

\* 1

# 认知 Ad hoc 网络中基于凸优化的功率控制算法

胡 图, 景志宏, 张 磊, 张秋林

(空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安, 710077)

**摘要** 针对认知 Ad hoc 网络的特点, 构建了相应的网络模型, 提出了一种基于凸优化理论的分布式功率控制算法。在分析系统内部干扰的基础上, 以最大化网络效用值为目标, 以认知用户的发射功率为求解对象, 建立了一个通用的数学优化模型。在凸优化理论的指导下, 通过引入辅助变量和变量的对数变换, 将该模型转变为等价的凸优化模型, 采用拉格朗日对偶法对该模型进行求解, 得到了分布式的功率迭代算法。仿真实验表明: 与其他算法相比, 该算法在满足系统约束条件的前提下, 取得更好的系统性能。

**关键词** 认知 Ad hoc 网络; 功率控制; 凸优化; 拉格朗日对偶算法; 干扰温度限

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.01.017

**中图分类号** TN929.5 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)01-0079-06

为了解决频谱稀缺与利用率低的矛盾, Mitola 等人提出了认知无线电及网络的思想<sup>[1]</sup>。在认知无线网络中, 为了确保认知用户的加入不对主用户的通信产生影响, 必须严格控制其发射功率, 使干扰保持在规定的干扰温度限以下。

目前常采用博弈论和最优化理论来分析认知网络功率控制问题。文献[2]综述了博弈论在认知网络资源管理中的应用。文献[3]提出了一种基于非合作博弈的功率控制算法, 但忽视了认知用户对主用户的干扰。文献[4]和[5]将 Stackelberg 博弈机制用于功率分配问题, 保证了干扰温度限的约束条件。文献[6]设计了一种基于合作博弈的功率控制算法, 取得了比非合作博弈算法更好的系统性能。文献[7]研究了凸优化理论在跨层资源分配上的应用。文献[8]将动态频谱接入网的功率分配问题视为一个最优化问题, 通过凸优化技术得到一个分布式的功率迭代算法, 但只考虑了用户对等情况。文献[9]综合考虑用户的准入与功率控制问题, 建立了一个通用的凸优化模型, 具有一定的借鉴意义。但以上算法大多建立在集中式网络架构上, 对于 Ad hoc 这种无中心节点的自组织网络并不适用。同时, 有些算法没有充分考虑系统的约束条件和用户的业务需求。针对上述算法的不足, 本文提出了一种基于凸优化理论的分布式功率控制算法。

## 1 系统模型描述

考虑一个基于 CDMA 接入机制的认知 Ad hoc 网络模型, 如图 1 所示:

在该网络模型中, 存在一个主用户对发射机 (Primary Transmitter, PT)、(Primary Receiver, PR) 和  $N$  个认知用户对发射机 (Second Transmitter,  $ST_i$ )、接收机 (Second Receiver,  $SR_i$ ), 其中主用户与认知用户共享同一频谱。设主用户发射机 PT 发射功率为  $p_p$ , 认知用

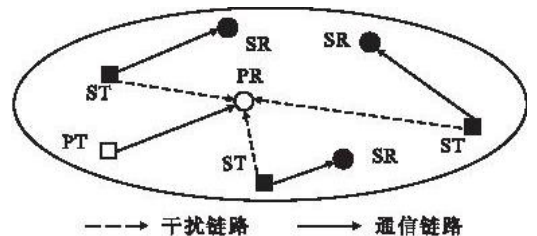


图 1 认知 ad hoc 网络模型

Fig. 1 Cognitive ad hoc network model

\* 收稿日期: 2011-06-24

基金项目: 国防预研基金资助项目(9140A06050610JB15); 空军工程大学研究生科技创新基金资助项目(DX2011310); 空军工程大学电讯工程学院创新基金资助项目(DYCX1109)

