

先进上面级快速机动轨道优化设计

罗 达, 周 军, 刘莹莹

(西北工业大学精确制导与控制研究所, 陕西 西安 710072)

摘要 根据先进上面级的推力特点和任务需求,将快速机动轨道优化问题转化为有限推力下时间最优轨道机动问题。首先建立脉冲推力下的多约束时间最优优化模型,然后利用改进的微分进化法求解全局最优解。其次建立有限推力下的修正模型,对脉冲推力的优化结果进行修正,最终得到有限推力下时间最优轨道机动问题的解。通过快速轨道交会仿真验证了模型和算法的合理性,所得终端位置误差为 1 km 量级,在容许范围内,可通过末端轨道调整进一步修正。理论分析和仿真结果表明:结合脉冲变轨和有限推力修正的模型能更准确描述轨道机动的实际情况,采用的改进微分进化算法收敛速度快,稳定性好,对初值无明显要求。

关键词 先进上面级;快速轨道机动;微分进化算法;有限推力;全局优化

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.02.003

中图分类号 V475.4 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)02-0012-05

先进上面级(Advanced Upper Stage, AUS)是基于传统火箭上面级发展起来的航空运载器,具有大推力、长时间在轨、多次起动等飞行特点,作为特殊用途的 AUS 常需要进行快速轨道机动,以满足空间任务对快速响应的需要^[1-3]。其快速机动优化轨道设计,可归结为多约束条件下的时间最优轨道优化问题。现有航天器的机动轨道,大多以燃料最省为优化指标来进行设计,周军^[4]、王华^[5]等采用非线性规划、协状态变量局部最优算法,Paul Williams^[6]、Ran Dai^[7]等采用遗传算法、随机 A* 扩展树全局优化方法,对轨道机动优化问题分别进行了研究。局部最优算法^[4-5]对初值的选取比较敏感,得到的结果不一定是全局最优解;遗传算法^[6-7]等虽然能得到全局最优解,但存在收敛速度慢等缺点。源于演化算法的微分进化算法(DE)^[8]在收敛速度和稳定性方面优势显著,因而在各领域中得到了广泛的应用。

本文通过分析先进上面级的任务需求,建立了 AUS 进行快速大空域轨道机动的动力学模型、脉冲变轨模型及有限推力修正模型,利用改进的微分进化算法(IDE)^[8-9],给出了先进上面级快速轨道机动的全局优化轨道设计方法。

1 脉冲推力近似下的变轨设计

1.1 快速轨道机动模型

先进上面级所执行的快速轨道机动任务包括快速轨道转移、快速空间就位、快速空间交会、快速空间救援和空间拦截打击等。由于先进上面级具有独立的推进系统,可产生巨大能量,并可在太空中经过长时间滑行后多次启动,因此初步设计可将其轨道机动视为近似多脉冲推力下的变轨过程。

在快速响应任务要求下先进上面级系统(包括先进上面级及有效载荷)的轨道优化需要以时间最少为优化指标。根据需求分析可得 AUS 快速机动的轨道优化模型如下:

1) 优化指标函数:优化指标为从初时刻 t_0 至终时刻 t_f 时间历程最小。即:

* 收稿日期:2010-10-27

基金项目:教育部博士点基金资助项目(70699004)

作者简介:罗 达(1983-),男,安徽桐城人,博士生,主要从事航天器动力学建模、航天器控制与仿真技术研究。

E-mail:tyxin@sohu.com

$$t_{f_{t_0}} 1 dt \rightarrow \min \quad (1)$$

2) 决策变量:

$$\mathbf{X} = [\Delta v \quad t] \quad (2)$$

式中: $\Delta v = [\Delta v_1 \quad \Delta v_2 \quad \cdots \quad \Delta v_n]$ 表示 n 次脉冲推力作用在地心赤道惯性系下的速度增量。 $t = [t_1 \quad t_2 \quad \cdots \quad t_{n-2} \quad t_f]$, 前 $n-2$ 项表示除开始机动时刻和终时刻外其余 $n-2$ 次脉冲的施加时刻。

3) 运动过程约束: 在地心赤道惯性坐标系和近似脉冲推力假设下, 可建立以位置、速度为状态变量的变轨运动动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) = -\frac{\mu}{r^3(t)} \mathbf{r}(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{r}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t)$ 是 AUS 在惯性系下的位置和速度矢量。由于脉冲变轨是在一瞬间完成的, 在脉冲前后, AUS 的位置没有变化, 但速度改变量为 Δv_i 。

