

不规则多棱柱隐身罩材料参数的一般张量表达式

顾超¹, 屈绍波^{1,2}, 裴志斌¹, 徐卓², 刘嘉¹, 顾巍³

(1. 空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051; 2. 西安交通大学电子陶瓷与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049; 3. 成都理工大学 工程技术学院, 四川 乐山 614300)

摘 要: 基于坐标变换理论推导了任意多棱柱隐身罩的隐身条件, 并得到了相应隐身罩材料参数的张量表达式。根据导出的材料参数的张量表达式, 通过全波仿真分别对三棱柱、四棱柱和六棱柱隐身罩进行了仿真验证, 仿真结果证实了所得材料参数张量表达式的正确性; 利用所推公式设计的隐身罩的确能够控制电磁波绕着内部被隐物体传播, 并使波离开隐身罩时恢复成原来的传播方向, 从而成功地将内部物体隐身。

关键词: 坐标变换理论; 不规则多棱柱隐身罩; 张量表达式; 全波仿真

DOI: 10.3969/j.issn.1009-3516.2010.05.018

中图分类号: TN01; O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)05-0086-04

近年来, 隐身罩引起了科学界的极大关注。2006 年, Pendry 等人基于坐标变换首先提出了隐身罩的概念^[1]: 利用超材料制成的隐身罩, 能够使电磁波绕过内部物体, 不和内部物体发生作用, 即不产生前向和后向散射。随后, Leonhardt 等人基于光学正形投影提出了一种新型隐身罩^[2-3], 这种隐身罩可以用来实现短波限制下的隐身。此后, 相关领域的学者们对圆柱和球形隐身罩进行了广泛而深入的研究。Chen 等人通过 Mie 散射模型研究了圆柱和球形隐身罩^[4-6]。Isic 等人研究了非理想隐身罩的隐身效果^[7]。Yan 等人讨论了圆柱罩在简化参数条件下的隐身效果^[8]。另外, 关于圆柱和球形隐身罩还有许多基于有限元方法的数值仿真结果^[9-10]。在此基础上, Ma 等研究了椭圆柱和椭球隐身罩^[11-13]。Wu 等人研究了正多棱柱隐身罩的材料参数^[14]。Milton 等人进行了声波方程的协变性推广并建立了声波圆柱和球隐身罩的参数方程^[15]。

在上述研究中, 所有的理论分析、数值仿真和材料参数的推导针对的都是具有高度对称性结构的圆柱、球、椭圆和正多棱柱等规则形状^[16-17]。然而, 实际中需要隐身的例如战车、战舰等却是不规则的物体。因此, 本文基于坐标变换推导了不规则多棱柱隐身罩材料参数(等效介电常数和磁导率)的一般张量表达式, 并利用 COMSOL 软件对多棱柱隐身罩进行了全波仿真。

1 不规则多棱柱隐身罩材料参数的推导

考虑任意多棱柱隐身罩, 其横截面为任意多边形环域。坐标变换在 Z 方向是相同的, 在 X-O-Y 平面上将任意多边形面域压缩成任意多边形环域, 见图 1。在原空间中考虑任意点 $H(x_m, y_m)$, 在新空间中的对应点是 $G(x, y)$ 。定义 OH 和 OG 的长度为:

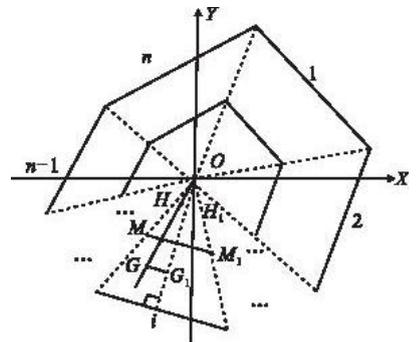


图 1 多棱柱隐身罩示意图

Fig. 1 The sketch map of a N-side prism cloak

* 收稿日期: 2010-03-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50632030; 60871027); 国家“973”计划资助项目(2009CB613306); 陕西省自然科学基金资助项目(SJ08F01)

作者简介: 顾超(1983-), 男, 湖北襄樊人, 博士生, 主要从事超材料研究; E-mail: guchao123abc@sina.com

屈绍波(1965-), 男, 安徽亳县人, 教授, 博士生导师, 主要从事左手材料及超材料研究;

