

拉伸载荷下 U 形缺口薄板试件应力集中系数修正公式

张忠平, 张东伟, 傅振堂, 杨尊袍, 孙 强
(空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051)

摘 要:利用平面单元与三维实体单元的有限元方法分别计算了拉伸载荷下对称 U 形缺口薄板试件的应力集中系数,得到了平面单元计算结果总是小于三维单元计算结果的结论,在此基础上,比较了三维有限元结果与 Neuber 公式、Barrata - Neal 公式的计算结果。发现:对于所研究的 6 种缺口形状,相较于三维有限元计算结果,Neuber 公式和 Barrata - Neal 公式都低估了缺口应力集中系数,其中,Neuber 公式低估的程度界于 8.5% - 13.3% 之间,Barrata - Neal 公式低估的最大偏差为 5.8%。基于这些事实,利用三维有限元计算结果修正了 Neuber 公式和 Barrata - Neal 公式的估算结果,得到了拉伸载荷下 U 形缺口薄板试件的应力集中系数修正公式。

关键词:U 形缺口薄板试件;应力集中系数;Neuber 公式;Barrata - Neal 公式;有限元

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.01.017

中图分类号: O343.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)01-0074-04

由于飞机设计的需要,其零部件的外形常常具有几何不连续性,即广义缺口。缺口引起的应力集中对零部件的强度和疲劳寿命有重要影响,确定缺口处的理论应力集中系数是飞机零部件设计和使用的关键。对于拉伸条件下对称 U 形缺口薄板试件的应力集中系数,Neuber 等人^[1-4]进行了理论与试验研究,由 Flynn 等人的试验数据得到的曲线和由 Neuber 公式得出的 Neuber 系数曲线广泛用在于不同应力集中系数的试验件设计^[1,5]。但是,研究发现,Neuber 系数曲线低估了试件的应力集中系数^[1]。本文对传统公式进行了修正。

1 应力集中系数的定义及解析估算方法

应力集中系数的定义是^[1,6]:

$$K_t = \sigma / S \quad (1)$$

式中: K_t 为应力集中系数; σ 为缺口处的最大真实应力; S 为缺口处的名义应力。

通常情况下,应力集中系数的估算方法分为数值计算法与解析法。数值计算法主要采用有限元法,解析法主要利用 Neuber 法和 Barrata - Neal 法,其中 Neuber 法的表达式为^[6]:

$$K_t^2 = \sigma \varepsilon / e S \quad (2)$$

式中: ε 为缺口处的真实应变; e 为缺口处的名义应变。

Barrata - Neal 法的表达式为^[1]:

$$K_t = \left(0.780 + 2.243 \sqrt{\frac{t}{r}} \right) \left[0.993 + 0.180 \left(\frac{2t}{D} \right) - 1.060 \left(\frac{2t}{D} \right)^2 + 1.710 \left(\frac{2t}{D} \right)^3 \right] \left(1 - \frac{2t}{D} \right) \quad (3)$$

式中: t 为缺口深度; r 为缺口半径; D 为试件宽度。

2 不同方法计算结果比较

研究对象选取 LC9 高强度铝合金过时效板材与 LC4 高强度铝合金板材的缺口试件^[5],尺寸参数见表 1,

* 收稿日期:2009-09-23

作者简介:张忠平(1962-),男,陕西澄城人,教授,博士生导师,主要从事航空材料的疲劳与断裂研究.

E-mail:zhangzhp1962@163.com

W 为试件厚度, L 为试件长度。

表 1 各试件尺寸参数及应力集中系数^[5]

Tab. 1 The dimensions for various notched specimens

	WDL/mm	r/mm	t/mm	r'/mm	$\delta r(\%)$
1	$2.5 \times 30 \times 200$	5.3	5	5.1	-3.8
2	$2.5 \times 57 \times 300$	8	9.5	9.7	21.2
3	$6 \times 30 \times 200$	1.5	4.5	1.8	20
4	$2.5 \times 30 \times 200$	0.75	5	0.92	22.7
5	$2.5 \times 57 \times 300$	1.4	9.5	1.74	24.3
6	$6 \times 29 \times 200$	0.45	4.75	0.54	20

