

# 卫星通信中的一种改进 LDPC 译码算法

郭兴阳, 褚振勇, 梁俊, 黄涛

(空军工程大学电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

**摘要** 在采用 LDPC 编码的再生转发卫星通信中, 取消星上编译码可降低转发器的负载, 但地面接收终端的标准 MP 算法难以精确估计比特后验概率, 从而影响 LDPC 译码器的性能。本文研究地面接收终端精确估计比特后验概率的算法。首先建立再生转发卫星通信模型, 分析并给出比特后验概率估计问题产生的原因, 然后采用概率论的方法进行理论推导, 给出精确估计比特后验概率的算法。Matlab 仿真结果表明, 在上下行链路载噪比相等、误比特率为  $10^{-5}$  时, 改进算法可获得 0.7 dB 的增益。在星上无编译码的再生转发卫星通信中, 改进算法可用来提高地面接收机的译码性能。

**关键词** 卫星通信; 再生转发; 低密度校验码; 消息传递算法; 后验概率

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.03.013

**中图分类号** TN927 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)03-0060-04

LDPC<sup>[1]</sup> 编码具有良好的编码增益, 该特性将使其在卫星通信中得到广泛的应用, 如 DVB-S2 技术等。随着卫星通信技术的发展, 在星上进行信号再生转发将是一种常见的卫星通信方式<sup>[2]</sup>, 如欧洲卫星通信组织的 Skyplex 宽带转发器、IPStar 和 Spaceway3 宽带通信卫星就实现了星上再生转发, 同时进行了上行 FDMA (TDMA)/下行 TDM 多址方式变换。LDPC 编码在这类卫星通信系统中也有巨大的应用潜力。

在上述卫星通信系统中, 如果上行信号经过 LDPC 编码, 则可以在星上进行译码和重新编码以尽可能提高系统的性能; 然而通信卫星的星上资源一般很有限, 并且需要用三模冗余等技术来克服单粒子翻转问题, 因此如果在星上不做编译码处理, 将降低卫星的制造难度, 且更易于保证星载通信平台的可靠性; 但是如果上行链路信噪比较低, 且在星上解调后没有译码时, 地面接收终端 LDPC 译码器的标准 MP 算法就不能精确估计比特后验概率(见 2.1 节)。

目前一些针对 LDPC<sup>[3-5]</sup> 或 Turbo<sup>[6-7]</sup> 译码算法的研究中, 对信号噪声功率进行了优化估计, 这些方法在特定场景下可以用来改进 MP 算法的比特后验概率估计精度, 但不能直接应用于再生式卫星转发通信。对卫星通信中的 LDPC 编码研究也有一些相关文献, 如用于纠正卫星通信突发错误的相关文献<sup>[8]</sup> 等, 但目前没有用于再生式卫星转发通信中进行比特后验概率估计的研究。本文将研究该问题, 以提高再生式卫星转发通信系统的译码性能。

## 1 LDPC 译码算法

LDPC 编译码模型如图 1 所示。假定信道调制方式为 BPSK, 信道噪声为加性高斯白噪声。LDPC 编码器输出码元为  $X_i \in \{+1, -1\}$ , 接收端解调器输出软判决信号  $Y_i = X_i + n_i$ ,  $n_i$  是功率为  $\sigma^2$  信道噪声, 译码



图 1 LDPC 编译码模型

Fig. 1 Model of LDPC co-decoding

\* 收稿日期: 2010-11-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972042)

作者简介: 郭兴阳(1977-), 男, 陕西西安人, 讲师, 博士, 主要从事卫星通信研究. E-mail: xyguo@nudit.edu.cn

器对  $Y_i$  进行译码。基于 MP 算法的 LDPC 译码算法如下所示。

**步骤 1 初始化:**

校验矩阵中的元素为  $h_{j,i}$ , 对应于所有  $h_{j,i} = 1$  的元素, 计算比特后验概率  $q_{i,j}(+1)$  和  $q_{i,j}(-1)$ :

$$p_i = P(X_i = -1 | Y_i = y_i) = \frac{1}{1 + \exp(2y_i/\sigma^2)} \quad (1) \quad q_{i,j}(+1) = 1 - p_i \quad (2) \quad q_{i,j}(-1) = p_i \quad (3)$$