裴志斌(1959-), 男, 河南武陟人, 教授, 博士生导师, 主要从事电子材料及器件研究;

徐卓(1959-), 男, 四川成都人, 教授, 博士生导师, 主要从事电子材料和材料物理研究。

$$r_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} \quad (1a) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1b)$$

原空间到新空间的坐标变换可以定义为:

$$r = lr_m + R \quad (2)$$

式中: R 是 OM 的长度; M 是 OG 与内多边形的交点; l 是压缩比。假设内多边形第 i 条边的斜率为 k_i , 与 Y 轴的交点为 $(0, d_i)$, 则第 i 条边的方程为:

$$y' = k_i x' + d_i \quad (3)$$

与第 i 条边平行, 分别过 $H(x_m, y_m)$ 和 $G(x, y)$ 两点的方程为:

$$y' - y_m = k_i(x' - x_m) \quad (4a) \quad y' - y = k_i(x' - x) \quad (4b)$$

过 O 作第 i 条边的垂线, 其方程为:

$$y' = -x'/k_i \quad (5)$$

记此垂线同第 i 条边、平行于第 i 条边且过 $H(x_m, y_m)$ 的直线、平行于第 i 条边且过 $G(x, y)$ 的直线依次相交于 M_1, H_1, G_1 。由式(3)和式(5)可得 OM_1 的长度, 由式(4a)和式(5)可以得到 OH_1 的长度, 由式(4b)和式(5)可以得到 OG_1 的长度, 分别为:

$$OM_1 = \frac{d_i}{\sqrt{k_i^2 + 1}} \quad (6a) \quad OH_1 = \frac{\sqrt{(k_i x_m - y_m)^2}}{\sqrt{k_i^2 + 1}} \quad (6b) \quad OG_1 = \frac{\sqrt{(k_i x - y)^2}}{\sqrt{k_i^2 + 1}} \quad (6c)$$

根据三角形的相似性, 可以得到:

$$\frac{R}{r_m} = \frac{OM_1}{OH_1} = \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x_m - y_m)^2}} \quad (7a) \quad \frac{R}{r} = \frac{OM_1}{OG_1} = \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x - y)^2}} \quad (7b)$$

由变换前后, 原空间和新空间的单位向量应该相等, 可以得到:

$$\frac{x}{r} = \frac{x_m}{r_m} \quad (8a) \quad \frac{y}{r} = \frac{y_m}{r_m} \quad (8b)$$

因此, 坐标变换可以写成如下形式:

$$x = x_m \left[l + \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x_m - y_m)^2}} \right] \quad (9a) \quad y = y_m \left[l + \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x_m - y_m)^2}} \right] \quad (9b) \quad z = z_m \quad (9c)$$

坐标变换的 Jacobian 变换矩阵为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_m} & \frac{\partial x}{\partial y_m} & 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x_m} & \frac{\partial y}{\partial y_m} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

假设原始空间是自由空间, 根据 Maxwell 方程相对于坐标变换的形式不变性, 可以得到材料参数在新空间中的张量表达式:

$$\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\overset{=}{\mathbf{A}} \overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}}_m \overset{=}{\mathbf{A}}^T}{\det(\mathbf{A})} = \frac{\mathbf{A} \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} \overset{=}{\mathbf{I}} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (11a) \quad \overset{=}{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\overset{=}{\mathbf{A}} \overset{=}{\boldsymbol{\mu}}_m \overset{=}{\mathbf{A}}^T}{\det(\mathbf{A})} = \frac{\mathbf{A} \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} \overset{=}{\mathbf{I}} \boldsymbol{\mu}_0 \quad (11b)$$

相对材料参数的张量表达式可记为:

$$\overset{=}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \overset{=}{\boldsymbol{\mu}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} & \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} & 0 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yx} & \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{xx}, \boldsymbol{\varepsilon}_{xy}, \boldsymbol{\varepsilon}_{yx}, \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}, \boldsymbol{\varepsilon}_{zz}$ 为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} = \left(l + \frac{|d_i|}{(k_i x_m - y_m)} - \frac{|d_i| k_i x_m (k_i x_m - y_m)}{(k_i x_m - y_m)^3} \right)^2 / \det(\mathbf{A}) \quad (13a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{yy} = \left(l + \frac{|d_i|}{k_i x_m - y_m} + \frac{|d_i| y_m (k_i x_m - y_m)}{(k_i x_m - y_m)^3} \right)^2 / \det(\mathbf{A}) \quad (13b)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = -\frac{d_i^2 k_i x_m y_m}{(k_i x_m - y_m)^4 / \det(\mathbf{A})} \quad (13c) \quad \varepsilon_{zz} = 1 / \det(\mathbf{A}) \quad (13d)$$