作者简介: 胡图(1986-), 男, 安徽六安人, 硕士生, 主要从事无线网络资源管理研究. E-mail: hu05tu64@163.com

户发射机  $ST_i$  发射功率为  $p_i$  进行,则在认知用户接收机  $SR_i$  处的 SINR 为:

$$r_i = \frac{h_{ii}p_i}{n_0 + p_i h_{pi} + \sum_{k \neq i} p_k h_{ki}} \quad (1)$$

在式(1)中,设  $d_{ij}$  为接收机  $i$  和发射机  $j$  之间的距离,只考虑静态的路径损耗模型,则  $h_{ij} =$

$$\begin{cases} Kd_{ij}^{-\theta}, & i = j \\ B^{-1}Kd_{ij}^{-\theta}, & i \neq j \end{cases}, \text{其中衰减因子 } K = 9.7 \times 10^{-2}, \text{衰减指数 } \theta = 4, \text{扩频增益 } B = 128, n_0 \text{ 为背景噪声。}$$

在认知 Ad hoc 网络中,为了保证主用户的正常通信,需要对认知用户的发射功率进行一定限制,即认知用户的总干扰要低于干扰温度限  $I_{th}$ ,如式(2)所示:

$$\sum_{i=1}^N p_i h_{ip} \leq I_{th} \quad (2)$$

## 2 凸优化模型的建立

在分析系统内部干扰的基础上,将功率控制问题建模为非线性优化问题,具体的数学模型见式(3):

$$\begin{aligned} & \max \quad \sum_{i=1}^N u_i(r_i) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \text{C1: } 0 \leq p_i \leq p_{\max}, i = 1, 2, \dots, N \\ \text{C2: } \sum_{i=1}^N p_i h_{ip} \leq I_{th} \\ \text{C3: } r_i \geq r_i^{\min}, i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

出于对网络整体性能进行优化,将各个通信链路上 SINR 所带来的效用值作为目标,根据文献[10]对效用函数的要求,选取  $u_i(r_i) = \ln r_i$  作为数学模型(3)的效用函数。约束条件 C1 将用户发射机的发射功率限制在规定范围之内,其中  $p_{\max}$  为最大发射功率。C2 要求认知用户的总干扰不超过规定的干扰温度限,确保了主用户的正常通信。C3 要求每个认知用户接收机的信干比(Signal Interference Noise Ratio, SINR)不低于最小 SINR,以满足自身业务服务质量(Quality of Service, QoS)的要求。

模型(3)是一个非线性非凸优化问题,对其进行直接求解存在一定困难。为了便于问题求解,借鉴文献[8]提出的接收干扰噪声(Interference - plus - Noise, IpN)的方法,引入辅助变量  $q_i \geq n_0 + \sum_{k \neq i} p_k h_{ki}$ ,表示认知用户接收机  $SR_i$  的 IpN 上限值。设  $q = [q_1, q_2, \dots, q_N]$ ,代入式(3)可得:

$$\begin{aligned} & \max_{q \in R_+^N} \quad \sum_{i=1}^N \ln(h_{ii}p_i q^{-1}) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \text{C1: } 0 \leq p_i \leq p_{\max}, i = 1, 2, \dots, N \\ \text{C2: } \sum_{i=1}^N p_i h_{pi} \leq I_{th} \\ \text{C3: } h_{ii}p_i q_i^{-1} \geq r_i^{\min}, \forall i \in N \\ \text{C4: } q_i \geq n_0 + \sum_{k \neq i} h_{ki}p_k, \forall i \in N \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

在式(4)中当约束条件 C4 为等式约束时,式(4)与式(3)是等价的。根据文献[8]中命题 1 的证明,可知当式(3)的最优解为  $p^*$  和  $q^*$  时,当 IpN 的约束条件 C4 满足  $q_i^* = n_0 + \sum_{k \neq i} h_{ki}p_k^*, \forall i \in N$ ,此时最优解  $p^*$  和  $q^*$  就是式(3)的解。

利用凸优化理论对式(4)的优化问题进行分析,得到如下定理:

**定理:**最优化问题(4)是一个 log - convex 问题,可以通过变量对数变换,转换为一个凸优化问题。

**证明:**设  $p_i = e^{y_i}, q_i = e^{z_i}$ ,将新变量  $y, z$  作为优化变量代入式(3)中,得到新的优化问题(5):

$$\max_{q \in R_+^N} \quad \sum_{i=1}^N \ln(e^{y_i - z_i + \ln h_{ii}})$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} \text{C1: } (p_i^{\max})^{-1} e^{y_i} \leq 1, \forall i \in N \\ \text{C2: } I_{\text{th}}^{-1} \sum_{i=1}^N e^{y_i} h_{pi} \leq 1 \\ \text{C3: } r_i^{\min} h_{ii}^{-1} e^{z_i - y_i} \leq 1, \forall i \in N \\ \text{C4: } n_o e^{-z_i} + \sum_{k \neq i} h_{ki} e^{y_i - z_i} \leq 1, \forall i \in N \end{cases} \quad (5)$$

为了证明优化问题(5)是一个凸优化问题,只需证明其目标函数是一个凸函数,约束不等式都是优化变量的凸集。由于变换后约束条件的左边都是指数函数的求和函数,所以式(5)中的约束不等式是优化变量  $y, z$  的凸集。同时,因为对数函数是单调递增函数,通过变量替代后的目标函数在集合  $y, z$  中是凸函数,因此转换后的问题式(5)是一个凸优化问题<sup>[11]</sup>。

### 3 拉格朗日对偶算法

对上述凸优化问题最常用的解决方法是:先采用经典的凸优化算法(如内点法,几何规划法等)得到  $\log$ -convex 问题的全局最优解,然后对功率变量进行逆变换  $p_i = e^{y_i}, i = 1, 2, \dots, N$ , 得到原始问题式(3)的全局最优解<sup>[7]</sup>。但经典算法是中心式算法,需要知道网络中的所有信息,功率分配计算集中在网络的中心节点。但在认知 Ad hoc 网络中,没有类似基站一样的中心节点,无法进行集中式的功率控制,因此必须寻求一种分布式功率控制算法。拉格朗日对偶法是一种重要的分布式凸优化算法,文献[8]曾用它成功解决动态频谱接入网的功率控制问题,但在系统干扰分析中只是考虑了用户对等情况,不适用于认知 Ad hoc 网络中主从用户共存的场景。

借鉴文献[8]的方法,同时结合认知 Ad hoc 网络的特点,提出一种基于拉格朗日对偶法的功率控制算法。在凸优化模型(5)的基础上,针对每条通信链路引入拉格朗日算子,设  $\nu, \lambda, \mu$  分别为式(5)中约束条件 C2, C3 和 C4 的拉格朗日对偶变量,得到与其对应的拉格朗日函数如下所示:

$$L(y, z, \nu, \lambda, \mu) = - \sum_i u_i \left( \frac{h_{ii} e^{y_i}}{e^{z_i}} \right) + \sum_i \nu_i \left( r_i^{\min} \frac{e^{z_i}}{h_{ii} e^{y_i}} - 1 \right) + \lambda (I_{\text{th}})^{-1} \sum_i (e^{y_i} h_{ip}) + \sum_i \mu_i \left[ e^{-z_i} \left( n_o + \sum_{k \neq i} h_{ki} e^{y_k} \right) - 1 \right]$$

为了描述的简便,定义  $\omega = \{y, z, \nu, \lambda, \mu\}$  用来表示式(5)中所用的优化变量和拉格朗日对偶变量。在此基础上,通过梯度  $\nabla_{\omega} L(\omega)$  来不断迭代更新优化变量和对偶变量直至算法收敛,得到最终发射功率。具体的算法实现步骤如下:

**步骤 1** 初始化优化变量和对偶变量:  $y(0), z(0), \nu(0), \mu(0)$  和  $\lambda(0)$ ;

**步骤 2** 在时隙  $t$  中,利用  $\nu(t), \mu(t)$  和  $\lambda(t)$  来求解时刻  $t$  的优化变量  $y^*$  和  $z^*$ ;

$$y_i(t+1) = \min \left[ y_i(t) - \alpha \frac{\partial L(\omega)}{\partial y_i} \Big|_{\omega(t)}, y_i^{\max} \right], z_i(t+1) = z_i(t) - \alpha \frac{\partial L(\omega)}{\partial z_i} \Big|_{\omega(t)},$$