式中  $y_i$  是解调器的对码元  $X_i$  的软判决输出。

**步骤 2 计算从校验节点向比特节点传递的信息:**

$$r_{j,i}(+1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i' \in R_{j,i}} (1 - 2q_{i',j}(-1)) \quad (4) \quad r_{j,i}(-1) = 1 - r_{j,i}(+1) \quad (5)$$

式中  $R_j$  是校验矩阵第  $j$  行中值为 1 的元素的位置信息集合。

**步骤 3 计算从比特节点向校验节点传递的信息:**

$$q_{i,j}(+1) = K_{i,j}(1 - p_i) \prod_{j' \in C_{i,j}} r_{j',i}(+1) \quad (6) \quad q_{i,j}(-1) = K_{i,j}p_i \prod_{j' \in C_{i,j}} r_{j',i}(-1) \quad (7)$$

式中  $K_{i,j}$  的选择使  $q_{i,j}(+1) + q_{i,j}(-1) = 1$ ,  $C_i$  是校验矩阵中第  $i$  列中值为 1 的元素的位置信息集合。

**步骤 4 对每个比特计算后验概率:**

$$Q_i(+1) = K_i(1 - p_i) \prod_{j \in C_i} r_{j,i}(+1) \quad (8) \quad Q_i(-1) = K_i p_i \prod_{j \in C_i} r_{j,i}(-1) \quad (9)$$

式中  $K_i$  的选择使  $Q(+1) + Q(-1) = 1$ 。

**步骤 5 进行硬判决:**

$$\hat{X}_i = \begin{cases} +1, & Q_i(+1) \geq 0.5 \\ -1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

如果判决结果可使所有的校验方程满足或达到最大迭代次数, 则译码完毕, 否则回到步骤 2。

## 2 再生转发卫星通信中的 LDPC 译码算法改进

### 2.1 再生转发卫星通信模型

本文研究再生转发卫星通信中的 LDPC 译码算法, 要求在星上不进行译码和编码, 根据该要求可以建立图 2 所示的星上再生转发卫星通信模型。



图 2 星上再生转发卫星通信模型

Fig. 2 Model of satellite on-board regeneration communication

假定卫星通信系统调制方式为 BPSK, 上行和下行信道噪声为加性高斯白噪声, 其平均功率分别为  $\sigma_1^2$  和  $\sigma_2^2$ 。地面终端的输入消息在发射前首先进行 LDPC 编码, 编码输出码元为  $X'_i \in \{+1, -1\}$ 。  $X'_i$  经过上行信道 (调制并加入噪声) 传输到卫星并进行硬判决解调, 硬判决输出码元为  $Y'_i \in \{+1, -1\}$ , 经过下行信道 (调制并加入噪声) 传输到地面接收终端进行软判决解调, 软判决输出为  $Z'_i = Y'_i + n'_i$ ,  $n'_i$  为下行链路加入的噪声, LDPC 译码器对  $Z'_i$  进行译码。

用 MP 算法对  $Z'_i$  译码时, 第一步首先要根据  $Z'_i$  和噪声功率对比特后验概率  $P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i)$  进行初始化估计。但  $Z'_i$  和噪声功率  $\sigma_2^2$  只能用来精确估计  $P(Y'_i = -1 | Z'_i = z'_i)$ , 而不是  $P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i)$ 。从 MP 算法来看, 比特后验概率参与每一步迭代计算, 因此其精度对译码性能有较大的影响。为了尽可能提高 LDPC 的 MP 译码算法性能, 本文对比特后验概率估计算法作出改进。

### 2.2 LDPC 译码算法改进

为便于表示, 首先定义符号  $X_{-1}$  代表  $X'_i = +1$ ;  $Y_{-1}$  代表  $Y'_i = -1$ ,  $Y_{+1}$  代表  $Y'_i = +1$ ; 在不引起混淆的情况下用  $z'_i$  代表  $Z'_i = z'_i$ 。对比特后验概率估计算法作如下推导:

$$P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i) = P(X_{-1} | z'_i) = P((X_{-1}, Y_{+1}) | z'_i) + P((X_{-1}, Y_{-1}) | z'_i) =$$

$$\begin{aligned} & (P(X_{-1}, Y_{+1}, z'_i) + P(X_{-1}, Y_{-1}, z'_i)) / P(z'_i) = \\ & (P(z'_i | (X_{-1}, Y_{+1}))P(X_{-1}, Y_{+1}) + P(z'_i | (X_{-1}, Y_{-1}))P(X_{-1}, Y_{-1})) / P(z'_i) \end{aligned} \quad (11)$$