$$\det(\mathbf{A}) = \frac{d_i^2 k_i x_m y_m}{(k_i x_m - y_m)^4} + \left(l + \frac{|d_i|}{k_i x_m - y_m} - \frac{|d_i| k_i x_m (k_i x_m - y_m)}{(k_i x_m - y_m)^3} \right) \left(l + \frac{|d_i|}{k_i x_m - y_m} + \frac{|d_i| y_m (k_i x_m - y_m)}{(k_i x_m - y_m)^3} \right) \quad (13e)$$

需要注意的是:由式(12)得到的是含 x_m 、 y_m 、 z_m 的表达式,需要作进一步代换如下:

$$x_m = x \left(1 - \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x - y)^2}} \right) / l \quad (14a) \quad y_m = y \left(1 - \frac{|d_i|}{\sqrt{(k_i x - y)^2}} \right) / l \quad (14b) \quad z_m = z \quad (14c)$$

2 仿真验证

为了验证所推导公式的正确性,利用 COMSOL 软件对不规则多棱柱隐身罩进行全波仿真。TE 平面波入射到外部放置不规则多棱柱隐身罩的铜多棱柱上,计算区域边界设置成散射边界条件,见图 2。考虑 3 种隐身罩:不规则三棱柱、四棱柱和六棱柱隐身罩,其参数见表 1。

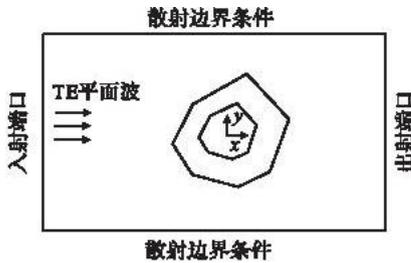


图 2 仿真模型示意图

Fig.2 The sketch map of the simulation model

表 1 3 种隐身罩的参数

Tab.1 The parameter of three prism cloaks

类型	压缩比	频率/GHz	波入射角度(相对 X 轴)
三棱柱	0.5	25	0°
四棱柱	0.5	25	90°
六棱柱	0.5	25	45°

针对 3 种隐身罩计算区域电场 Z 分量的分布见图 3,图中横纵标和纵坐标表示距离,单位是 m,右侧是色差,表示电场 Z 分量的大小和相位。由图中可见,在隐身罩的外部,波形保持不变,和没有散射体存在的情况相同;在隐身罩的内部,波平滑地绕过了内部被隐物体,离开隐身罩时基本上完全恢复成原来的传播方向。可见 3 种隐身罩均具有很好的隐身效果,从而验证了所推导公式的正确性。

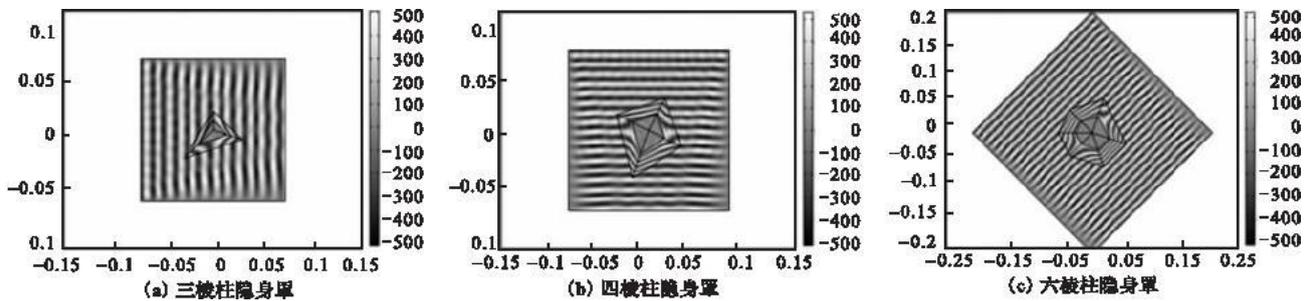


图 3 电场 Z 分量分布示意图

Fig.3 The sketch map of electric field(Z componen)

