第 10 卷第 6 期　　空　军　工　程　大　学　学　报(自然科学版)　　Vol. 10　No. 6
2009 年 12 月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Oct. 2009

F_4 上二维最优自正交码的分类*

刘　健
(空军工程大学　导弹学院, 陕西　三原　713800)

摘　要:根据四元自正交码的重量特点,研究二维最优自正交码的生成矩阵与重量分布之间的关系。通过引入二维四元码的定义向量和射影重量概念,利用 Simplex 码的码字构成的矩阵,建立二维最优自正交码的存在性与整数方程组的非负解之间的联系,将确定二维最优正交码的生成矩阵问题转化为求解整数方程组的非负解。对于给定码长,首先由 Griesmer 界确定二维最优自正交码的距离;然后,通过求解整数方程组的非负解,确定出所有二维最优自正交码的生成矩阵和重量多项式;依据二维最优自正交码的生成矩阵,利用矩阵的初等行变化、向量的坐标置换和元素的共轭变换,判断二维最优自正交码的等价性;最后,完全解决了二维最优自正交码的分类问题,给出互不等价的二维最优自正交码的生成矩阵与重量多项式。

关键词:四元码;最优码;自正交码;码的等价性
DOI:10. 3969/j. issn. 1009 －3516. 2009. 06. 017
中图分类号: O157. 4　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 －3516(2009)06 －0074 －05

编码理论研究的一个中心问题是优化码的参数,即在给定码长 n、维数 k 的情况下,确定其距离 d 的最大值,然后再深入研究距离 d 达到最大值的码的构造与等价分类,即研究最优码的构造与分类问题。以往的文献主要研究二元最优码的参数、构造与分类[1－2]。。近十年来人们开始研究 q 元最优码问题,这方面的工作起始于文献[3],该文用几何和群论方法研究 q 元最优线性码问题,给出 q 元二维最优线性码的部分分类结果和码长 n 不超过 40、维数 k 不超过 5 的三元最优线性码的分类结果。

自正交码的系统研究起始于 Pless 在 1972 年发表的论文[4],但是人们研究的焦点是特殊的自正交码——自对偶码。关于自对偶码研究的论文很多,1998 年以前对偶码的研究成果和方法见文献[1]的第 3 个专题, 2005 年以前自对偶码的研究成果和方法见 Huffman[5]给出的总结。关于一般自正交码的研究,则是由于量子纠错码研究的需要[6－8]。近三年来,人们才开始研究四元最优自正交码,文献[9－10]研究了四元二维和三维最优自正交码的构造,文献[11]给出码长 $n\leqslant 29$ 的四元三维最优自正交码的分类。由于最优线性码不一定是自正交码,最优自正交码不一定是最优线性码,所以四元二维最优自正交码的分类仍然是一个没有解决的问题。本文将研究四元二维最优自正交码的结构,再完全解决其等价分类。

1　预备知识

设四元域 $F_4=\{0,1,\omega,\bar{\omega}\}$,其中 $\bar{\omega}=1+\omega=\omega^2$,$\omega^3=1$ 且元素 x 的共轭为 $\bar{x}=x^2$。用 F_4^n表示 F_4 上 n 维线性空间,$\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\in F_4^n$的 Hermitian 内积定义为:

$$(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})=\boldsymbol{u}\boldsymbol{v}^{+}=u_1\bar{v}_1+u_2\bar{v}_2+\cdots+u_n\bar{v}_n$$

若 C 是一个四元$[n,k]$线性码,C 的 Hermite 对偶码记为 $C^{\perp}=\{\boldsymbol{x}\mid(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=0,\boldsymbol{y}\in C\}$。若 $C\subseteq C^{\perp}$,称 C

* 收稿日期:2008 －01 －06
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60573040);陕西省自然科学基础研究计划资助项目(SJ08A02)
作者简介:刘　健(1964 －),女,湖南隆回人,副教授,博士,主要从事组合最优化及代数编码研究.
E －mail:liujian6411@126. com

为自正交的；若 $C=C^{\perp}$，称 C 为自对偶的。

引理 1[6] F_4 上的线性码 C 为自正交码当且仅当这个码 C 的每个码字的重量为偶数。

定义 1 设线性码 $C=[n,k,d]$，如果不存在 $C'=[n,k,d+1]$，则称 C 是最优的；如果不存在 $C''=[n,k,d+2]$，则称 C 是拟最优的。

