

# 多轴载荷下 GH4169 合金疲劳寿命预测

李 静, 孙 强, 李春旺, 张东伟

(空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051)

**摘 要:**基于多轴疲劳临界损伤面原理,在对 GH4169 合金薄壁圆管和缺口试件的高温疲劳特性及有限元应力—应变关系进行分析的基础上,通过引入三轴因子  $F_T$ ,应用 von-Mises 准则提出了一个能够适用于 GH4169 合金不同应力状态的多轴疲劳损伤参量。新的损伤参量考虑了临界面上最大剪应变和法向应变对多轴疲劳损伤的不同以及应力状态对多轴疲劳寿命的影响。该多轴疲劳损伤参量不含有经验常数,便于工程应用。利用新的多轴疲劳损伤参量,结合 Manson-Coffin 方程,建立了新的多轴疲劳寿命预测模型。预测结果表明,该模型较准确地预测了 GH4169 合金薄壁圆管和缺口试件的高温多轴疲劳寿命。

**关键词:**多轴疲劳;GH4169 合金;三轴因子;寿命预测

**DOI:**10.3969/j.issn.1009-3516.2009.04.019

**中图分类号:**TH114;O346.2 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2009)04-0085-05

许多工程构件通常都是在高温复杂多轴比例与非比例循环载荷下服役,如飞机发动机的涡轮盘、涡轮叶片、压力容器以及发电厂中的一些主要零部件,所以高温非比例载荷下多轴疲劳研究有着广泛的应用前景。近年来,一些学者对多轴疲劳特别是高温多轴疲劳进行了大量的研究<sup>[1-8]</sup>。在高温多轴循环载荷作用下,特别是在非比例加载条件下,由于受温度的影响,应力—应变关系十分复杂,进行多轴疲劳寿命预测相当困难。受试验条件所限,通过试验方法获得材料多轴循环载荷作用下的疲劳寿命也比较困难。为此,人们试图以较为简单、可行的多轴循环加载试验结果为基础,寻找多轴疲劳与单轴疲劳之间的内在关系,进而建立多轴疲劳寿命方程。

本文在对试件进行应力—应变分析的基础上,利用三轴因子  $F_T$  和多轴因子  $F_M$  并结合临界平面法,建立了一个适合于 GH4169 合金不同应力状态下的多轴疲劳损伤参量和寿命预测模型。

## 1 应力—应变状态分析

根据文献[9],以试件轴向( $x$ ),周向( $y$ )和径向( $z$ )为坐标轴建立坐标系。在拉—扭加载下,缺口试件危险点处的应力—应变状态可以用张量表示为:

$$(\cdot)_{ij} = \begin{bmatrix} (\cdot)_{xx} & (\cdot)_{xy} & (\cdot)_{xz} \\ (\cdot)_{yx} & (\cdot)_{yy} & (\cdot)_{yz} \\ (\cdot)_{zx} & (\cdot)_{zy} & (\cdot)_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

为获得危险点处任一斜面上的法向应力、法向应变、剪应力、剪应变,设过危险点任一斜面的法向量  $n$  与  $z$  轴夹角为  $\theta$ ,与  $y$  轴负半轴夹角为  $\varphi$ 。 $\theta$  和  $\varphi$  的取值范围分别是  $[0^\circ, 180^\circ)$  和  $[0^\circ, 360^\circ)$ ,见图 1。法向量  $n$  在  $x, y, z$  轴的分量为:

\* 收稿日期:2009-04-02

基金项目:空军工程大学理学院学位论文创新基金资助项目(2007S001)

作者简介:李 静(1985—),男,河北赞皇人,博士生,主要从事航空金属材料的疲劳与断裂研究。

E-mail:lijing02010303@163.com

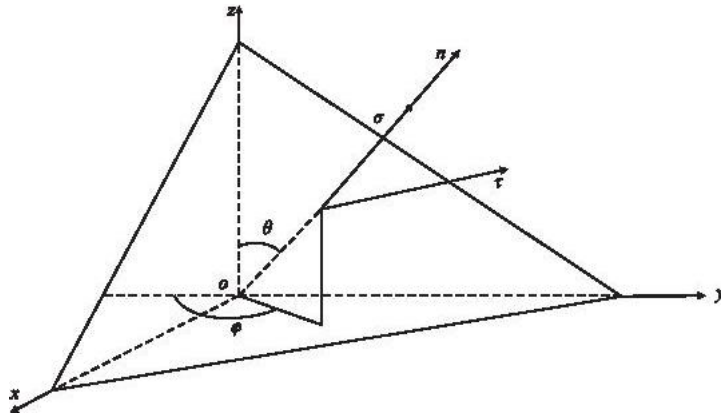


图 1 斜面上的应力状态

Fig.1 Stresses acting on the slope

$$[\mathbf{n}] = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \sin \varphi \\ -\sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

