

# 极值理论在飞机操纵系统安全性评估中的应用

张天, 潘天峰, 张蓉

(空军工程大学航空航天工程学院, 陕西西安, 710038)

**摘要** 飞机操纵系统是影响飞行安全的关键系统。针对飞机电传操纵系统安全性评估问题, 提出了一种基于极值理论的操纵系统故障后的飞行风险小概率事件评估方法。总结了用极值理论评估飞行风险小概率事件的步骤, 对比了不同坐标变化下的拟合优度, 验证了双负指数法是逼近 I 型极值分布的最佳方法。以某型飞机滚转角速度传感器故障后的飞行安全评估为例, 得到了此时驾驶员不能排除该故障的风险概率和综合飞行风险。通过与军标中规定的安全性标准相对比, 表明此时飞机能够满足安全性要求, 从而为评估飞机操纵系统安全性提供了一种有效方法。

**关键词** 极值理论; 飞行安全; 安全性评估; 操纵系统

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.03.003

**中图分类号** V328.5 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)03-0011-04

随着电传操纵系统(Flight-By-Wire, FBW)所控对象的重要性和规模的不断增长, 以及数字化设备硬件分时处理不同安全级别的功能, 由电传操纵系统引起的飞行安全问题日益增多<sup>[1]</sup>。因此, 考虑操纵系统的故障模式, 探究科学、有效的飞机电传操纵系统安全性评估方法, 可以验证操纵系统的可靠性是否满足安全飞行的指标, 为电传操纵系统安全性设计提供指导。

GJB2191-94“有人驾驶飞机飞行控制系统通用规范”规定, 对歼强类飞机, 飞行控制系统故障引起的每次飞行的最大飞机失事概率不应大于  $62.5 \times 10^{-7}$ /飞行小时<sup>[2]</sup>。在评估飞机飞行安全时, 由于飞行风险一般是小概率事件, 条件概率的值很小, 确定它需要相当大的样本, 解决这个问题首先应确定飞机运动参数的极值的分布规律, 然后计算出相应的飞行安全指标。极值理论(Extreme Value Theory, EVT)是次序统计学的一个分支, 主要研究随机样本以及随机过程中极值的概率值以及统计推断, 它为逼近小样本下的分布规律提供了一种有效方法。

## 1 极值分布理论

### 1.1 极值统计模型

风险概率评估实质是在小样本情况下评估小概率事件发生概率。极值分布是独立同分布概率变量的最值(极值统计量)的渐近分布<sup>[3-5]</sup>。对于极值变量, 人们很难获得其精确的分布, 所以通常利用经验数据拟合极值分布, 对极值渐近分布进行研究。

变量  $x$  的概率密度函数为  $f(x)$ , 其累积分布函数为  $F(x)$ 。设有  $n$  个实测极大值, 按大小排列:  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ 。  $x_i$  是一个顺序统计变量, 也是一个随机变量, 它的累积分布函数  $F(x_i)$  也是一个随机变量, 其概率密度函数为:

$$f_i(F(x_i)) = n! / [(i-1)! (n-i)!] F(x_i)^{i-1} (1-F(x_i))^{n-i} \quad (1)$$

$F(x_i)$  的数学期望为:

$$E(F(x_i)) = i / (n+1) \quad (2)$$

\* 收稿日期: 2012-02-13

作者简介: 张天(1988-), 男, 河南项城人, 博士生, 主要从事装备保障与维修管理研究。  
E-mail: lidaweiwg@163.com

文献[6]证明了采用上式表示样本点研究极值分布函数的准确性。即变量  $x_k$  的经验概率  $p_k$  可由无偏估计量表示,由  $p_i = i/(n+1)$  计算得到。对每一个  $i(i=1,2,\dots,n)$  求解得:

$$y_i = -\ln[-\ln(p_i)] \tag{3}$$

1.2 飞行风险小概率事件评估基本步骤

步骤 1 确定样本容量  $n$ ,子样  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , 获得子样的观察值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。