利用 ANSYS 软件对各试件进行有限元分析,并对传统方法所得结果进行检验。由于试件的几何和载荷的对称性,选取 1/4 结构进行有限元分析^[7],按照表 1 的尺寸参数分别绘制试件的平面模型和三维立体模型,网格划分过程中,平面模型选用平面单元 plane82,三维立体模型选用三维 20 节点六面体 solid95 等单元,考虑到缺口处的应力集中,对缺口部位进行了网格细化^[8-9]。网格划好后,对左侧进行约束,使其在 X 方向的位移为 0,对下侧进行约束,使其在 Y 方向的位移为 0,对模型右端施加拉力,计算模型见图 1、图 2。计算过程中,LC9 与 LC4 铝合金的弹性模量分别为 7.1×10^{10} Pa 和 6.6×10^{10} Pa,泊松比分别为 0.33 和 0.31。载荷施加值、平面单元与三维单元的计算结果如表 2 所示。表中的 σ_p, K_{tp} 是平面单元的计算结果, σ_3, K_{t3} 是三维单元的计算结果,同时,定义 $\delta K_{tp} = (K_{tp} - K_{t3})/K_{t3}$ 。

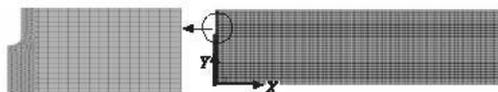


图 1 平面单元有限元计算模型

Fig. 1 Two - dimensional finite element analysis model

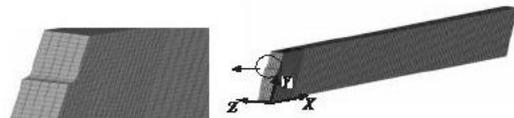


图 2 三维单元有限元计算模型

Fig. 2 Three - dimensional finite element analysis model

表 2 平面单元与三维单元计算结果

Tab. 2 The calculated results of plane element and three - dimensional element

	S/Mpa	σ_p/Mpa	K_{tp}	σ_3/Mpa	K_{t3}	$\delta K_{tp}(\%)$
1	166.60	331.53	1.99	334.09	2.01	-1.0
2	166.60	358.19	2.15	363.19	2.18	-1.4
3	155.53	500.81	3.22	538.81	3.46	-6.9
4	107.80	463.54	4.30	489.68	4.54	-5.3
5	107.80	464.62	4.31	482.94	4.48	-3.8
6	83.69	451.09	5.39	460.54	5.50	-2.0

表 2 显示,平面单元的计算结果总是小于三维单元,最大偏差为 -6.9%,这一结果表明,通常情况下,将薄板的实际应力状态简化成平面应力具有足够的精度。本文为了使计算方法更具普适性、计算结果更具准确性,使用三维单元的计算结果。

文献[1]和[5]给定了由 Flynn 等人的试验数据得到的曲线和 Neuber 系数曲线,利用这些曲线确定的各试件应力集中系数记为 K_{t1} 。由于 Flynn 等人的曲线用于应力集中系数小于 3 的试验件设计,而 Neuber 曲线用于应力集中系数大于 3 的试验件设计^[1,5],表 3 中 $K_{t1} = 2$ 的值因此确定,而 $K_{t1} = 3, 4, 5$ 的值由 Neuber 曲线确定^[1,5]。此后,再利用 Barrata - Neal 法即式(3)计算各试件的应力集中系数,将计算结果记为 K_{t2} 为了便于比较,定义 $\delta K_{t1} = (K_{t1} - K_{t3})/K_{t3}$, $\delta K_{t2} = (K_{t2} - K_{t3})/K_{t3}$,具体数据见表 3。

表 3 各种方法计算结果

Tab. 3 The calculated results by using various methods

	K_{t1}	$\delta K_{t1}(\%)$	K_{t2}	$\delta K_{t2}(\%)$	K_{t3}
1	1.99	-1.0	1.97	-2.0	2.01
2	2.16	-0.9	2.15	-1.4	2.18
3	3	-13.3	3.26	-5.8	3.46
4	4.1	-9.7	4.37	-3.7	4.54
5	4.1	-8.5	4.41	-1.6	4.48
6	5	-9.1	5.42	-1.5	5.50