其中  $\frac{\partial L(\omega)}{\partial y_i} = -u'_i (h_{ii} e^{y_i - z_i}) h_{ii} e^{y_i - z_i} + e^{y_i} \sum_{j \neq i} h_{ij} \mu_j e^{-z_j} - \nu_i r_i^{\min} e^{z_i - y_i} h_{ii}^{-1} + \lambda I_{\text{th}}^{-1} h_{ip} e^{y_i}$ ;  $\frac{\partial L(\omega)}{\partial z_i} = u'_i (h_{ii} e^{y_i - z_i}) h_{ii} e^{y_i - z_i} - \mu_i e^{-z_i} \left( n_o + \sum_{k \neq i} h_{ki} e^{y_k} \right) + \nu_i r_i^{\min} e^{z_i - y_i} h_{ii}^{-1}$ ,  $\alpha$  为更新步长;

**步骤 3** 利用梯度更新法更新下一时刻  $t+1$  时的对偶变量:

$$\nu_i(t+1) = \left[ \nu_i(t) + \alpha \left( \frac{r_i^{\min} e^{z_i(t) - y_i(t)}}{h_{ii} - 1} \right) \right]^+, \lambda(t+1) = \left[ \lambda(t) + \alpha \left( (I_{\text{th}})^{-1} \sum_i e^{y_i} h_{ip} \right) \right]^+,$$

$$\mu_i(t+1) = \left[ \mu_i(t) + \alpha \left( e^{-z_i(t)} \left( n_o + \sum_{k \neq i} h_{ki} e^{y_k(t)} \right) - 1 \right) \right]^+, \text{其中 } [x]^+ = \max\{0, x\};$$

**步骤 4** 当  $t=t+1$  时,返回到步骤 2 重复上述过程直到算法收敛。

注:由于问题(5)是一个凸优化问题,因此在使用拉格朗日对偶算法的过程中只要合理设置更新步长  $\alpha$ , 目标式总会收敛<sup>[11]</sup>。

## 4 仿真与分析

仿真实验基于 Matlab7.6 平台,采用如图 1 所示网络模型。 $N=8$  个 ST 随机位于  $100\text{ m} \times 100\text{ m}$  的正方形区域内,SR 位于以与它对应 ST 为圆心,以  $r=30-90\text{ m}$  为半径的圆形区域内。假设 PR 位于区域中心,其他仿真参数详见表 1。在仿真场景中,只考虑了一个主用户对情况;对于多个主用户对场景,只需在优化模型(3)的基础上增加相应 C2 的约束条件,用来保证每个主用户对通信都得到干扰温度限的保护。

