非圆信号扩展传播算子 DOA 估计求根算法

刘振霞1, 李 堰1,2, 宋爱民1, 刘 剑1

(1. 空军工程大学电讯工程学院,陕西 西安 710077;2. 95482 部队,四川 成都 610081)

摘要 为有效降低非圆信号 DOA 估计算法的计算量,提出了一种非圆信号 DOA 估计快速算法。该算法运用扩展传播算子和多项式求根方法来降低计算量。首先根据非圆信号特性构造出扩展阵列输出矩阵,并生成扩展协方差矩阵,然后不需要对协方差矩阵的特征分解,使用扩展传播算子方法得到估计的扩展噪声子空间,再利用均匀线阵的多项式求根方法快速求出目标的DOA 估计值。对算法的性能仿真和计算复杂度分析结果表明,提出的算法不但其均方根误差性能与 NC - root - MUSIC、NC - ESPRIT、NC - MSWF - MUSIC 等快速算法相似,同时提出的算法还大大减小了非圆信号 DOA 估计 MUSIC 算法的计算复杂度,而且其计算复杂度小于上述提到的快速算法,实现了非圆信号 DOA 估计算法的快速估计。

关键词 阵列信号处理;波达方向估计;非圆信号;扩展传播算子;多项式求根

DOI 10. 3969/j. issn. 1009 – 3516. 2011. 04. 013

中图分类号 TN911.7 文献标识码 A 文章编号 1009-3516(2011)04-0058-06

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计也叫空间谱估计,是阵列信号处理的一个重要的研究方向,广 泛应用于雷达、通信、声纳、地震、勘探、射电天文以及生物医学工程等众多领域。Gounon 等提出了非圆(Non – circular, NC)信号的 MUSIC 算法^[1](NC – MUSIC),利用非圆信号椭圆协方差矩阵不为零的特点可有效将 接收数据矩阵进行扩展,从而提高 DOA 估计性能。非圆信号优良的 DOA 估计性能引起了持续的研究。近 两年,Gao 等提出圆信号和非圆信号共存情况下的改进 MUSIC 算法^[2],Navarro – Moreno 等提出使用希尔伯 特空间对色噪声中的非圆复值信号随机信号的估计^[3],倪淑燕等提出非圆信号虚拟阵列波束形成算法^[4] 等。

尽管具有较好的角度估计,但由于非圆信号 DOA 估计算法的运算量因阵列输出矩阵扩展后维数的增加 而加大。基于非圆信号测向的快速算法的陆续提出,使非圆信号测向算法的计算复杂度得到了有效地降低。 NC - root - MUSIC 算法^[5]利用多项式求根运算,NC - ESPRIT 算法^[6]将谐波频率的估计转变为矩阵束的广 义特征值分解,避开了谱峰搜索过程;非圆信号多级维纳滤波(Multistage Qiener Filter, MSWF) MUSIC 算法 利用正交分解特性快速估计子空间,避开了协方差矩阵的特征分解,均减小了算法的计算量。扩展传播算子 (Extended Propagator Method, EPM)算法^[7]是基于传播算子的非圆信号 DOA 估计算法,利用扩展传播算子 可快速估计噪声子空间。为有效降低非圆信号 DOA 估计算法的计算量,本文提出了基于 EPM 的 NC - root - MUSIC 算法(EPM - root - MUSIC)。新算法利用扩展传播算子快速估计噪声子空间,然后利用多项式求 根算法快速获取波达方向。新算法不仅拥有较好的角度估计性能,而且还大大减小了非圆信号测向算法的 计算量。

* 收稿日期:2011-03-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60802053);航空科学基金资助项目(20090196001) 作者简介:刘振霞(1961-)女,山西兴县人,副教授,主要从事现代通信与交换技术研究. E-mail:kdyLZX@163.com

1 非圆信号 DOA 估计数学模型

阵列信号模型如图 1 所示, 有 p 个波长为 λ 的窄 带远场信号 $s_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 入射, 接收矩阵为 m个阵元间距为 d 的全向同增益的均匀线阵。其中 d = $\lambda/2$, 信号以角度 ϕ_i 入射, 其非圆相位为 φ_i , l 为快拍 数, k 为第 k 次快拍。

