(\mathbf{X}_i^{(k)}, \mathbf{U}_i^{(k)}, \bar{\alpha}^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_k \quad (21)$$

边界条件约束可以近似表示为:

$$\varphi(\mathbf{X}^{(1)}, t_0, \mathbf{X}_{N_k+1}^{(K)}, t_K) = 0 \quad (22)$$

为保证网点的连续性,需满足 $\mathbf{X}_{N_k+1}^{(k)} = \mathbf{X}^{(k+1)}$,至此,1.4 节的对地攻击轨迹规划问题被转化为受一系列代数约束的参数优化问题,可以采用非线性规划的方法进行求解。

3 系统仿真

为了验证文中方法的有效性,对UCAV对地攻击轨迹规划过程进行数字仿真。仿真场景如下:UCAV从地理坐标系中(5, 10, 0.2)km点开始攻击,初始速度 $v_0 = 210$ m/s,航迹角 $\gamma = 0^\circ$,航向角 $\phi = 60^\circ$,总质量 $m = 17\ 680$ kg,特征面积 $S = 49.24$ m²,武器发射参考点坐标为(35, 30, 0.3)km,终端速度 $v_f = 300$ m/s,航迹角 $\gamma_f = 0^\circ$,航向角 $\phi_f = 75^\circ$,飞机性能参数参见文献[5];目标区中部署2个地方火力威胁AA及1个禁飞区NF,具体见图1,数字地图采用文献[1]中的方法生成,并利用文献[10]的方法进行预处理。

仿真在PC机上进行,CPU为2.79 GHz,在Matlab环境下利用SNOPT软件包进行求解。算例求得的满足约束要求的最短时间为105.821 0 s,运算时间为30.47 s,算法具有一定的实时性。从图1~2中可以看出,生成的飞行轨迹比较平滑,不仅能灵活地避开威胁,而且能跟踪地形并以规定的速度和投放姿态进入武器投放参考点。一般的航迹规划只能满足位置要求,且不能满足终端速度、姿态要求。值得注意的是,轨迹后端明显为一个拉起俯冲攻击过程,这与实际作战也是符合的。

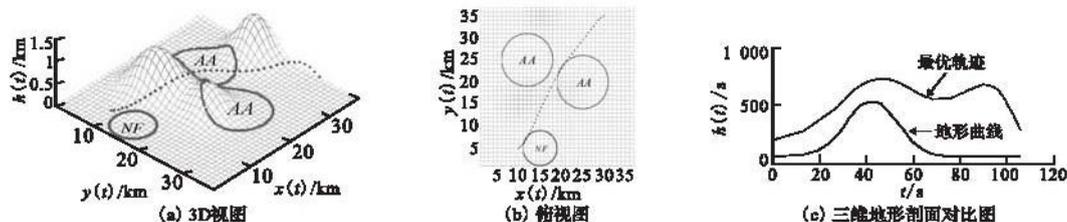


图1 UCAV对地攻击最优攻击轨迹

Fig. 1 Optimal air-to-ground attack trajectory of UCAV

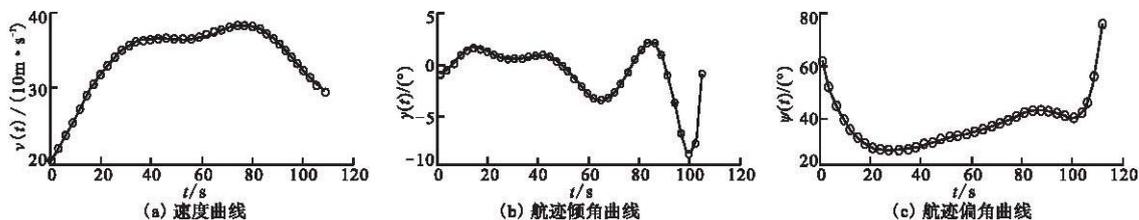


图2 最优攻击轨迹的仿真结果

Fig. 2 Simulation results of optimal attack trajectory

4 结语

本文建立了多约束条件下的UCAV对地攻击轨迹规划模型,提出了一种基于Radau伪谱法(RPM)的求解策略,为这一类最优控制问题的求解思路提供了参考。仿真结果表明,该方法能综合考虑飞机平台性能、燃油、禁飞区、地形、火力或探测威胁、制导武器可攻击区等各种复杂约束要求,精度和速度较高生成最优轨迹满足终端位置、速度、姿态要求,连续并且真实可行,对轨迹规划问题的工程应用具有一定意义。

参考文献(References):