### 4.1 算法收敛性验证

通过仿真实验,得到图 2。从图 2 可以看出,经过 150 次左右的迭代,认知用户的发射功率和拉格朗日对偶因子均能收敛。从仿真实验的角度,证明了算法的收敛性。

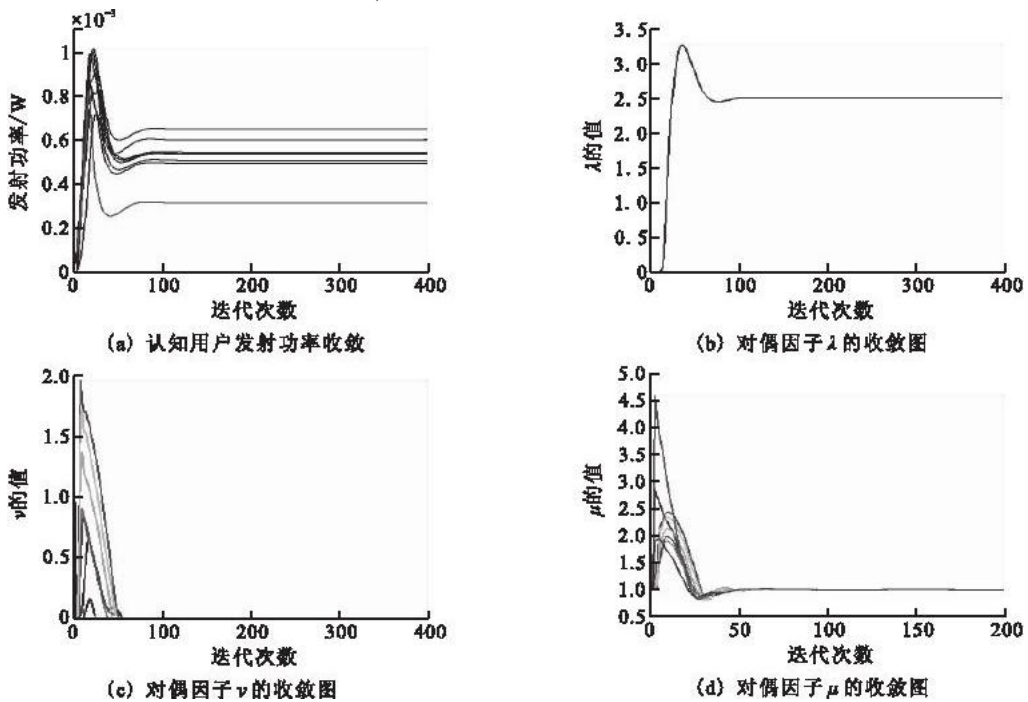


图 2 算法收敛图

Fig. 2 Convergence behavior of algorithm

### 4.2 算法性能比较

为了比较本文算法的性能提升,将经典的 SINR - balance 算法与文献[5]的算法在相同的仿真环境中进行仿真实验对比。为了描述的简便,把本文算法记作算法 1, SINR - balance 算法记作算法 2,文献[5]的算法记作算法 3。通过仿真实验,得到图 3、图 4。

从图 3 可以看出,经过迭代运算后认知用户对主用户的总干扰均小于规定的干扰温度限  $I_{th}$ ,其中算法 1 和算法 3 的总干扰收敛于  $I_{th}$ ,说明 3 种算法收敛后,认知用户的总干扰均不会影响到主用户的正常通信。图 4 为各认知用户最终获得的 SINR,可以看出算法 1 收敛后的 SINR 均大于  $r_{min}$ ,表明各认知用户均能进行正常通信。算法 2 收敛后的 SINR 均等于  $r_{min}$ ,可以满足用户基本通信的需求。算法 3 经过迭代收敛后,认知用户 2,3,4 和 6 的 SINR 大于  $r_{min}$ ,可以进行通信。而认知用户 1,5,7 和 8 的 SINR 低于  $r_{min}$ ,达不到基本通信的要求。由此可见,算法 1 在保证系统约束条件的前提下,提高认知用户的 SINR,最大化利用网络资源。

表 1 仿真参数设置

| Tab. 1 Simulation parameters setting |         |                              |
|--------------------------------------|---------|------------------------------|
| 仿真参数                                 | 描述      | 取值                           |
| $\alpha$                             | 更新步长    | 0.35                         |
| $r_{min}$                            | 最低 SINR | 8                            |
| $n_0$                                | 背景噪声    | $1 \times 10^{-15}\text{ W}$ |
| $I_{th}$                             | 干扰温度限   | $1 \times 10^{-13}\text{ W}$ |
| $p_{max}$                            | 最大发射功率  | 0.1 W                        |