取第1个阵元为参考阵元,则第*m*个阵元与参考 阵元的接收信号相位差为(*m*-1) ω_i = (*m*-1) 2 $\pi d \sin \phi_i / \lambda$,该阵元接收到的信号为 s_i (*k*) e^{-j(*m*-1)2 $\pi d \sin \phi_i / \lambda$ 。}

一般 DOA 估计数学模型中的方向向量为 $a(\phi_i)$ = $[a_1(\phi_i), a_2(\phi_i), \dots, a_m(\phi_i)]^{\mathsf{T}}$ 。由于利用了非圆 特性,非圆信号 DOA 估计数学模型中的方向向量扩展为:



图 1 等距线阵与远场信号 s_i(k)

Fig. 1 Equidistance line matrix and far – field signal $s_i(k)$

$$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}_{i},\boldsymbol{\varphi}_{i}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \\ \boldsymbol{a}^{*}(\boldsymbol{\phi}_{i}) e^{-j\boldsymbol{\varphi}_{i}} \end{bmatrix}$$
(1)

式中 $b(\phi_i, \varphi_i)$ 即非圆信号导向矢量。相应地,扩展后的方向矩阵为:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{\varphi}) = \left[\boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}_1,\boldsymbol{\varphi}_1), \boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}_2,\boldsymbol{\varphi}_2), \cdots, \boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}_p,\boldsymbol{\varphi}_p) \right]$$
(2)

定义信号矢量为 $s(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_p(k)]^{\mathsf{T}}$; 阵元接收数据中的加性观测噪声为 $n_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 噪声矢量为 $n(k) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_m(k)]^{\mathsf{T}}$ 。故非圆信号 DOA 估计的扩展阵列接收数据矩阵 $y_0(k)$ 为:

$$\mathbf{y}_{0}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(\phi_{1},\phi_{1}), \mathbf{b}(\phi_{2},\phi_{2}), \cdots, \mathbf{b}(\phi_{p},\phi_{p}) \end{bmatrix} \mathbf{s}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(k) \\ \mathbf{n}^{*}(k) \end{bmatrix} = \mathbf{B}(\phi,\phi)\mathbf{s}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(k) \\ \mathbf{n}^{*}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{0}(k) \\ \mathbf{x}_{0}^{*}(k) \end{bmatrix}$$
(3)

2 非圆信号扩展传播算子求根算法

2.1 扩展传播算子求噪声子空间

假设方向矩阵 $B(\phi, \varphi)$ (简写为B)列满秩,则B中有p行是线性独立的,其它行可以由这p行线性表示。

将B分块得:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_p \\ \boldsymbol{B}_{2m-p} \end{bmatrix}$$
(4)

式中 B_p 和 B_{2m-p} 分别为 $p \times p$ 维和(2m-p)×p维矩阵。

假设 B_p 非奇异,则可将扩展传播算子定义为由 2m - p 维复空间 C^{m-p} 到 p 维复空间 C^{p} 的唯一线性算子 P_{E} ,令 P_{E} 满足:

$$\boldsymbol{P}_{E}^{\mathsf{H}} \boldsymbol{B}_{p} = \boldsymbol{B}_{2m-p} \tag{5}$$

或

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{E}^{\mathrm{H}} & , & -\boldsymbol{I}_{2m-p} \end{bmatrix} \boldsymbol{B} = \boldsymbol{W}_{E}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{B} = \boldsymbol{O}_{(2m-p) \times p}$$
(6)

式中 W_{ℓ} 的列张成的空间就是扩展噪声子空间^[8]。由此可以得到:

$$\hat{W}_{E} = \begin{bmatrix} P_{E} \\ -I_{2m-p} \end{bmatrix}$$
(7)