步骤 2 将  $n$  个子样的观察值按由小到大的顺序排列成  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ , 序列号依次为  $1, 2, \dots, n$ 。

步骤 3 计算顺序统计量  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$  相对应的累积概率:  $p_i = i/(n+1), i=1, 2, \dots, n$ , 记  $y_i = -\ln[-\ln(p_i)]$ , 将点  $(y_i, x_i), i=1, 2, \dots, n$  标在直角坐标系上, 判断渐进分布类型(I型、II型或III型分布), 选择极值分布模型。

步骤 4 将累积概率  $p_i = i/(n+1), i=1, 2, \dots, n$  作为极值分布模型公式中分布函数  $G(x)$  对应的概率值, 记  $z_{(i)} = p_i$ 。

步骤 5 确定二维数组:  $(x_{(1)}, z_{(1)}), (x_{(2)}, z_{(2)}), \dots, (x_{(i)}, z_{(i)})$ , 采用最小二乘法估计出极值分布模型中的参数值。

步骤 6 对所求出的模型作拟合优度检验, 分析其拟和程度的优劣。

步骤 7 若通过拟合优度检验, 则根据所求出的极值分布模型求解风险概率  $P$ :

$$P = 1 - G(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-\exp[-a(x-u)]), & \text{I型分布} \\ 1 - \exp[-(\frac{u-a}{x-a})^k], & \text{II型分布} \\ 1 - \exp[-(\frac{b-x}{b-u})^k], & \text{III型分布} \end{cases} \tag{4}$$

对于 I 型分布, 可应用“双指数函数分布法”<sup>[7]</sup>, 在双负对数坐标系中运用最小二乘法对  $(y_i, x_i)$  线性拟合, 求决定性参数临界值对应的标准偏差, 反推到线性分度的坐标系求解风险概率。

2 算例

某型飞机横向(倾斜)通道模型见图 1。其中,  $K_{\alpha 1}, K_{\alpha 2}$  分别为主通道和倾斜阻尼通道按迎角  $\alpha$  的修正系数,  $K_{p1}$  为倾斜阻尼通道按静压  $p$  和动压  $q$  的修正系数,  $K_q$  为主通道按动压  $q$  的修正系数。

2.1 飞控系统典型故障模式

“木桶原理”认为, 系统中最薄弱的环节将决定整个系统的安全性。电传操纵系统最不可靠的环节选择的依据包括 2 个方面: 一是故障率高; 二是故障后对系统的影响程度大。

该型飞机操纵系统典型故障模式有: 执行器故障; 滚转角速度测量(传感器)失效; 迎角测量失效; 静压测量失效; 动压测量失效故障等。以滚转角速度传感器故障为例, 滚转角速度传感器故障后随机指示在某一个位置。对于均匀分布, 其数学表达式为

$$x_i = \begin{cases} x_{i0} & , \text{正常} \\ x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) \times R(0,1) & , \text{故障} \end{cases} \tag{5}$$

式中:  $x_i$  为正常时的指示值, 在  $(x_{\min}, x_{\max})$  的范围内;  $R(0,1)$  为  $(0,1)$  之间均匀分布的随机数。由 FMEA, 滚转角速度传感器故障服从  $(-60, 60)$  之间的均匀分布, 即  $\omega_x \sim \text{unifrnd}(-60, 60)$ 。

2.2 基于极值理论的飞行安全评估

以某状态下飞行安全评估为例进行研究。不利因素作用下运动参数  $\omega_x$  的最大值构成临界参数, 认为当飞机滚转角速度超过  $90^\circ/\text{s}$  时发生飞行事故<sup>[8]</sup>。通过 Monte Carlo 仿真得到容量为 30 的一组样本见表 1。