由于  $Y'_i$  存在的条件下,  $Z'_i$  与  $X'_i$  并不相关, 因此可以得出:

$$P(z'_i | (X_{-1}, Y_{+1})) = P(z'_i | Y_{+1}) \quad (12) \quad P(z'_i | (X_{-1}, Y_{-1})) = P(z'_i | Y_{-1}) \quad (13)$$

将式(12)、(13)代入式(11)可得:

$$\begin{aligned} P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i) &= (P(z'_i | Y_{+1})P(X_{-1}, Y_{+1}) + P(z'_i | Y_{-1})P(X_{-1}, Y_{-1})) / P(z'_i) = \\ & ((P(z'_i, Y_{+1}) / P(Y_{+1}))P(X_{-1} | Y_{+1})P(Y_{+1}) + (P(z'_i, Y_{-1}) / P(Y_{-1}))P(X_{-1} | Y_{-1})P(Y_{-1})) / P(z'_i) = \\ & (P(z'_i, Y_{+1})P(X_{-1} | Y_{+1}) + P(z'_i, Y_{-1})P(X_{-1} | Y_{-1})) / P(z'_i) = \\ & P(Y_{+1} | z'_i)P(X_{-1} | Y_{+1}) + P(Y_{-1} | z'_i)P(X_{-1} | Y_{-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

$P(X_{-1} | Y_{+1})$  为星上硬判决的误码率, 即:

$$P(X_{-1} | Y_{+1}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{2\sigma_1^2}} \right) \quad (15) \quad P(X_{-1} | Y_{-1}) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{2\sigma_1^2}} \right) \quad (16)$$

将式(1)、(15)和(16)代入式(14)可得:

$$P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i) = \frac{1}{(1 + \exp(-2z'_i/\sigma_2^2))} \left( \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{2\sigma_1^2}} \right) \right) + \frac{1}{(1 + \exp(2z'_i/\sigma_2^2))} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{2\sigma_1^2}} \right) \right) \quad (17)$$

同时得到:

$$P(X'_i = +1 | Z'_i = z'_i) = 1 - P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i) \quad (18)$$

式(17)和式(18)是对比特后验概率更为精确估计, 可以直接用于 MP 译码算法。

### 3 改进算法的仿真结果

根据 2.2 节中改进的 MP 译码算法对再生转发卫星通信系统的 LDPC 译码性能进行仿真, 使用随机构造的(2 000, 3, 6)LDPC 码, 最大迭代次数为 100, 得到图 3 的仿真结果。

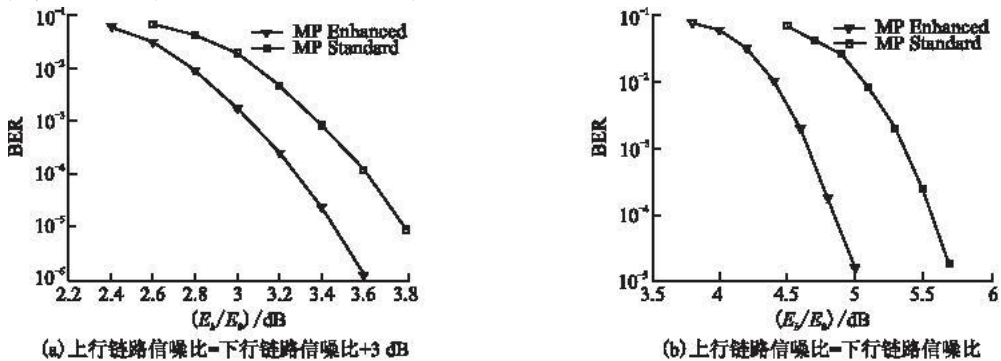


图3 再生转发卫星通信的 LDPC 译码性能

Fig. 3 LDPC decoding performance of satellite on-board regeneration communication

图 3(a)和(b)仿真了标准 MP 算法(MP Standard)和改进的 MP 算法(MP Enhanced)。图 3 中水平轴表示下行链路信噪比, 图 3(a)中上行链路信噪比比下行链路大 3 dB, 图 3(b)中上行链路和下行链路信噪比相等。标准 MP 算法直接用下行链路噪声功率和解调器软输出来估计比特后验概率。