式中 \hat{W}_{ε} 为扩展后的噪声子空间估计值。需要注意的是,考虑到实际方向矩阵是未知的,故扩展传播算子 P_{ε} 不能由方向矩阵得出,需要从阵列接收数据矩阵 y_0 估计得到^[7]。 构造扩展阵列输出 y₀ 如式(3)所示,对 y₀ 及其协方差矩阵进行分块得:

$$\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{0(p)} \\ \mathbf{y}_{0(2m-p)} \end{bmatrix}$$
(8)

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{yy} = \frac{1}{l} \boldsymbol{y}_0 \boldsymbol{y}_0^{\mathrm{H}} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{R}}_{xx} & \hat{\boldsymbol{R}}_{xx*} \\ \hat{\boldsymbol{R}}_{xx*}^* & \hat{\boldsymbol{R}}_{xx}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{R}_2 \end{bmatrix}$$
(9)

式中: $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ 为扩展协方差矩阵的估计; $\mathbf{y}_{0(p)}$ 和 $\mathbf{y}_{0(2m-p)}$ 分别为 $p \times l$ 维和(2m - p) ×l维矩阵; $\hat{\mathbf{R}}_{xx} = x_0 x_0^T / l, \mathbf{R}_1$ 和 \mathbf{R}_2 分别为 $2m \times p$ 维和 $2m \times (2m - p)$ 维矩阵。扩展传播算子的估计值 \hat{P}_E 可以由以下 2 式得到^[7]:

$$\hat{P}_{E} = (\mathbf{y}_{0(p)} \mathbf{y}_{0(p)}^{\mathrm{H}})^{-1} \mathbf{y}_{0(p)} \mathbf{y}_{0(2m-p)}^{\mathrm{H}}$$
(10)

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{E} = (\boldsymbol{R}_{1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{1})^{-1} \boldsymbol{R}_{1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{2}$$
(11)

本文采用式(11)对扩展传播算子进行计算。

若噪声为空间白噪声,则可用 $\hat{W_{E}}$ 的标准正交化形式 $\hat{W_{0E}}$ 代替 $\hat{W_{E}}$ 以提高算法性能,则有:

$$\hat{W}_{0E} = \hat{W}_{E} (\hat{W}_{E}^{H} \hat{W}_{E})^{-1/2}$$
(12)

为降低计算量,实际中通常对 \hat{W}_{ε} 进行 Gramm – Schmidt 正交化求 $\hat{W}_{0\varepsilon}$,以代替标准正交化。

2.2 多项式求根方法

由于扩展后的噪声子空间估计值 $\hat{W}_{0\epsilon}$ 与扩展方向矩阵 $B(\phi, \varphi)$ 正交,即 $W_{0\epsilon}^{H} B(\phi, \varphi) = 0$,则非圆信号 DOA 估计谱搜索公式为:

$$\hat{f}(\phi_i, \varphi_i) = \boldsymbol{b}^{\mathrm{H}}(\phi_i, \varphi_i) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{0\,E} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{0\,E}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{b}(\phi_i, \varphi_i) \,, (i = 1, 2, \cdots, p)$$

$$(13)$$

由于式(13)是二维谱峰搜索,将其转化为一维谱峰搜索,对 Wo E分块得:

$$\hat{W}_{0 E} = \begin{bmatrix} W_1 \\ \hat{W}_2 \end{bmatrix}$$
(14)

式中 \hat{W}_1 和 \hat{W}_2 的维数相等。将式(14)代入式(13)得:

$$\hat{f}(\phi_{i},\phi_{i}) = \boldsymbol{b}^{H}(\phi_{i},\phi_{i}) \begin{bmatrix} \hat{W}_{1} \hat{W}_{1}^{H} & \hat{W}_{1} \hat{W}_{2}^{H} \\ \hat{W}_{2} \hat{W}_{1}^{H} & \hat{W}_{2} \hat{W}_{2}^{H} \end{bmatrix} \boldsymbol{b}(\phi_{i},\phi_{i}) = \\ \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_{i}} \end{bmatrix}^{H} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}^{H}(\phi_{i}) \hat{W}_{1} \hat{W}_{1}^{H} \boldsymbol{a}(\phi_{i}) & \boldsymbol{a}^{H}(\phi_{i}) \hat{W}_{1} \hat{W}_{2}^{H} \boldsymbol{a}^{*}(\phi_{i}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_{i}} \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_{i}} \end{bmatrix}^{H} \hat{M} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi_{i}} \end{bmatrix}$$
(15)