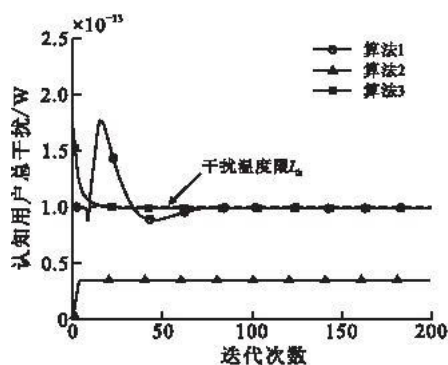


图 3 3 种算法认知用户总干扰

Fig.3 Comparisons of total interference

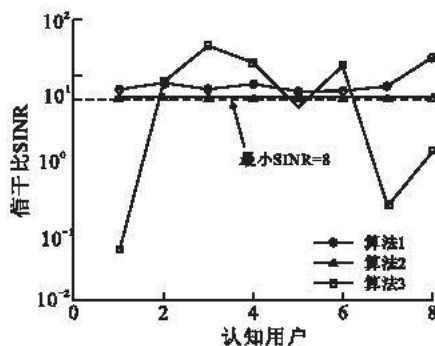


图 4 3 种算法认知用户 SINR

Fig.4 Comparisons of cognitive users' SINR

### 4.3 不同温度干扰限下的算法性能分析

鉴于认知网络与传统网络在功率控制上的不同,讨论在不同干扰温度限下本文算法的性能。在上述仿真场景中,将表 1 中的干扰温度限  $I_{th}$  定义为  $I_{th} = n \times 10^{-15}$  W, 则  $I_{th}$  随着  $n$  的变化而变化,保持其它仿真参数不变,进行仿真实验,得到图 5 和图 6。

从系统有效性和用户公平性 2 个方面衡量算法性能。系统有效性采用系统容量  $C = \sum_{i=1}^N \log(1 + r_i^*)$  作为

衡量指标;用户公平性采用 Jain 公平因子  $J = \frac{(\sum_{i=1}^N r_i^*)^2}{N \sum_{i=1}^N (r_i^*)^2}$  作为衡量指标,其值越接近 1,公平性越好。

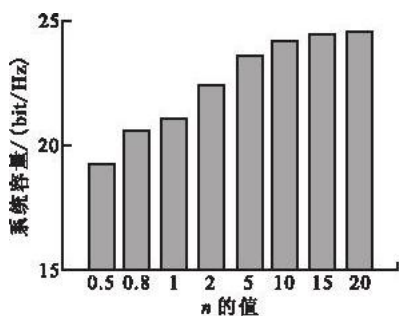


图 5 系统容量的比较

Fig.5 Comparisons of system capability

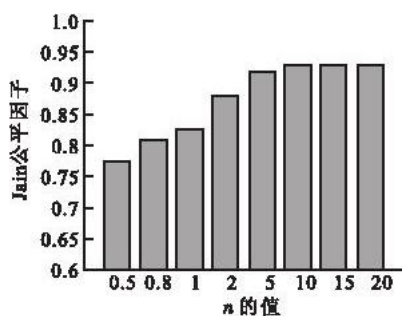


图 6 Jain 公平因子的比较

Fig.6 Comparisons of Jain's fairness index

从图 5 可以看出,随着干扰温度限  $I_{th}$  的增加,系统容量不断上升。由于  $I_{th}$  对认知用户发射功率的约束作用越来越小,认知用户可以通过提高发射功率来追求更高 SINR。在  $I_{th}$  约束作用减少的同时,其他约束条件的限制作用开始凸显,导致整个系统容量的增长越来越缓慢。

图 6 为在不同干扰温度限  $I_{th}$  下,认知用户 Jain 公平因子的变化情况。从图中可以看出,随着  $I_{th}$  变大, Jain 公平因子也随之变大。由于收发机相距较近的认知用户对在无线资源争夺中处于优势位置,竞争力较强。当  $I_{th}$  较小时,对功率分配的限制作用较大,认知用户间竞争较为激烈,处于优势位置的用户可以获得高 SINR,而处于劣势位置的用户只能获得低 SINR,导致 Jain 公平因子较小。而当  $I_{th}$  增加到一定程度时,它对功率分配的约束不再是主导因素, Jain 公平因子几乎保持不变。