表 1 滚转角速度  $\omega_x$  极大值样本

Tab. 1 Maximum value sample of rolling angular velocity  $\omega_x$

序号	样本值							
1-8	21.96	36.40	47.66	29.32	31.89	27.54	9.73	37.71
9-16	10.88	20.09	9.68	25.81	50.20	43.10	36.09	40.61
17-24	34.21	31.37	27.19	47.65	9.52	16.83	30.30	14.89
25-30	35.22	15.50	41.59	11.91	47.29	28.75		



图 1 电传操纵系统横向通道模型

Fig. 1 Rolling channel model of FBW system

通过步骤2、3 确定二维数组,如表2 所示。

表2 二维数组  
Tab.2 Double dimension array

序号	样本值				
1-5	(9.52, 1/31)	(9.68, 2/31)	(9.73, 3/31)	(10.88, 4/31)	(11.91, 5/31)
6-10	(14.89, 6/31)	(15.50, 7/31)	(16.83, 8/31)	(20.09, 9/31)	(21.96, 10/31)
11-15	(25.81, 11/31)	(27.19, 12/31)	(27.54, 13/31)	(28.75, 14/31)	(29.32, 15/31)
16-20	(30.30, 16/31)	(31.37, 17/31)	(31.89, 18/31)	(34.21, 18/31)	(35.22, 20/31)
21-25	(36.09, 21/31)	(36.40, 22/31)	(37.71, 23/31)	(40.61, 24/31)	(41.59, 25/31)
26-30	(43.10, 26/31)	(47.29, 27/31)	(47.65, 28/31)	(47.66, 29/31)	(50.20, 30/31)

通过对坐标轴的双负对数函数变换,即  $y = -\ln(-\ln(x))$ ,从而在新的坐标系中得到标准偏差与滚转角速度极值的关系。观察到极值样本在此坐标系中近似呈直线,从而极值分布模型确定为I型分布,其散点图和双负对数坐标中的样本极值拟合图见图2。利用最小二乘法求得模型中的2个参数为: $\alpha=0.0927, u=23.2515$ 。计算得到驾驶员不能排除执行器故障后引起飞行事故的条件概率为  $Q = 1 - \exp\{-\exp[-0.0927(x - 23.2515)]\} = 2.0 \times 10^{-3}$ 。执行器故障的概率为  $1.16 \times 10^{-5}$ ,所以此时的综合风险  $P = 2.0 \times 10^{-3} \times 1.16 \times 10^{-5} = 2.32 \times 10^{-8}$ ,满足 GJB 2191-94 中的飞行风险要求。