式中:

$$\hat{\boldsymbol{M}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\phi}_{i}) & \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}^{*}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \\ (\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}^{*}(\boldsymbol{\phi}_{i}))^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}^{*}(\boldsymbol{\phi}_{i}) \end{bmatrix}$$
(16)

根据文献[5],定义 $z_i = e^{-j2\pi dsin\Phi_i/\lambda}$,则可以将 $a(\phi_i)$ 改写为 $a(z_i) = [1, z_i, z_i^2, \dots, z_i^{m-1}]^T$ 。此时矩阵 \hat{M} 如式(16)所示就是 z_i 的一个函数,可以利用求解 det $\{\hat{M}\}=0$ 的根代替求 DOA 估计,即求出多项式 $m_1^2 - m_2m_3 = 0$ 的根。

式中:

$$\begin{cases} m_{1} = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(1/z_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}(z_{i}) \\ m_{2} = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(1/z_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}(1/z_{i}) \\ m_{3} = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(z_{i}) \, \hat{\boldsymbol{W}}_{2} \, \hat{\boldsymbol{W}}_{1}^{\mathrm{H}} \, \boldsymbol{a}(z_{i}) \end{cases}$$
(17)

令 m_1 、 m_2 、 m_3 系数分别为 $c_1 = [c_{1,1}, c_{1,2}, \cdots, c_{1,2m-1}]^T$ 、 $c_2 = [c_{2,1}, c_{2,2}, \cdots, c_{2,2m-1}]^T$ 、 $c_3 = [c_{3,1}, c_{3,2}, \cdots, c_{3,2m-1}]^T$ 、 $n_3 = [c_{3,1}, c_{3,2m-1}]^T$ 、 $n_3 = [c_{3,2m-1}]^T$

$$m_{1} = \left[z_{i}^{-m+1}, \cdots, z_{i}^{-1}, 1, z_{i}, \cdots, z_{i}^{m-1}\right] c_{1} = \sum_{u=1}^{2m-1} c_{1,u} z_{i}^{u-m}$$
(18)

$$m_{2} = \left[1, z_{i}^{-1}, \cdots, z_{i}^{-(2m-2)}\right] c_{2} = \sum_{u=1}^{2m-1} c_{2,u} z_{i}^{-u+1}$$
(19)

2011年

$$m_{3} = [1, z_{i}, \cdots, z_{i}^{2m-2}] \boldsymbol{c}_{3} = \sum_{u=1}^{2m-1} c_{3,u} z_{i}^{u-1}$$
(20)

$$\vec{\mathfrak{T}} \oplus : c_{1,u} = \sum_{i_1 = \max[1, m-u+1]}^{\min[m, 2m-u]} \left[\hat{W}_1 \hat{W}_1^{\mathsf{H}} \right]_{i_1, u+i_1 - m}, c_{2,u} = \sum_{i_2 = \max[1, u-m+1]}^{\min[m, u]} \left[\hat{W}_1 \hat{W}_2^{\mathsf{H}} \right]_{i_2, u-i_2 + 1}, c_{3,u} = c_{2,u}^* \\ \Leftrightarrow m_1^2 \sqrt{m_2 m_3} \, \vec{\mathfrak{T}} \, \underline{\mathfrak{T}} \, \mathbf{\mathfrak{T}} \, \mathbf{\mathfrak{T}} = \left[c_{4,1}, c_{4,2}, \cdots, c_{4, 4m-3} \right]^T \sqrt{c_5} = \left[c_{5,1}, c_{5,2}, \cdots, c_{5, 4m-3} \right]^T \, \overrightarrow{\mathsf{T}} \, \mathbf{\mathfrak{T}} \, \mathbf{\mathfrak{T}} \\ m_1^2 = \left[z_i^{-m+1}, \cdots, z_i^{-1}, 1, z_i, \cdots, z_i^{m-1} \right] c_1 c_1^T \left[z_i^{-m+1}, \cdots, z_i^{-1}, 1, z_i, \cdots, z_i^{m-1} \right]^T = \sum_{\nu=1}^{4m-3} c_{4,\nu} z_i^{\nu-(2m-1)}$$
(21)