3 结论

基于坐标变换推导了不规则多棱柱隐身罩材料参数的一般张量表达式,并通过全波仿真对所推公式进行了验证。结果表明:利用所推公式设计的隐身罩的确能够控制电磁波绕着内部被隐身区域传播,并使波离开隐身罩时恢复原来的传播方向,从而成功地将内部区域隐身。本文推导的公式对于任意形状隐身罩的实现具有重要的指导意义。

参考文献:

- [1] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling Electromagnetic Fields [J]. Science, 2006, 312:1780 – 1782.
- [2] Leonhardt U. Optical Conformal Mapping [J]. Science, 2006, 312:1777 – 1780.
- [3] Leonhardt U. Notes on Conformal Invisibility Devices [J]. New J Phys, 2006, 8:118 – 133.
- [4] Chen H S, Wu B I, Zhang B L, et al. Electromagnetic Wave Interactions with A Metamaterial Cloak [J]. Phys Rev Lett, 2007, 99:063903.
- [5] Zhang Baile, Chen Hongsheng, Wu Baelan, et al. Response of A Cylindrical Invisibility Cloak to Electromagnetic Waves [J]. Phys Rev B, 2007, 76:121101.
- [6] Zhang Baile, Chen Hongsheng, Wu Baelan, et al. Extraordinary Surface Voltage Effect in the Invisibility Cloak with An Active Device Inside [J]. Phys Rev Lett, 2008, 100:063904.
- [7] Isic G, Gajic R, Novakovic B, et al. Radiation and Scattering from Imperfect Cylindrical Electromagnetic Cloaks [J]. Opt Express, 2008, 16:1413.
- [8] Yan M, Ruan Z C, Qiu M. Cylindrical Invisibility Cloak with Simplified Material Parameters is Inherently Visible [J]. Phys Rev Lett, 2007, 99:233901.
- [9] Cummer S A, Popa B I, Schurig D, et al. Full – wave Simulations of Electromagnetic Cloaking Structures [J]. Phys Rev E, 2006, 74:036621.
- [10] Zhao Y, Argyropoulos C, Hao Y. Full – wave Finite – difference Time – domain Simulation of Electromagnetic Cloaking Structures [J]. Opt Express, 2008, 16:6717 – 6730.
- [11] Ma Hua, Qu Shaobo, Xu Zhuo, et al. Material Parameter Equation for Elliptical Cylindrical Cloaks [J]. Phys Rev A, 2008, 77:013825.
- [12] Ma Hua, Qu Shaobo, Xu Zhuo, et al. The Simplified Material Parameter Equation for Elliptical Cylinder Cloaks [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(5):1850 – 1852.
- [13] Ma Hua, Qu ShaoBo, Xu Zhuo, et al. Material Parameter Equation for Rotating Elliptical Spherical Cloaks [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(1): 179 – 182.
- [14] 吴群,张狂,孟繁义,等. 正 N 边形柱的隐身条件的严格推导及其隐身特性验证 [J]. 物理学报, 2009, 58(3):1619 – 1626.
- WU Qun, ZHANG Kuang, MENG Fanyi, et al. Derivation of the Material Parameters for Regular N – sided Polygonal Cylindrical Cloak and the Invisibility Verification [J]. Acta Phys Sin, 2009, 58(3):1619 – 1626. (in Chinese)
- [15] Milton G W, Briane M, Willis J R. On Cloaking for Elasticity and Physical Equations with A Transformation Invariant Form [J]. New J Phys, 2006, 8:248.
- [16] 张介秋,陈必武,赵威,等. 超材料圆柱隐身壳电磁隐身效果数值仿真研究 [J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2008, 9(3):67 – 70.
- ZHANG Jieqiu, CHEN Biwu, ZHAO Wei, et al. Numerical Analysis of Metamaterials Cylindrical Shells Electromagnetic Invisibility Performance [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2008, 9(3):67 – 70. (in Chinese)
- [17] 王斌科,王新华,顾超,等. 二维圆柱超材料隐身罩的设计与测试 [J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2010, 11(1):78 – 81.
- WANG Binke, WANG Xinhua, GU Chao, et al. The Design and Measurement of Two – Dimensional Cylinder Metamaterial Cloak [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2010, 11(1):78 – 81. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

(下转第94页)