定义 2 设自正交码 $C=[n,k,d]$，如果不存在自正交码 $C'=[n,k,d+2]$，则称 C 是最优自正交码，最优自正交码简记为 OSO 码。

定义 3[5] 设码 C 和 C' 是 2 个四元线性码，如果存在双射将 C 的任意码字变为 C' 的码字，此双射由坐标置换、用 F_4 的非零元乘某些坐标分量以及所有坐标分量取共轭构成，则称 C 和 C' 等价。

引理 2（Griesmer 界）[1] q 元域上任何线性 $[n,k,d]$ 码的码长 n、维数 k 和极小距离 d 之间满足如下关系：

$$n\geqslant\sum_{i=0}^{k-1}\left\lceil\frac{d}{q^{i}}\right\rceil \tag{1}$$

2　最优 $[n,2]$ 自正交码的结构

为叙述方便，引入如下记号：矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的转置记为 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$，全一向量 $(1,1,\cdots,1)$ 记为 $\mathbf{1}_n$；矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的 m 个并置 $(X,X,\cdots,X)$ 记为 $m\boldsymbol{X}$；若 2 个矩阵 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 生成等价的码，则记为 $\boldsymbol{X}\cong\boldsymbol{Y}$。

设 M 是秩为 2 的 $2\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{M}$ 生成的码为 $C=C_M$。记 $\boldsymbol{P}(C)=P(M)$ 为 C 中首一行向量的集合，并称 $\boldsymbol{P}(C)$ 为码 C 的射影；若 $\boldsymbol{P}(C)=\boldsymbol{P}(\boldsymbol{M})=\{X_1,X_2,\cdots,X_5\}$，$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{P}(C))=\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{M})=(w(X_1),w(X_2),\cdots,w(X_m))$ 叫做 C 的射影重量向量。

设 $\alpha_1=(0,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,0)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(1,\omega)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_5=(1,\bar{\omega})^{\mathrm{T}}$，记：

$\boldsymbol{H}_2=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)=\begin{pmatrix}0&1&1&1&1\\1&0&1&\omega&\bar{\omega}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\beta_1\\\beta_2\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{H}_2$ 生成的码为 $[5,2,4]$ Simplex 码，其射影构成的矩阵记为 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{H}_2)$，对 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{H}_2)$ 每个元素取重量得到的矩阵记为 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)$，则：

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{H}_2)=\begin{pmatrix}\beta_1\\\beta_2\\\beta_2+\beta_1\\\beta_2+\omega\beta_1\\\beta_2+\bar{\omega}\beta_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&1&1&1\\1&0&1&\omega&\bar{\omega}\\1&1&0&\bar{\omega}&\omega\\1&\omega&\bar{\omega}&0&1\\1&\bar{\omega}&\omega&1&0\end{pmatrix},\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)=\begin{pmatrix}0&1&1&1&1\\1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&1&0&1\\1&1&1&1&0\end{pmatrix},$$

并且有 $\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{H}_2)=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)\mathbf{1}_5^{\mathrm{T}}$。

如果 $2\times n$ 矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的列都是首一向量，设 $\boldsymbol{M}$ 的列中有 l_i 个 α_i，$1\leqslant i\leqslant5$，则简记 $\boldsymbol{M}$ 为 $\boldsymbol{M}=(l_1\alpha_1,l_2\alpha_2,\cdots,l_5\alpha_5)$，并称 $\boldsymbol{L}_M=(l_1,l_2,\cdots,l_5)$ 为 $\boldsymbol{M}$ 的定义向量。

对于 $\boldsymbol{M}=(l_1\alpha_1,l_2\alpha_2,\cdots,l_5\alpha_5)=\begin{pmatrix}\gamma_1\\\gamma_2\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{M})=\begin{pmatrix}\gamma_1\\\gamma_2\\\gamma_2+\gamma_1\\\gamma_2+\omega\gamma_1\\\gamma_2+\bar{\omega}\gamma_1\end{pmatrix}$，从而 C 的射影重量向量 $\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{M})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)\boldsymbol{L}_M^{\mathrm{T}}$。