$$m_{1}^{-} = \lfloor z_{i}^{m-1}, \cdots, z_{i}^{-1}, 1, z_{i}, \cdots, z_{i}^{m-1} \rfloor c_{1} c_{1} \lfloor z_{i}^{m-1}, \cdots, z_{i}^{-1}, 1, z_{i}^{-1}, \cdots, z_{i}^{m-1} \rfloor^{-1} = \sum_{\nu=1}^{m-1} c_{4,\nu} z_{i}^{\nu} (2\pi^{-1})$$

$$m_{2} m_{2} = \begin{bmatrix} 1 & z_{i}^{-1} & \cdots & z_{i}^{-(2m-2)} \end{bmatrix} c_{2} c_{2}^{m-1} [1 & z_{i}^{-1} & \cdots & z_{i}^{2m-2}]^{T} = \sum_{\nu=1}^{4m-3} c_{2} z_{i}^{\nu-(2m-1)}$$

$$(22)$$

$$m_{2}m_{3} = [1, z_{i}^{T}, \cdots, z_{i}^{T}] c_{2}c_{3}^{T} [1, z_{i}^{T}, \cdots, z_{i}^{T}]^{T} = \sum_{v=1}^{m} c_{5,v}z_{i}^{T} (22)$$

$$\mathbb{R} \oplus : c_{4,v} = \sum_{i3 = \max[1, v-2m+2]}^{\min[2m-1, v]} [c_{1}c_{1}^{T}]_{i3,v-i3+1}, c_{5,v} = \sum_{i4 = \max[1, 2m-v]}^{\min[2m-1, 4m-v-2]} [c_{2}c_{3}^{T}]_{i4,v+i4-(2m-1)} \circ (22)$$

于是有:

$$\det\{\hat{M}\} = \sum_{v=1}^{4m-3} (c_{4,v} - c_{5,v}) z_i^{v-(2m-1)} = 0$$
(23)

由于[$\hat{W}_1 \hat{W}_1^{H}$]、[$c_2 c_3^{T}$]均为 Hermitian 矩阵,所以有 $c_{1,u} = c_{1,2m-u}^*, c_{5,v} = c_{5,4m-2-v}^*$ 。又因为[$c_1 c_1^{T}$]是对称矩 阵,所以也有 $c_{4,v} = c_{4,4m-2-v}^*$ 。也就是说,多项式 det{ \hat{M} }的系数具有对称特性,且多项式的根以倒数共轭对出 现,这 2 个根如不都在单位圆上,则一个根在单位圆里,另一个根在单位圆外。选取式(23)求出的位于单位 圆内的最接近单位圆的 p 个根,由 $\phi_i = - \arcsin(\lambda \arctan(z_i)/2\pi d)$ ($i = 1, 2, \cdots, p$)得到 DOA 估计值。

3 计算复杂度分析

NC - MUSIC 子空间类算法的计算可以分为3个步骤:构造协方差矩阵、对协方差矩阵进行特征分解及利用子空间求 DOA 估计值。本节对本文提出算法、NC - root - MUSIC 算法、NC - ESPRIT 算法、NC - MSWF - MUSIC 算法各步骤和总的计算复杂度进行分析比较,算法的计算复杂度比较见表1。