- [1] 黄长强,曹林平,翁新伟,等.无人作战飞机精确打击技术[M].北京:国防工业出版社,2011.
HUANG Changqiang, CAO Linping, WENG Xinwei, et al. Precision strike technology for UCAV[M]. Beijing: National defense industry press, 2011. (in Chinese)
- [2] Jung Leng Foo. Path planning of unmanned aerial vehicles using B-splines and particle swarm optimization[J]. Journal of aerospace computing, information, and communication, 2009, 6(4): 271-290.
- [3] 丁达理,宋磊,贺建良,等.基于Voronoi图和离散微粒群优化算法的UCAV攻击轨迹决策[J].空军工程大学学报:自然科学版,2012,13(2):1-5.
DING Dali, SONG Lei, HE Jianliang, et al. Attack trajectory decision-making for UCAV based on voronoi diagram and DPSO algorithm[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2012, 13(2): 1-5. (in Chinese)
- [4] Darby Christopher L, Hager William W, Rao Anil V. Direct trajectory optimization using a variable low-order adaptive pseudospectral method[J]. Journal of spacecraft and rockets, 2011, 48(3): 433-445.
- [5] 张煜,张万鹏,陈璟,等.基于Gauss伪谱法的UCAV对地武器投放轨迹规划[J].航空学报,2011,32(7):1240-1251.
ZHANG Yu, ZHANG Wanpeng, CHEN Jing, et al. Air to ground weapon delivery trajectory planning for UCAVs using Gauss pseudospectral method[J]. Acta aeronautica et astronautica sinica, 2011, 32(7): 1240-1251. (in Chinese)
- [6] Williams P. Three-dimensional aircraft terrain following via real-time optimal control[J]. IEEE journal of guidance, control, and dynamics, 2007, 30(4): 1201-1205.
- [7] Elnagar G, Kazemi M, Razzaghi M. The pseudospectral legendre method for discretizing optimal control problems[J]. IEEE transactions on automatic control, 1995, 40(10): 1793-1796.
- [8] Benson D. A Gauss pseudospectral transcription for optimal control[D]. Boston: Massachusetts institute of technology, 2004.
- [9] Kameswaran S, Biegler L T. Convergence rates for direct transcription of optimal control problems using collocation at Radau points[J]. Computational optimization and applications, 2008, 41(1): 81-126.
- [10] 戴娇笠,周德云,杜昌平.基于数字地图的导弹可飞行面设计[J].电光与控制,2008,15(3):25-28.
DAI Qiaoli, ZHOU Deyun, DU Changping. Digital map based flyable surface design for missiles[J]. Electronics optics

and control, 2008, 15(3):25-28. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

Research on Air-to-ground Trajectory Planning for UCAVs Considering Multi-restriction

WANG You^{1,2}, ZHAO Hui¹, ZANG Shou-fei¹, LUO Xun², FANG Yong²

(1. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. Unit 95737, Chongqing 402361, China)

Abstract: This paper presents a strategy to deal with the issue of air-to-ground trajectory planning for Unmanned Combat Aerial Vehicle (UCAV) considering multi-restriction by using a Radau Pseudospectral Method (RPM). First, the paper establishes and analyzes a 3-DOF UCAV model and various complicated constraint models such as the preliminary and terminal position, speed, attitude, flying performance, enemy fire or detection threats, the no-fly zone terrain and so on, then, an air-to-ground trajectory planning for UCAV considering multi-restriction model is founded. After analyzing the basic principle that RPM solves the optimal control problems and how to implement it, the RPM is adopted to transform the optimal control problem for trajectory planning into a nonlinear planning problem. Finally, the problem is solved by using the SNOPT software package, and a numeric simulation is carried out. The simulation results show that the RPM can generate a continuous, viable and optimal trajectory satisfying various complicated constraints.

Key Words: trajectory planning optimal control; Radau pseudospectral method; unmanned combat aerial vehicle

本刊相关链接文献:

- [1] 丁达理, 宋磊, 贺建良, 张洪波. 基于 Voronoi 图和离散微粒群优化算法的 UCAV 攻击轨迹决策[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2012, 13(2): 1-5.
- [2] 郭辉, 徐浩军, 刘殿玉, 王大博. 基于自适应混合粒子群算法的协同多目标攻击空战[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(2): 16-20.
- [3] 姚佩阳, 薛艺莉, 王冬旭. 迎头抢攻飞行轨迹数学建模及评估[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(2): 6-10.
- [4] 胡杰, 赵辉, 黄长强, 等. 优势变精度粗糙集在 UCAV 威胁估计中的应用[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2009, 10(5): 27-31.
- [5] 郑海, 黄树彩, 刘晖. 攻击机对地攻击 WSEIAC 模型研究[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2004, 5(2): 27-29.