设 C 为 $[5s+t,2]$ 最优自正交码，它的生成矩阵为 $\boldsymbol{G}=(l_1\alpha_1,l_2\alpha_2,\cdots,l_5\alpha_5)$。由于 $\boldsymbol{GL}(2,F_4)$ 双重可迁地作用在 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}$ 上，故可设 $l_1\geqslant l_2\geqslant l_i$，$i=3,4,5$。设 C 的定义向量为 $\boldsymbol{L}_M=(l_1,l_2,\cdots,l_5)$，射影重量向量为 $\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{G})=(x_1,x_2,\cdots,x_5)$；由于 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)$ 可逆，则对于给定的射影重量向量 $\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{G})$，$C$ 存在当且仅当如下线性方程组有非负整数解：

$$\begin{cases}\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{G})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{H}_2)\boldsymbol{L}_G^{\mathrm{T}}\\x_i\equiv0\pmod 2,\quad i=1,2,\cdots,5\\l_1\geqslant l_2\geqslant l_j,\quad j=3,4,5\end{cases} \tag{2}$$

记$[n,2]$自正交码C的距离为d,用$d_g(n,2)$表示由 Griesmer 界确定的$[n,2]$线性码的极小距离上限值。根据 Griesmer 界中码长与极小距离之间的关系,将$[n,2]$自正交码按码长n分为 5 种情况,则可得到码C的极小距离d满足以下限制条件:①当$n=5m$或$n=5m+1$,$d\leqslant d_g(n,2)=4m$;②当$n=5m+2$,$d\leqslant d_g(n,2)=4m+1$;③当$n=5m+3$或$n=5m+4$,$d\leqslant d_g(n,2)=4m+2$。

3 最优$[n,2]$自正交码的分类

根据上一节的结论,首先确定二维最优自正交码所有可能的射影重量向量,通过求解方程的非负整数解来确定最优$[n,2]$自正交码的生成矩阵和重量多项式;在此基础上,确定互不等价的最优$[n,2]$自正交码的个数。为简化结论的叙述,再引入如下记号和一些特殊最优自正交码的生成矩阵。

用$N(n,2)$记互不等价的最优$[n,2]$自正交码的个数,用$N_0(n,2)$与$N_1(n,2)$分别记互不等价的含全零坐标的最优$[n,2]$自正交码的个数和不含全零坐标的最优$[n,2]$自正交码的个数,则$N(n,2)=N_0(n,2)+N_1(n,2)$。如果$[n-1,2]$最优自正交码的距离与$[n,2]$最优自正交码的距离相同,则$N_0(n,2)=N(n-1,2)$,否则$N_0(n,2)=0$,故仅需考虑$N_1(n,2)$。

构造$\boldsymbol{G}_6=(2\alpha_1,2\alpha_2,2\alpha_3)$,$\boldsymbol{G}_{16}=(4\alpha_1,4\alpha_2,4\alpha_3,4\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_{5s+1,a}\cong((s-1)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_6)$,$s\geqslant1$;$\boldsymbol{G}_{5s+1,b}\cong((s-3)H_2,\boldsymbol{G}_{16})$,$s\geqslant3$。

$\boldsymbol{G}_7=(3\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)$,$\boldsymbol{G}_{12,a}=(4\alpha_1,2\alpha_2,2\alpha_3,2\alpha_4,2\alpha_5)$,$\boldsymbol{G}_{12,b}=(4\alpha_1,4\alpha_2,2\alpha_3,2\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_{12,c}=(4\alpha_1,4\alpha_2,4\alpha_3)$,$\boldsymbol{G}_{22}=(6\alpha_1,6\alpha_2,6\alpha_3,4\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_{32}=(8\alpha_1,8\alpha_2,8\alpha_3,8\alpha_4)$;$\boldsymbol{G}_{5s+2,i}\cong((s-2)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{12,i})$,$s\geqslant2$,$i=a,b,c$;$\boldsymbol{G}_{5s+2,d}\cong((s-4)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{22})$,$s\geqslant4$;$\boldsymbol{G}_{5s+2,e}\cong((s-6)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{32})$,$s\geqslant6$。