1 ab. 1 Comparision on computational complexity				
	构造协方差 矩阵	特征分解 求子空间	利用子空间求 DOA 值	总的计算复杂度
本文算法	$O(2m^2l)$	$O(4pm^{2} - 2p^{2}m) + O(2m(2m - p)^{2})$		$O(2m^2l) + O(4pm^2 - 2p^2m) + O(2m(2m-p)^2)$
NC - root - MUSIC	$O(2m^2l)$	$O(8m^3)$		$O(2m^2l) + O(8m^3)$
NC – ESPRIT	$O(2m^2l)$	$O(8m^3)$	$O(4p^2(2m-p)) + O(2p^3)$	$O(2m^2l) + O(8m^3) + O(4p^2(2m-p)) + O(2p^3)$
NC – MSWF – MUSIC		O(2pml)	O((2mp + m/4 + 3p)N)	O(2pml) + O((2mp + m/4 + 3p)N)
NC – MUSIC	$O(2m^2l)$	$O(8m^3)$	O((2mp + m/4 + 3p)N)	$O(2m^2l) + O(8m^3) + O((2mp + m/4 + 3p)N)$

表1 计算复杂度比较表

表1中,N为求 DOA 估计值的谱峰搜索扫描次数,即 N=扫描角度范围/扫描步长。在特征分解求子空间部分,EPM 算法的计算复杂度均表示的是求取扩展传播算子及对估计的扩展噪声子空间进行 Gramm – Schmidt 正交化这两部分的计算复杂度之和;在利用子空间求 DOA 估计值部分,root – MUSIC 类算法的计算复杂度由于极小而忽略^[5]。

如表1所示,NC-root-MUSIC算法避开了求DOA估计值的谱峰搜索过程,使用多项式求根算法快速 求出DOA估计值;NC-ESPRIT算法将空间谱搜索过程转换为对以信号数为维数的矩阵进行特征分解的过 程,大大降低了谱搜索过程的计算量。但NC-root-MUSIC算法和NC-ESPRIT算法仍需要生成协方差矩 阵并对其特征分解。NC-MSWF-MUSIC算法避开了生成协方差矩阵,利用正交分解过程快速求出信号子 空间,但其谱峰搜索过程的计算量仍然较大。而本文提出的算法生成了协方差矩阵,利用扩展传播算子构造 出噪声子空间,与NC-MUSIC算法比较,降低了复杂的特征分解过程的计算量,且利用多项式求根算法快 假设 *p* = 2,1 = 200,*m* = 8,*N* = 1 800(间隔 0.1°进行谱峰搜索过程的峰值判断)时,本文算法、NC - root - MUSIC 算法、NC - ESPRIT 算法、NC - MSWF - MUSIC 算法、NC - MUSIC 算法的计算复杂度分别约为29 184、 29 696、29 936、78 400、101 696 次复数乘法,计算复杂度逐个增加。由此可知,本文算法大大减小了 NC - MUSIC 算法的计算复杂度,且计算复杂度均小于其余 3 种非圆信号快速算法。

4 仿真实验

仿真运行次数为 500 次,采用入射角度为 – 5°和 5°的 2 个信号入射,仿真仅对信号入射角度为 – 5°的信号进行角度估计(图 1 中 ϕ_i 为正向入射角度,法线方向为 0°),设定所估计信号的初始非圆相位为 10°,另一信号的初始非圆相位为 20°。仿真比较的是本文算法(EPM – root – MUSIC)与 NC – root – MUSIC、NC – ES–PRIT、NC – MSWF – MUSIC等快速算法与 NC – MUSIC 算法在不同条件下的均方根误差(root mean square error, RMSE)变化,RMSE 曲线对应的值越小,该条件下的算法性能就越好。

由于研究信号源估计值的取值不是本文的重点,故在本仿真条件下使用 EPM 算法针对不小于 p 值的不同的值进行仿真,取最小 RMSE 值为最终结果,以此尽量避免方向向量和噪声子空间不能完全正交对算法的影响。RMSE 定义为 $\int_{1}^{500} \left[\hat{\Phi}_{i}(q) - \Phi_{i}(q)\right]^{2}/500}, \hat{\Phi}_{i}$ 为信号入射角度 Φ_{i} 的估计值。

图 2 给出了均方根误差与信噪比的关系,其中阵元数为 6,快拍数为 200;图 3 给出了均方根误差与快拍数的关系,其中信噪比为 10 dB,阵元数为 6;图 4 给出了均方根误差与阵元数的关系,其中信噪比为 10 dB,快拍数为 200。