3 讨论

1) 与有限元法相比,传统的解析方法都低估了缺口处的应力集中系数。Neuber 法低估的偏差界于 8.5% - 13.3%, Barrata - Neal 法低估的最大偏差为 5.8%。因此,对于 U 形缺口薄板试件, Barrata - Neal 公式能更恰当地设计试件尺寸和精确地估算缺口应力集中系数。

2) 由于缺口根部曲率半径是影响应力集中系数的主要因素。因此,假设表 3 中 K_{t1} 正确且试件其它形状因子不变,采用 Barrata - Neal 法(式(3))反求各试件缺口根部曲率半径,结果记为 r' 。计算发现,当定义 $\delta r = (r' - r)/r$ 时,除了试件 1,其余试件的 δr 都不小于 20%。这从另一侧面说明了传统 Neuber 法估算应力集中系数的不可靠程度。

3) 通常,应力集中手册及疲劳性能手册给定的缺口理论应力集中系数大多是由 Neuber 公式估算的^[1,5],为了充分利用现有资料并使研究尽可能精确,依据表 3 中的数据,函数拟合 K_{t3} 与 K_{t1} 的关系,可得:

$$K_{t3} = 4.94K_{t1}^{0.44} - 4.61 \quad (4)$$

图 3 为相应的拟合曲线,表明式(4)恰当地反映了 K_{t3} 与 K_{t1} 的关系。因此,只要将传统 Neuber 公式的估算结果 K_{t1} 代入式(4)进行修正,就可得到较为精确的缺口理论应力集中系数。

4) 尽管与 Neuber 法相比, Barrata - Neal 法(式(3))更为精确,但为进一步提高精度,利用表 3 中的数据,函数拟合 K_{t3} 与 K_{t2} 的关系,可得到:

$$K_{t3} = 1.02K_{t2} + 0.04 \quad (5)$$

图 4 为相应的拟合曲线,表明式(5)恰当地反映了 K_{t3} 与 K_{t2} 的关系。对传统的 Barrata - Neal 法(式(3))估算结果 K_{t2} 代入式(5)进行修正,也可得到较为精确的缺口理论应力集中系数。

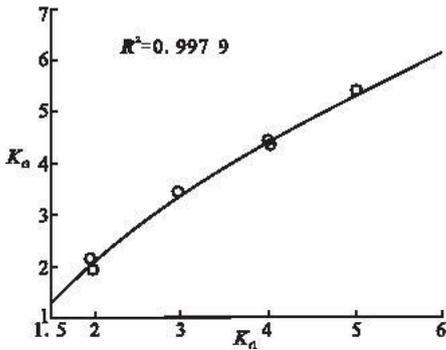


图 3 K_{t3} 与 K_{t1} 的关系曲线

Fig. 3 Fitting curve of $K_{t3} - K_{t1}$

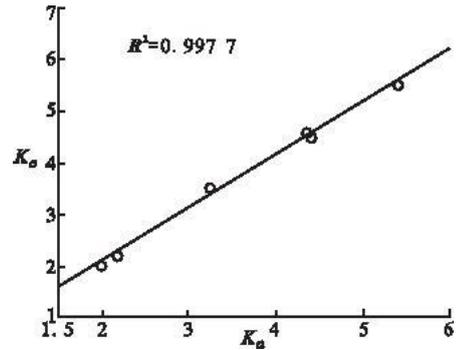


图 4 K_{t3} 与 K_{t2} 的关系曲线

Fig. 4 Fitting curve of $K_{t3} - K_{t2}$

4 结论

1) 利用有限元方法分析缺口薄板试件应力集中系数发现,平面单元的计算结果总是小于三维单元的相应结果,因此建议使用三维单元。

2) 传统的解析方法都低估了缺口处的应力集中系数,通过讨论 6 种试件形状发现, Neuber 法低估的程度大于 Barrata - Neal 法,因此,对 U 形缺口薄板试件, Barrata - Neal 公式能更恰当地设计试件尺寸、估算缺口应力集中系数。