4) 控制域条件: AUS 受发动机性能参数及所携带燃料的限制, 机动能力有限。令整个变轨过程所能提供的最大速度增益为 Δv_{\max} , 则数次脉冲变轨产生的总的速度增益需满足下式 $i=1, 2, \dots, n$ 表示每次脉冲:

$$\sum |\Delta v_i| \leq \Delta v_{\max} \quad (4)$$

5) 末端状态约束: 针对不同的任务要求, AUS 轨道机动有不同的末端状态约束。

轨道拦截:

$$\mathbf{r}_A(t_f) = \mathbf{r}_g(t_f) \quad (5)$$

轨道交会:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_A(t_f) = \mathbf{r}_g(t_f) \\ \mathbf{v}_A(t_f) = \mathbf{v}_g(t_f) \end{cases} \quad (6)$$

轨道转移:

$$[a_A(t_f) \quad e_A(t_f) \quad i_A(t_f) \quad \Omega_A(t_f) \quad \omega_A(t_f)] = [a_g(t_f) \quad e_g(t_f) \quad i_g(t_f) \quad \Omega_g(t_f) \quad \omega_g(t_f)] \quad (7)$$

具有下标 A 的变量表示的是 AUS 终时刻的状态, 具有下标 g 的变量表示的是目标终时刻的状态。

$[a \quad e \quad i \quad \Omega \quad \omega]$ 为 AUS 的轨道根数。

1.2 改进的微分进化算法流程

微分进化算法 (DE) 的基本思想是: 以式 (2) 表示的一组决策变量为一个个体, 定义包含多个个体的集合为种群; 对种群中的个体 i , 从当前种群中随机选择 3 个点, 以其中 1 个点为基础, 另 2 个点为参照作一个扰动, 所得点与个体 i 交叉后进行“自然选择”, 保留较优者, 实现种群的优化^[5]。算法步骤如下:

步骤 1 初始化。 输入进化参数: 种群规模 N , 交叉概率 P_c , 交叉因子 $F \in (0, 1)$, 进化代数 $t=0$, 自变量的下界 x_i^L 和上界 x_i^U , 随机生成初始种群 $\bar{X}(0) = \{X_1(0), X_2(0), \dots, X_N(0)\}$, 其中每个个体的初值 $X_i(0) = \{X_1^{(i)}(0), X_2^{(i)}(0), \dots, X_n^{(i)}(0)\}$;

步骤 2 个体评价。 以优化指标函数为目标函数, 计算个体 $X_i(t)$ 的目标值 $f(X_i(t))$;

步骤 3 变异。 对个体 $X_i(t)$, 随机生成 $[1, N]$ 间的 3 个互不相同的整数 r_1, r_2, r_3 和 $[1, n]$ 间的随机整数 j_{rand} , 若 $\text{rand}[0, 1] < P_c$ 或 $j = j_{\text{rand}}$, 令:

$$x_j^{(i)'}(t) = x_j^{(x_1)}(t) + F(x_j^{(r_2)}(t) - x_j^{(r_3)}(t)) \quad (8)$$

否则,

$$x_j^{(i)'}(t) = x_j^{(i)}(t) \quad (9)$$

标准的 DE 算法只能求解无约束的变量优化问题, 考虑到本文问题的具体情况, 可对 DE 算法加以改进。对边界约束条件 $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U$, 当 $x_j^{(i)'}(t) \notin [x_i^L, x_i^U]$ 时, 令:

$$x_j^{(i)'}(t) = x_i^L + \text{rand}(0, 1)(x_i^U - x_i^L) \quad (10)$$

步骤 4 重组。

$$X_i(t+1) = \begin{cases} x_j^{(i)'}(t), & \text{若 } f(x_j^{(i)'}(t)) < f(x_j^{(i)}(t)) \\ x_j^{(i)}(t), & \text{否则} \end{cases} \quad (11)$$

步骤 5 终止检验。 如果种群 $X_i(t+1)$ 满足终止准则, 则输出 $X_i(t+1)$ 中具有最小目标值的个体作为最优解, 否则转步骤 2。

根据轨道机动过程中的各种约束条件,以优化指标函数为目标,利用改进的微分进化算法(IDE),最终可得到脉冲推力下的优化机动参数,即各次脉冲变轨时刻和速度增量值。

2 有限推力修正

实际工程中的航天器变轨推力大小总是有限的,并且变轨过程也不是瞬间的。具有大推力变轨能力的先进上面级使用有限推力进行变轨并完成一定的轨道机动时,可先用脉冲推力模型得到完成任务需要的机动参数,然后根据一定的近似等价关系进行修正,求出相应的有限推力下的机动参数。