由以上仿真图可知,所有算法的 RMSE 曲线均较接近且呈逐步下降趋势;性能总体最好的算法是求根类算法;除了小信噪比外,EPM – root – MUSIC 算法与 NC – root – MUSIC 算法均有相同的渐进性能,好于其它算法。运用了扩展传播算子求噪声子空间的算法性能均与原算法性能较为接近,证明了本章提出的 EPM 类非圆信号 DOA 估计快速算法的有效性。

5 结束语

本文提出非圆信号扩展传播算子求根 MUSIC 测向算法,利用扩展传播算子求出噪声子空间,再利用多项式求根方法求 DOA 估计值。仿真结果和计算复杂度表明,本文提出的算法的性能与 NC - root - MUSIC、NC - ESPRIT、NC - MSWF - MUSIC 等非圆信号快速算法性能相仿,而且计算量小于上述快速算法。

参考文献:

- Gounon P, Adnet C, Galy J. Localization angulaire de signaux non circulaires [J]. Traitement du signal, 1998, 15(1): 17 23.
- Gao F F, Nallanathan A, Wang Y D. Improved MUSIC under the coexistence of both circular and noncircular sources [J].
 IEEE trans on signal processing, 2008, 56(7): 3033 3038.

- [3] Navarro Moreno J, Estudillo Martínez M D, Fernández Alcalá R M, et al. Estimation of improper complex valued random signals in colored noise by using the hilbert space theory [J]. IEEE trans on information theory, 2009, 55(6): 2859 – 2867.
- [4] 倪淑燕,程乃平,倪正中. 非圆信号虚拟阵列波束形成算法[J]. 航天电子对抗, 2010, 26(5): 11-15. NI Shuyan, CHENG Naiping, NI Zhengzhong. Algorithm for virtual array beamforming and non - circular signal[J]. Aerospace electronic countermeasure, 2010, 26(5): 11-15. (in Chinese)
- [5] Charge P, Wang Y, Saillard J. A noncircular sources direction finding method using polynomial rooting [J]. Signal processing, 2001, 81(8): 1765 – 1770.
- [6] Haardt M, Romer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non circular sources [C]//IEEE proc int conf acoustics, speech, signal processing (ICASSP). Montreal Quebec, Canada: IEEE press, 2004: 101 104.
- [7] 刘剑, 宋爱民, 黄国策. 基于传播算子的非圆信号实值测向方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1136-1139.

LIU Jian, SONG Aimin, HUANG Guoce. Algorithm based on transmission for direction – of – real value measurement on non – circular signals [J]. System engineering and electronic technology, 2010, 32(6):1136 – 1139. (in Chinese)

[8] Marcos S, Marsal A, Benidir M. The propagator method for source bearing estimation [J]. Signal processing, 1995, 42(2): 121-138.

(编辑:徐楠楠)

Extended Propagator Method for Noncircular Signals Estimation with Polynomial Rooting

LIU Zhen – xia¹, LI Yan^{1,2}, SONG Ai – min¹, LIU Jian¹

Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;
 Unit 95482, Chengdu 610081, China)

Abstract: For reducing the complexity of non – circular signal, the paper proposes a computationally efficient direction – of – arrival (DOA) estimation algorithm for noncircular signals. Firstly, the array extension matrix is constructed and the covariance matrix is formed by the characteristics of non – circular signal. Secondly, the noise subspace is achieved by using the extended propagator method without the eigendecomposition of the covariance matrix. Thirdly, the estimating value of DOA is obtained by the polynomial rooting method based on uniform linear arrays. The simulation results indicate that the performances of the algorithm are close to those of NC – root – MUSIC, NC – ESPRIT and NC – MSWF – MUSIC. The analysis of the complexity show that the proposed algorithm is computationally efficient in comparison to the above mentioned algorithms without complex computation and also demonstrate the rapid and effective performances of the proposed algorithm.

Key words: array signal processing; direction - of - arrival estimation; noncircular signals; extended propagator method; polynomial rooting