## 5 结束语

本文主要分析了认知 Ad hoc 网络中的功率控制问题,通过凸优化理论建立了功率控制的数学模型,采用拉格朗日对偶法对模型求解得到分布式的功率迭代算法。但本算法只考虑了功率控制优化模型有解的情况,对于模型无解问题,可以通过设计一个合适的准入控制机制减少网络接入用户数来保证算法的鲁棒性,这也是下一步工作的重点。

## 参考文献(References):

- [1] 冯志勇, 张平, 郎保真, 等. 认知无线网络理论和关键技术 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2011.  
FENG Zhiyong, ZHANG Ping, LANG Baozhen, et al. Cognitive Wireless Network Theory and Key Technology [M]. Beijing: Posts and telecommunication press, 2011. (in Chinese)
- [2] Wang Beibei, Wu Yongle, Liu K J Ray. Game theory for cognitive radio networks: an overview [J]. Computer networks, 2010, 54: 2537 – 2561.
- [3] 杨春刚, 李建东, 李维英, 等. 认知无线电中基于非合作博弈的功率分配方法 [J]. 西安电子科技大学学报, 2009, 36(1): 1 – 4.  
YANG Chungang, LI Jiandong, LI Weiyong, et al. Power allocation based on non – cooperative game theory in cognitive radio [J]. Journal of xidian university, 2009, 36(1): 1 – 4. (in Chinese)
- [4] Yu Hui, Gao Lin, Li Zheng. Pricing for uplink power control in cognitive radio networks [J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2010, 59(4): 1769 – 1778.
- [5] 罗荣华, 杨震. 认知无线电中基于 Stackelberg 博弈的分布式功率分配算法 [J]. 电子与信息学报, 2010, 32(12): 2965 – 2969.  
LUO Ronghua, YANG Zhen. Stackelberg game – based distributed power allocation algorithm in cognitive radios [J]. Journal of electronics and information technology, 2010, 32(12): 2965 – 2969. (in Chinese)
- [6] YANG Chungang, LI Jiandong, TIAN Zhi. Optimal power control for cognitive radio networks under coupled Interference constraints: a cooperative game – theoretic perspective [J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2010, 59(4): 1696 – 1706.
- [7] 程鹏, 仇佩亮, 张朝阳. 基于凸优化理论的无线网络跨层资源分配研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2008.  
CHENG Peng, QIU Peiliang, ZHAO Chaoyang. Cross – layer resource allocation in wireless networks based on convex optimization [D]. Hangzhou: Zhejiang university, 2008. (in Chinese)
- [8] Nikolaos Gatsis, Antonio G Marques, Giannakis Georgios B. Power control for cooperative dynamic spectrum access networks with diverse QoS Constraints [J]. IEEE transactions on communications, 2010, 58(3): 933 – 944.
- [9] YANG Bo, SHEN Yanyan, FENG Gang. Distributed power control and random access for spectrum sharing with QoS constraint [J]. Computer networks, 2008, 31: 4089 – 4097.
- [10] Stańczak S, Wiczowski M, Boche H. Resource allocation in wireless networks: theory and algorithms [M]. Berlin, Germany: Springer press, 2006.
- [11] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge, UK: Cambridge university press, 2004.

(编辑: 徐楠楠)

## Power Control Algorithm Based on Convex Optimization in Cognitive Ad hoc Networks

HU Tu, JING Zhi – hong, ZHANG Lei, ZHANG Qiu – lin

(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Aimed at the characteristics of cognitive Ad hoc network, a corresponding network model is established and a distributed power control algorithm based on convex optimization theory is proposed. Based on the analysis of system interference, by taking the network utility maximization as the target and transmit power of cognitive user as the solution object, a general math optimized model is formulated. Under the guidance of convex optimization theory, the model is transformed into a convex optimized model by introducing auxiliary variable and substituting variables. Lagrangian dual decomposition technique is used to solve the convex optimized model and the distributed power iterative algorithm is obtained. The simulation shows that under the premise of meeting the system constraints, the use of the proposed algorithm can obtain better system performances than that of other algorithms.

**Key words:** cognitive Ad hoc network; power control; convex optimization; Lagrangian dual decomposition technique; interference temperature limit