2.1 运动过程约束修正

考虑推力的持续作用和燃料消耗,可得 AUS 系统在轨道机动过程中的动力学方程为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) = -\frac{\mu}{r^3(t)}\mathbf{r}(t) + \mathbf{a}_p(t) + \frac{\mathbf{F}(t)}{m(t)} \\ \dot{m} = -\frac{|\mathbf{F}(t)|}{I_{sp}} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{a}_p(t)$ 为除中心引力加速度和控制力加速度外其他各力学因素对 AUS 的摄动加速度; $m(t)$ 为 AUS 质量; $\mathbf{F}(t)$ 为发动机推力矢量; I_{sp} 为发动机比冲; μ 为引力常数。整个轨道机动过程遵循上述动力学方程。

2.2 控制域条件修正

先进上面级的推进系统主要包括化学能、太阳能和核能推进系统 3 大类。化学能推进技术已经比较成熟,并能提供大推力,因而是 AUS 执行快速轨道机动的有效推进手段。采用固体、液体或低温发动机的化学能推进 AUS,其推力大小和总冲是预先设定的。令 AUS 的设定真空推力大小为 F_e ,可工作时间为 t_e ,则每次变轨的推力及总的工作时间需满足下式,其中, $j=1,2,\dots,n$ 表示每次推力变轨阶段:

$$\begin{cases} |\mathbf{F}_j(t)| \approx F_e \\ \sum t_j \leq t_e \end{cases} \quad (13)$$

由式(12)及冲量定理可得,推进系统在脉冲近似下能提供的总的速度增量由下式计算, m_0 为 AUS 初始总质量:

$$\Delta v_{\max} = \frac{F_e t_e}{m_0 - F_e t_e / I_{sp}} \quad (14)$$

2.3 推力时间修正

在轨道机动参数计算时,首先用脉冲模型设计出机动参数,即每次脉冲变轨时刻和速度增量值,设某次脉冲变轨的时刻为 t_c ,速度增量为 Δv ,用于变轨的发动机推力 F_e 、比冲 I_{sp} 恒定,则其工作参数可以确定。推力方向沿 Δv (由 AUS 姿态和所用发动机安装方向保证),连续点火时间长度^[8]为:

$$\Delta t = \frac{m_0 I_{sp}}{F_e} [1 - e^{-|\Delta v|/I_{sp}}] \quad (15)$$

则点火时刻为 $t_c - \Delta t/2$,关机时刻为 $t_c + \Delta t/2$ 。

上述方法适用于脉冲变轨时刻处于轨道机动的中间阶段的情况;若在机动的初末时刻就进行脉冲变轨,则有限推力下的等价连续点火时间长度可按下面的方法计算:

以各时刻的等价速度增量为决策变量, $\mathbf{X}' = [\Delta v_1 \quad \Delta v_2 \quad \dots \quad \Delta v_n]$,根据前述脉冲模型的设计结果和运动过程修正、控制域约束修正及中间时刻推力时间修正,利用 IDE 算法进行优化,最终得到包含初末时刻变轨的有限推力下的连续点火时间长度、点火时刻和推力方向。

3 仿真算例

以异面椭圆轨道快速空间交会为例说明应用情况,先进上面级初始轨道根数为 $[28\ 371\ \text{km}, 0.02, 33^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$,目标航天器初始轨道根数为 $[26\ 371\ \text{km}, 0.001, 30^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$ (根数以 $[a, e, i, \Omega, \omega, M]$ 排列)。参考美国“半人马座-D”上面级,选取上面级技术参数如下:初始总质量 30 400 kg,真空推力 133.4 kN,真空比冲 4 354.2 N·s/kg,可工作时间 450 s。

3.1 有限推力下的仿真结果

由式(14),可得脉冲近似下 AUS 能提供的总的速度增量约为 3 613.4 m/s。

以 3 脉冲变轨方式为例,采用上述 IDE 算法进行求解,个体数 $n=7$,取种群规模 $N=5n$,交叉因子 $F=0.5$,交叉概率 $P_c=0.1$,算法迭代次数为 2 000 次,决策变量随机选取控制域范围内的值,优化可得 3 次脉冲作用时刻(s)为:(0,588.9,1 438.0)。