图2 极值样本拟合图

Fig.2 Fitting picture of extreme value sample

对不同概率坐标变换后极值样本的拟合曲线进行了对比,见图3。

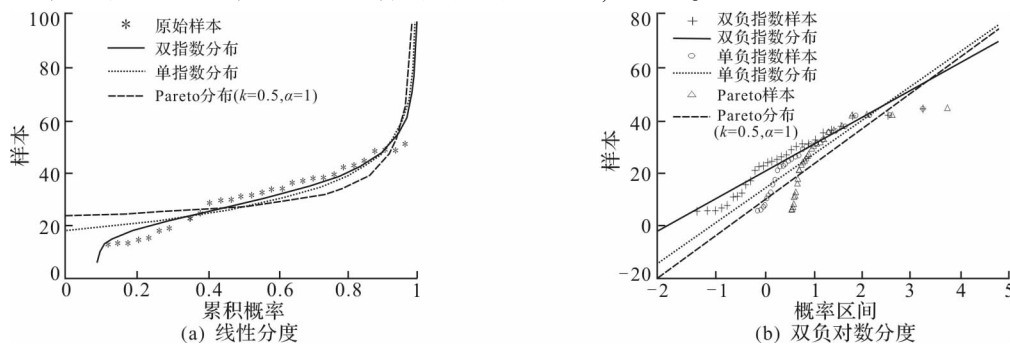


图3 不同概率坐标变换下的拟合曲线

Fig.3 Fitting cure under different probability coordinate transformation

具体拟合优度分析见表3,从表中可以看出,采用双负对数变换后拟合误差J最小,也说明了用“双指数函数法”逼近飞行风险小概率事件是较为准确的。

表3 不同概率坐标变换下的拟合优度

Tab.3 Fitting effect under different probability coordinate transformation

变换方式	风险概率	拟合误差 J
双负对数	0.002	9.89
单对数	0.004 4	12.66
Pareto 分布	0.016 2	16.89

### 3 结束语

本文通过对飞机操纵系统中执行器故障后的飞行风险进行评估,验证了极值理论用于评估飞行安全小概率事件的可行性,从而为评估飞机操纵系统安全性提出了一种有效方法。同时,通过不同坐标变换下拟合优度的对比分析,说明“双指数函数法”用于逼近符合 I 型分布的飞行风险小概率事件是一种最优方法。

#### 参考文献(References):

- [1] 白志强. 飞行控制系统故障检测研究与仿真软件开发[D]. 西安:西北工业大学, 2006.  
BAI Zhiqiang. Study on failure check and simulation software development of flight control system[D]. Xi'an:Northwestern polytechnical university, 2006. (in Chinese)
- [2] 国防科学技术工业委员会. GJB 2194-94. 有人驾驶飞机飞行控制系统通用规范[S].  
Commission on science, technology and industry for national defense. GJB 2194-94. General specification of flight control systems of piloted aircraft[S]. (in Chinese)
- [3] 葛志浩. 复杂系统建模与飞行风险小概率事件评估方法研究[D]. 西安:空军工程大学, 2007: 77-85.  
GE Zhihao. Study on complex system modeling and flight risk low probability event evaluation method[D]. Xi'an: Air force engineering university, 2007:77-85. (in Chinese)
- [4] Barzauskas V, Serfling R. Small sample performance of robust estimators of tail parameters for Pareto and exponential models [J]. Journal of statistical computation and simulation, 2001, 70(1): 1-19.
- [5] Praprut Songchitruksa, Tarko Andrew P. The extreme value theory approach to safety estimation [J]. Accident analysis and prevention. 2006, 38:811-822.
- [6] Bekiros Stelios D, Georgoutsos Dimitris A. Estimation of value-at-risk by extreme value and conventional methods: a comparative evaluation of their predictive performance[J]. Journal of international financial markets, institutions & money, 2006, 8: 209-228.
- [7] 徐浩军,朱建太. 飞机纵向摆动及飞行安全评估[J]. 航空学报, 2003, 24(3): 32-35.  
XU Haojun, ZHU Jiantai. Longitudinal oscillation and flying security evaluation [J]. Acta aeronautica et astronautica sinica. 2003, 24(3): 32-35. (in Chinese)
- [8] 徐浩军,吴利荣,朱建太. 某型飞机高原机场放起落架的安全高度[J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2002, 3(1): 14-17.  
XU Haojun, WU Lirong, ZHU Jiantai. Study of the safe altitude of down landing-gear of a fighter on altiplane airport[J]. Journal of air force engineering university :natural science edition ,2002, 3(1): 14-17. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

## Application of Extreme Value Theory on Flight Safety Evaluation of Flight Control System for Aircrafts

ZHANG Tian, PAN Tian-feng, ZHANG Rong

(School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Fly-By-Wire (FBW) system is safety-critical system for flight safety. Regarding safety evaluation problem of FBW system, flight risk small probability event evaluation method based on Extreme Value Theory (EVT) after flight control system's failure is proposed. Step of evaluating flight risk based on EVT is summarized. By contrasting the fitting effects under different coordinate transformations, the result shows that double negative exponential is the best method of approaching extreme value distribution of type. Taking flight safety evaluation after execution failure of one aircraft for example, probability of unsuccessfully eliminating the failure for the pilot and the integrated flight risk are calculated. According to flight risk in military standard, this aircraft can satisfy the safety requirements. Then an available method of evaluating safety of aircrafts' flight control system is proposed.

**Key words:** EVT; flight safety; safety evaluation; flight control system