从仿真结果来看, 改进的译码算法性能得到了提高。当上行链路信噪比比下行链路大 3 dB、误码率为 10<sup>-5</sup>时, 改进的译码算法比标准 MP 算法约有 0.3 dB 的增益; 当上行链路和下行链路信噪比相等时, 约有 0.7 dB 的增益。从原理上分析可知, 如果上行链路信噪比远大于下行链路, 而且上行信号经星上解调后误码率很小, 从式(17)可知:

$$P(X'_i = -1 | Z'_i = z'_i) \approx 1 / (1 + \exp(2z'_i/\sigma_2^2)) \quad (19)$$

此时用标准 MP 算法也能较为精确地估计比特后验概率, 因此性能与改进算法差别不大。反之, 当上行链路信噪比小于下行链路时, 改进算法将对性能提高较多。原理分析与仿真结果相一致。

## 4 结束语

在星上再生转发的卫星直播系统中,上行链路的功率储备或信噪比往往远大于下行链路,可以用标准 MP 算法进行译码;在一般的再生转发卫星通信系统中,地面终端则具有双向通信功能,为节约功率资源并降低系统造价,在系统设计中应使上行和下行链路载噪比较为平衡,可应用本文提出的改进算法提高系统性能。

### 参考文献:

- [1] Gallager R G. Low density parity check codes [J]. IRE transactions on information theory, 1962, 8 (3): 208 – 220.
- [2] 吴诗其, 吴廷勇, 卓永宁. 卫星通信导论(第2版)[M]. 北京:电子工业出版社, 2007:64 – 65.  
WU Shiqi, WU Tingyong, ZHUO Yongning. Introduction to satellite communications(the second edition)[M]. Beijing: Electronics industry press, 2007:64 – 65. (in Chinese)
- [3] 潘小飞, 刘爱军, 张邦宁. 一种基于 LDPC 编码系统的符号同步联合信噪比估计算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30 (1):125 – 129.  
PAN Xiaofei, LIU Aijun, ZHANG Bangning. A joint timing synchronization and SNR estimation algorithm for LDPC – coded systems[J]. Journal of electronics and information technology, 2008, 30(1):125 – 129. (in Chinese)
- [4] 潘小飞, 刘爱军, 张邦宁, 等. LDPC 迭代译码联合噪声方差估计[J]. 应用科学学报, 2007, 15(6):298 – 602.  
PAN Xiaofei, LIU Aijun, ZHANG Bangning, et al. Joint iterative decoding and noise variance estimation based on expectation – maximization[J]. Journal of applied sciences, 2007, 15(6):298 – 602. (in Chinese)
- [5] Ma c, Ng B P. LDPC Decoding algorithm with estimation of noise variance [C]//8th international conference on signal processing. Guilin:[s. n. ],2006:1019 – 1022.
- [6] Summer T A, Wilson S G. SNR mismatch and online estimation in turbo decoding[J]. IEEE transactions on communications, 1998, 46(4): 421 – 423.
- [7] Reed M, Asentorfe R J. A novel variance estimation for turbo decoding[C]//16th international conference on thermoelectrics. melbourne, Australia:[s. n. ],1997: 173 – 178. .
- [8] 野晓东, 马林华, 王卫民, 等. 一种抑制 LDPC 码突发错误的软件方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2009, 10 (3):82 – 85.  
YE Xiaodong, MA Linhua, WANG Weimin, et al. A software method restricting incidental error of LDPC codes [J]. Journal of air force engineering university:natural science edition, 2009, 10(3):82 – 85. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

## An Advanced LDPC Decoding Algorithm for Satellite Communication

GUO Xing – yang, CHU Zhen – yong, LIANG Jun, HUANG Tao

(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** In on – board regeneration satellite communications, the burden of satellite transponder is light when on – board processor works without channel decoding and recoding, but LDPC performance degradation will occur because the bit posteriori probability can not estimated precisely in LDPC classic MP algorithm. This paper researches on the algorithm of estimating the posteriori probability precisely in the downlink. Firstly a satellite communication model is constructed and the kernel of posteriori probability estimation puzzles is analyzed, then an advanced posteriori probability estimation algorithm is derived by means of probability theory. The matlab simulation displays 0.7 dB gain of the enhanced algorithm when the SNR in the uplink and that in the downlink are equivalent, and the bit error probability is  $10^{-5}$ . In the regeneration satellite communication system without on – board decoding and recoding, the advanced algorithm can be used to improve the performance of the receiver.

**Key words:** satellite communication; satellite on – board regeneration; LDPC; MP algorithm; posteriori probability