$\boldsymbol{G}_8=(2\alpha_1,2\alpha_2,2\alpha_3,2\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_9=(3\alpha_1,3\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)$,$\boldsymbol{G}_{14,a}=(4\alpha_1,4\alpha_2,2\alpha_3,2\alpha_4,2\alpha_5)$,$\boldsymbol{G}_{14,b}=(4\alpha_1,4\alpha_2,4\alpha_3,2\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_{24}=(6\alpha_1,6\alpha_2,6\alpha_3,6\alpha_4)$,$\boldsymbol{G}_{5s+4,i}\cong((s-2)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{14,i})$,$s\geqslant2$,$i=a,b$;$\boldsymbol{G}_{5s+4,c}\cong((s-4)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{24})$,$s\geqslant4$。

依据前面讨论,下面分 5 种情况叙述$[5s+t,2]$最优自正交码C的等价分类结果,仅给出**定理** 2 的证明,同理可证其它定理成立。

定理 1 设$n=5s$,$s\geqslant1$,则$N(n,2)=1$,$N_0(n,2)=0$,$N_1(n,2)=1$;OSO 码没有全零坐标分量,等价于$G_n=(sH_2)$生成的码,重量多项式为$W_n=1+15y^{4s}$。

定理 2 设$n=5s+1$,则:

1)当$s=1,2$时,$N(n,2)=2$,$N_0(n,2)=1=N_1(n,2)$;没有全零坐标分量的 OSO 码等价于$\boldsymbol{G}_n=((s-1)H_2,\boldsymbol{G}_6)$生成的码,其重量多项式为$W_{n,a}=1+9y^{4s}+6y^{4s+2}$。

2)当$s\geqslant3$时,$N(n,2)=3$,$N_0(n,2)=1$,$N_1(n,2)=2$;且两类没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于$\boldsymbol{G}_{n,a}=((s-1)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_6)$与$\boldsymbol{G}_{n,b}=((s-3)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_{16})$生成的码,其重量多项式分别为$W_{n,a}=1+9y^{4s}+6y^{4s+2}$与$W_{n,b}=1+12y^{4s}+3y^{4s+4}$。

证明:由 Griesmer 界可知,其极小距离$d(C)=4s$,从而$\boldsymbol{WP}(\boldsymbol{M})=(4s+2\lambda_1,4s+2\lambda_2,\cdots,4s+2\lambda_5)$,每个$\lambda_i\geqslant0$。由于$4(5s+1)=5\times4s+4$,所以$\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_5=2$。

当$s=1,2$时,式(2)中L有 3 个解:$L_1=(s+1,s+1,s+1,s-1,s-1)$,$L_2=(s+1,s+1,s-1,s+1,s-1)$,$L_3=(s+1,s+1,s-1,s-1,s+1)$,相应的 3 个生成矩阵$\boldsymbol{G}_{5s+1,i}$,$1\leqslant i\leqslant3$,生成等价的码,重量多项式为$W_n=1+9y^{4s}+6y^{4s+2}$。

当$s\geqslant3$时,式(2)中L有 6 个解:L_i,$1\leqslant i\leqslant3$和$L_4=(s+1,s+1,s+1,s+1,s-3)$,$L_5=(s+1,s+1,s+1,s-3,s+1)$,$L_6=(s+1,s+1,s-3,s+1,s+1)$。前 3 个解$L_i$,$1\leqslant i\leqslant3$,相应的 3 个生成矩阵$\boldsymbol{G}_{5s+1,i}$,$1\leqslant i\leqslant3$生成等价的码,等价于$\boldsymbol{G}_{5s+1,a}=((s-1)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_6)$生成的自正交码,重量多项式为$W_{5s+1,a}=1+9y^{4s}+6y^{4s+2}$。令$\boldsymbol{G}_{16}=(4\alpha_1,4\alpha_2,4\alpha_3,4\alpha_4)$,后 3 个解$L_j$,$4\leqslant j\leqslant6$,相应的 3 个生成矩阵为$\boldsymbol{G}_{5s+1,j}$生成等价的码;等价于$\boldsymbol{G}_{5s+1,b}\cong((s-3)H_2,G_{16})$生成的自正交码,重量多项式为$W_{5s+1,b}=1+12y^{4s}+3y^{4s+4}$。

定理 3 设$n=5s+2$,则:

1)当$s=1$时,$N(n,2)=3$,$N_0(n,2)=2$,$N_1(n,2)=1$;没有全零坐标分量的 OSO 码等价于$\boldsymbol{G}_7$生成的码,其重量多项式为$W_7=1+3y^4+12y^6$。