根据脉冲推力的优化结果,以 3 次变轨阶段的等价速度增量为决策变量,将脉冲近似下的优化结果用有限推力修正,个体数 $n=9$,其余参数同上,得到有限推力下的机动优化结果见表 1,3 次变轨后的先进上面级轨道根数与目标航天器的轨道根数的比较见表 2,相对位置误差约为 1.0 km;等效速度增量分别为(801.9, 153.0,86.6)、(828.6,35.6,221.0)、(-220.4,-0.5,-5.7),总速度增量为 1 900.6 m/s。多次仿真结果表明,采用改进的微分进化算法,决策变量能很快收敛于最优值,而且对迭代初值无明显要求。

表 1 有限推力机动轨道优化结果

Tab.1 Optimization results of finite-thrust maneuver

参数	1 次变轨	2 次变轨	3 次变轨
点火时刻/s	0	402.8	1 406.5
点火时间长度/s	171.0	186.1	31.5
速度增量/($m \cdot s^{-1}$)	820.942	859.199	220.505
点火前质量/kg	30 400	25 161.058	19 459.497
点火后质量/kg	25 161.058	19 459.497	18 494.428

表 2 3 次变轨后轨道根数与目标值的比较

Tab.2 Orbital element's comparison of aim spacecraft and AUS by three orbital maneuver

轨道根数	目标轨道参数	变轨后实际参数
半长轴 a /km	28 371.004	28 371.028
偏心率 e	0.020	0.020
轨道倾角 i ($^\circ$)	33	33
升交点赤经 Ω ($^\circ$)	0	0
近地点幅角 ω ($^\circ$)	0	0
平近点角 M ($^\circ$)	10.885	10.961

图 1 为快速轨道交会的最终优化轨迹。图 2 为脉冲推力和有限推力下的转移轨道局部图,2 种推力下都实现了异面椭圆轨道间的快速空间交会。图 1 与图 2 都是建立在地心赤道惯性坐标系^[8]上。

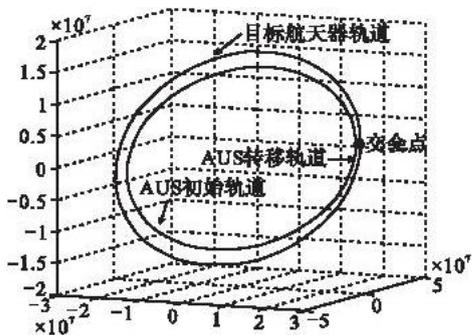


图 1 有限推力下的快速轨道交会轨迹

Fig.1 Quick orbital rendezvous trajectory by finite-thrust

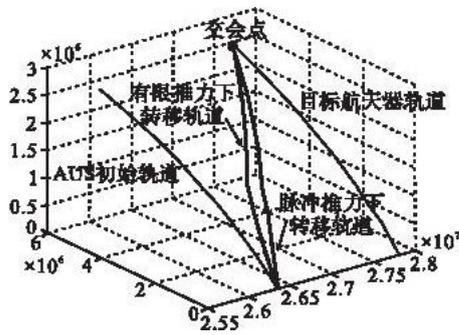


图 2 两种推力下的转移轨道

Fig.2 Transfer orbits by impulse-thrust and finite-thrust

3.2 误差分析与处理

由仿真结果可知,最终时刻先进上面级和目标航天器的位置误差约为 1 km 量级,这主要由以下 3 个原因导致:①有限推力下存在较长的推力弧段,造成了一定的引力损失。减少引力损失的方法是增加变轨次数,减少每次变轨推力弧段的长度;但变轨次数增多,会给控制系统与执行机构增加困难,一般以不超过 6 次为宜^[10]。②优化算法的限制。具有全局搜索特性的微分进化算法等全局优化方法,理论上能收敛至全局最优解,但实际使用时总有迭代次数的限制,因而得到的结果总是逼近而难以到达全局最优解。根据任务需要,可以通过改进算法和增加迭代次数等来提高精度。③各种摄动力的影响。航天器在轨受到地球非球形引力、日月引力和太阳光压等多种摄动力的影响,导致实际运行轨道偏离理想的优化轨道。因而,在先进上面级变轨的飞行末端,需要再次进行轨道调整,最终将状态误差控制在容许范围内。