3) 为得到更精确的缺口理论应力集中系数,应对现有文献给定的 Neuber 公式估算值进行修正,公式为:

$$K_{t3} = 4.94K_{t1}^{0.44} - 4.61$$

为进一步提高 Barrata - Neal 法的估算精度,对式(3)的结果应按下式进行修正:

$$K_{t3} = 1.02K_t + 0.04$$

式中 $K_t = \left(0.780 + 2.243 \sqrt{\frac{t}{r}} \right) \left[0.993 + 0.180 \left(\frac{2t}{D} \right) - 1.060 \left(\frac{2t}{D} \right)^2 + 1.710 \left(\frac{2t}{D} \right)^3 \right] \left(1 - \frac{2t}{D} \right)$

利用以上公式,一方面可以较精确地分析飞机结构的应力-应变分布、校核飞机结构的强度,另一方面可以确定缺口疲劳系数、估算结构的疲劳寿命,为预防飞机结构的失效甚至破坏打下基础。

参考文献;

- [1] Peterson R E. Stress Concentration Factors[M]. London:John Wiley&Sons Inc,1974.
- [2] Barrata F I. Comparison of Various Formulae and Experimental Stress - Concentration Factors for Symmetrical U - Notched Plates, [J]. Strain Anal,1972,7:84 - 87.
- [3] Barrata F I, Neal D M. Stress Concentration Factors in U - shaped and Semi - Elliptical Shaped Edge Notches[J]. Strain Anal, 1970,5:121 - 125.
- [4] Heywood R B. Designing by Photoelasticity[M]. London:Chapman and Hall:1952.
- [5] 高镇同. 航空金属材料疲劳性能手册[M]. 北京:北京航空材料研究所出版社,1981.
GAO Zhentong. Handbook of Fatigue Properties of Aeronautical Metallic Materials[M]. Beijing: Beijing Research Institute of Aeronautical Materials Press,1981. (in Chinese)
- [6] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002:29 - 86.
CHEN Chuanyao. Fatigue and Fracture[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press,2002:29 - 86. (in Chinese)
- [7] Li Feng, He Yuting. Investigation on Three - dimensional Stress Concentration of LY12 - CZ Plate with two Equal Circular Holes Under Tension[J]. Materials Science and Engineering(A):483 - 484,474 - 476.
- [8] 李静,孙强,李春旺,等. 多轴载荷下 GH4169 合金疲劳寿命预测[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2009,10(4):85 - 89.
LI Jing, SUN Qiang, LI Chunwang, et al. Fatigue Life Prediction for GH4169 Alloy under Multiaxial Loading[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition,2009,10(4):85 - 89 (in Chinese)
- [9] 李春旺,解武杰,杨尊袍,等. 基于 UG 预处理的 ANSYS 有限元分析方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2009,10(5):85 - 89
LI Chunwang, XIE Wujie, YANG Zunpao, et al. The ANSYS Finite Element Analysis Method Based on the UG Preprocess[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition,2009,10(5):85 - 89 (in Chinese)

(编辑:徐敏)

Stress Concentration Factor of U - shaped Notch Sheet under Tensile Load

ZHANG Zhong - ping, ZHANG Dong - wei, FU Zhen - tang, YANG Zun - pao, SUN Qiang
(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

Abstract: Using plane element and three - dimensional element of finite element method to calculate stress concentration factor (SCF) of symmetrical U - shaped notch sheet under tensile load respectively, a conclusion is obtained that the computing results of the plane element are always lower than those of the three - dimensional element. On the basis of this, a comparison is done between the results of three - dimensional element and the computing results from Neuber's formula and from Barrata - Neal's formula. It is found that, compared with the FEM results of the 6 kinds of notched sheet, the deviation of the results obtained using Neuber's formula ranges from 8.5% to 13.3%, and the maximum deviation of SCF got by Barrata - Neal's formula is 5.5%. In view of these facts, the results from Neuber's formula and from Barrata - Neal's formula are modified using FEM results, what is more, the modified formulae for estimating SCF of U - shaped notch sheet under tensile load are obtained.

Key words: U - shaped notched sheet; stress concentration factor; Neuber formula; Barrata - Neal formula; finite element method