2）当 $s=2,3$ 时，$N(n,2)=s+3$，$N_0(n,2)=s$，$N_1(n,2)=3$；3 类没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于 $\boldsymbol{G}_{n,i}$ 生成的码，$i=a,b,c$，相应的重量多项式分别为：$W_{n,a}=1+3y^{4s}+12y^{4s+2}$，$W_{n,b}=1+3y^{4s}+6y^{4s+2}+3y^{4s+4}$，$W_{n,c}=1+9y^{4s}+6y^{4s+4}$。

3）当 $s=4,5$ 时，$N(n,2)=7$，$N_0(n,2)=3$，$N_1(n,2)=4$；4 类没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于 $\boldsymbol{G}_{n,i}$ 生成的码，$i=a,b,c,d$，其中 $W_{n,d}=1+12y^{4s}+3y^{4s+8}$。

4）当 $s\geqslant 6$ 时，$N(n,2)=8$，$N_0(n,2)=3$，$N_1(n,2)=5$；5 个没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于 $\boldsymbol{G}_{n,i}$ 生成的码，$i=a,b,c,d,e$，其中 $W_{n,e}=1+9y^{4s}+6y^{4s+4}$。

定理 4　设 $n=5s+3$，$s\geqslant 1$，则 $N(n,2)=1$，$N_0(n,2)=0$，$N_1(n,2)=1$；没有全零坐标分量的 OSO 码等价于 $\boldsymbol{G}_n\cong((s-1)\boldsymbol{H}_2,\boldsymbol{G}_8)$ 生成的码，重量多项式为 $W_n=1+12y^{4s+2}+3y^{4s+4}$。

定理 5　设 $n=5s+4$，$s\geqslant 1$ 则：

1）当 $s=1$ 时，$N(n,2)=2$，$N_0(n,2)=1$，$N_1(n,2)=1$；没有全零坐标分量的 OSO 码等价于 $\boldsymbol{G}_9$ 生成的码，重量多项式为 $W_9=1+6y^6+9y^8$。

2）当 $s=2,3$ 时，$N(n,2)=3$，$N_0(n,2)=1$，$N_1(n,2)=2$；2 类没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于 $\boldsymbol{G}_{n,i}$ 生成的码，$i=a,b$，相应的重量多项式分别为 $W_{n,a}=1+6y^{4s+2}+9y^{4s+4}$，$W_{n,b}=1+9y^{4s+2}+3y^{4s+4}+3y^{4s+6}$。

3）当 $s\geqslant 4$ 时，$N(n,2)=4$，$N_0(n,2)=1$，$N_1(n,2)=3$；3 类没有全零坐标分量的 OSO 码分别等价于 $\boldsymbol{G}_{n,i}$ 生成的码，$i=a,b,c$，其中 $W_{n,c}=1+12y^{4s+2}+3y^{4s+8}$。

4　结束语

本文采用与文献[3]、[11－12]完全不同的方法解决了 F_4 上二维最优自正交码的分类，此方法能够推广到更高维最优自正交码的分类，但计算量会随维数增大而快速增大。由引理 1 和文献[3]可知，当 $n=5m$ 和 $n=5m+3$ 时，二维最优自正交码是最优线性码且达到 Griesmer 界。当 $n=5m+2$ 和 $n=5m+4$ 时，二维最优自正交码不是最优线性码，而是拟最优的线性码。

参考文献：

[1] Pless V S，Huffman W C. Handbook of Coding Theory [M]. The Netherlands：Elsevier，1998.

[2] Calderbank A R. The Art of Signaling：Fifty Years of Coding Theory [J]. IEEE Trans Inform Theory，1998，44(6)：2561－2595.

[3] Eupen M V，Linsonek P. Classification of Some Optimal Tenary Linear Codes of Small Length [J]. Designs，Codes and Cryptography，1997，10(1)：63－84.

[4] Pless V S. A Classification of Self－orthogonal Codes over GF(2) [J]. Discrete Math，1972，3：209－246.

[5] Huffman W C. On the Classification and Enumeration of Self－dual Codes [J]. Finite Fields and Their Applications，2005，11：451－490.