4 结束语

先进上面级在进入空间和利用空间方面具有技术基础雄厚、可执行任务广泛以及响应时间快等优势。本文将先进上面级快速轨道机动问题转化为时间最优的多约束轨道优化问题,建立了先进上面级执行快速

轨道机动的脉冲推力变轨模型和有限推力变轨模型,并通过全局优化算法即改进的微分进化法来进行求解,得到了较好的结果,具有一定的工程应用参考价值。

由于数学模型的近似、空间环境的摄动力影响以及航天器执行机构误差的存在,在先进上面级快速轨道机动末端时间区域,需要根据具体情况进行末端轨道调整,这也是进一步研究需要解决的问题。

参考文献:

- [1] Andreas Goetz, Gerald Hagemann, Joachim Kretschmer. Advanced upper stage propulsion concept – the expansion – deflection upper stage[R]. AIAA 2005 – 3752.
- [2] Thierry Pichon, Herve Coperet, Armelle Foucault, et al. Vinci upper stage engine nozzle extension development status[R]. AIAA 2005 – 3757.
- [3] Paul Schallhorn. Upper stage tank thermodynamic modeling using SINDA/FLUINT[R]. AIAA 2006 – 5051.
- [4] 周军,常燕. 考虑地球扁率 J2 摄动影响的异面椭圆轨道多冲量最优交会[J]. 宇航学报,2008,29(2): 472 – 475.
ZHOU Jun, CHANG Yan. Optimal multiple – impulse rendezvous between non – coplanar elliptic orbits considering the J2 perturbation effects[J]. Journal of astronautics, 2008,29(2): 472 – 475. (in Chinese)
- [5] 王华,唐国金. 用非线性规划求解有限推力最优交会[J]. 国防科技大学学报,2003,25(2):9 – 13.
WANG Hua, TANG Guojin. Optimal finite – thrust rendezvous using nonlinear programming[J]. Journal of national university of defense technology, 2003,25(2): 9 – 13. (in Chinese)
- [6] Paul Williams. Real – time computation of optimal three – dimensional aircraft trajectories including terrain – following[R]. AIAA 2006 – 6603.
- [7] Ran Dai. Three – dimensional minimum – time interception trajectory planning using nonlinear programming and collocation [R]. AIAA 2007 – 6787.
- [8] Jouni Lampinen, Ivan Zelinka. Mixed inter – discrete – continuous optimization by differential evolution[C]// In proceedings of MENDEL'99 5th International mendel conference on soft computing. Brno;Czech republic,1999: 71 – 76.
- [9] 赵光权,彭喜元,孙宁. 基于混合优化策略的微分进化改进算法[J]. 电子学报,2006,12A:2402 – 2405.
ZHAO Guangquan, PENG Xiyuan, SUN Ning. A modified differential evolution algorithm with hybrid optimization strategy [J]. Acta electronica sinica, 2006,12A:2402 – 2405. (in Chinese)
- [10] 杨嘉墀,范秦鸿,张云彤,等. 航天器轨道动力学与控制[M]. 北京:中国宇航出版社,2007:70 – 76.
YANG Jiachi, FAN Qinrong, ZHANG Yuntong, et al. Spacecraft orbit dynamics and control[M]. Beijing: Chinese astronautics press, 2007:70 – 76. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

Optimal Design on Quick Orbit Maneuver of Advanced Upper Stage

LUO Da, ZHOU Jun, LIU Ying – ying

(Institute of Precision Guidance and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Advanced Upper Stage (AUS) is an important aircraft for future spaceflight. Based on AUS's thrust characteristic and assignment demand, the problem of AUS's quick orbit maneuver optimization is transformed to that of Minimum – time orbit maneuver using finite thrust. Firstly, a multi – restriction and minimum – time optimal model on impulse thrust is established, and the Improved Differential Evolution (IDE) algorithm is used to achieve global optimal solution. Secondly, a correct model on finite – thrust is built to modify the optimal solution by impulse thrust. Finally the solution of Minimum – time optimal orbit maneuver is obtained by finite – thrust. The simulation of quick orbital rendezvous has verified the reasonableness and correctness of the model and algorithm, the obtained terminal position error is 1.0 km magnitude and can be further corrected by terminal orbit adjustment.

Key words: advanced upper stage; quick orbit maneuver; differential evolution algorithm; finite – thrust; global optimal solution