[6] Calderbank A R，Rains E M，Shor P，et al. Quantum Error Correction via Codes over GF(4) [J]. IEEE Trans Inform Theory，1998，44：1369－1387.

[7] Kim J L. New Quantum Error－Correcting Codes from Hermitian Self－Orthogonal Codes over GF(4) [C]//Proceedings of the Sixth International Conference on Finite Fiedls and Applications. New York：Springer Verlag，2002：209－213.

[8] Ketkar A，Klappenecker A，Kumar S. Nonbinary Stablizer Codes over Finite Fields[J]. IEEE Trans Inform Theory，2006，52：4892－4914.

[9] 马月娜，赵学军，冯有前. F_4 上二维和三维最优的自正交码[J]. 空军工程大学学报：自然科学版，2005，6(5)：63－66.
MA Yuena，ZHAO Xuejun，FENG Youqian. Optimal Self－orthogonal Codes over F_4 of Two and Three Dimension [J]. Journal of Aie Force Engineering University：Natural Science Edition，2005，6(5)：63－66.(in Chinese)

[10] 李益群. 四元域上的自正交码研究[D]. 西安：西安电子科技大学，2006.
LI Yiqun. Research on Self－orthogonal Codes Over F_4[D]. Xi'an：Xidian University，2006.(in Chinese)

[11] Boukllieve I，Patric R J. Classification of Self－orthogonal Codes over F_3 and F_4[J]. SIMM J Discrete Math，2005，19(2)：363－370.

[12] Bouyukliev I，Bouyuklieva S，Gulliver A，et al. Classification of Optimal Binary Self－Orthogonal Codes [J]. The Journal of

Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing,2006,59(11):1 –10.

(编辑:徐楠楠)

Classification of Two Dimensional Optimal Self – orthogonal Codes over F_4

LIU Jian
(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi , China)

Abstract: According to the weight character of quaternary self – orthogonal codes, the relations between two dimensional optimal self – orthogonal codes and their weight distribution are discussed. By introducing two definitions of defying vector and projective weight vector of quaternary linear codes and using the matrix constructed with simplex codes, the relations between two dimensional optimal self – orthogonal codes and the non negative integral solutions of equation systems are setup. And, the existence problem of two dimensional optimal self – orthogonal codes is changed into the problem of determining the non negative integral solutions of equation systems. For the given code length, firstly, the minimum distance of two dimensional optimal self – orthogonal codes is determined by Griesmer bound, then, the generator matrices and the weight polynomials of all optimal self – orthogonal codes of this length are determined through solving integral equation systems. According to generator matrices obtained, equivalent relations among these optimal self – orthogonal codes are discussed by using elementary row transformations of matrices, coordinates permutations of vectors and conjugate transformations of elements. Finally the classification of two dimensional optimal self – orthogonal codes is solved, and the generator matrices of these non equivalent two dimensional optimal self – orthogonal codes and their weight polynomials are also presented. polynomials are also presented.

Key words: quaternary code; optimal code; self – orthogonal code; equivalence of code

(上接第 35 页)

Analysis of First – order Sea Clutter Backscattering for OTHR

MA Ming – quan, SHENG Wen , CHEN Peng , LI Guang – qiang
(Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: In order to gain a clear idea of the range of OTHR first – order sea clutter backscattering coefficient and its changing law on the whole and also the change discipline of the first – order sea clutter backscattering along with the affection of OTHR frequency, wind speed on sea surface, angle between the directions of ocean wave and wind, and the spread degree of wave height spectrum with direction about the wind direction on ocean surface, considering the characteristic of OTHR detection, the paper introduces the first – order sea clutter backscattering coefficient model given by Barrick, and then, by means of simulating, obtains that the first – order sea clutter backscattering coefficient is within if the non – directional amplitude spectrum is in the state of saturation or within if the non – directional amplitude spectrum is in the state of unsaturation, in addition, the magnitude of the frequency and of the speed of wind on sea surface determine that non – directional amplitude spectrum is in the state of saturation or in a state of unsaturation. And then also through simulating the affection of every parameter on the first – order sea clutter backscattering coefficient, the paper presents the change discipline of the first – order sea clutter backscattering along with each parameter. All these are useful to OTHR detecting and father high frequency radar sea clutter modeling and filtering.

Key words: OTHR; first – order sea clutter; backscattering; angle between the direction of ocean wave and wind