斜面上的法向应力和法向应变可表示为:

$$[(\cdot)_n] = [\mathbf{n}]^T [(\cdot)] [\mathbf{n}] = (\cdot)_x n_x^2 + (\cdot)_y n_y^2 + (\cdot)_z n_z^2 + (\cdot)_{xy} n_x n_y + (\cdot)_{yz} n_y n_z + (\cdot)_{xz} n_x n_z \quad (3)$$

$(\cdot)$  表示  $\sigma$  和  $\varepsilon$ , 则斜面上的剪应力和剪应变表示为:

$$\gamma = 2(\varepsilon_R^2 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}, \tau = (\sigma_R^2 - \sigma^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

其中  $(\cdot)_R = ((\cdot)_{Rx}^2 + (\cdot)_{Ry}^2 + (\cdot)_{Rz}^2)^{\frac{1}{2}}$ , 又有:

$$\begin{bmatrix} (\cdot)_{Rx} \\ (\cdot)_{Ry} \\ (\cdot)_{Rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cdot)_x n_x + (\cdot)_{xy} n_y + (\cdot)_{xz} n_z \\ (\cdot)_y n_y + (\cdot)_{xy} n_x + (\cdot)_{yz} n_z \\ (\cdot)_z n_z + (\cdot)_{xz} n_x + (\cdot)_{yz} n_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

对于多轴拉一扭薄壁圆管试件, 危险点处于平面应力状态, 应力张量  $\sigma_{ij}$  和应变张量  $\varepsilon_{ij}$  分别为:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

由以上定义, 可以求出危险点任意斜面上的应力—应变。当  $\theta \in [0^\circ, 180^\circ)$ ,  $\varphi \in [0^\circ, 360^\circ)$ , 并按一定的步长变化时, 可以确定所定义的临界平面的位置。

## 2 寿命预测模型的建立

观察疲劳断裂过程中裂纹形成和扩展现象可以发现: 在多轴加载条件下, 初期裂纹基本上沿着最大剪应变平面的方向形成, 随后近似地沿着该平面的法线方向扩展<sup>[6]</sup>。这表明在多轴加载条件下用最大剪应变和垂直于剪应变方向的法向应变来计算材料疲劳损伤有一定的物理意义。

在高温载荷下, 蠕应变既受加载方式(幅值、相位等)的影响, 又受温度和加载频率的影响, 因此不同温度和加载频率下, 由高温单轴低周疲劳试验获得的材料常数不同<sup>[6]</sup>。在用临界面法预测疲劳寿命时, 如果选择与试验温度和加载频率相同或相近的单轴试验的材料常数, 则不用单独考虑蠕变损伤对寿命的影响, 因为这种影响已经体现在材料常数里了<sup>[6]</sup>。

如果定义具有最大法向应变的最大剪切平面为临界平面, 并用 von-Mises 准则将最大剪应变  $\gamma_{\max}$  和法向应变  $\varepsilon_n$  合成为一个等效应变(ES 模型), 结合 Manson-Coffin 方程可建立如下模型:

$$\left( \varepsilon_n + \frac{1}{3} \gamma_{\max}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (6)$$

式中:  $\sigma'_f$  是疲劳强度系数;  $\varepsilon'_f$  是疲劳延性系数;  $b$  是疲劳强度指数;  $c$  是疲劳延性指数;  $N_f$  为疲劳寿命;  $E$  为弹性模量。

针对本文所研究的 GH4169 合金,有限元分析结果表明:光滑薄壁圆管试件在拉一扭载荷下危险部位处于平面应力状态;缺口试件的危险部位处于三向应力状态。因此在建立支配损伤演化的控制参数时,应该考虑应力状态对疲劳寿命的影响。另外,从微观角度来看,疲劳裂纹通常萌生于滑移带的局部塑性区,疲劳裂纹的生长是沿着裂纹尖端剪切带的聚合过程,裂纹面上的应变和应力对疲劳裂纹都有贡献<sup>[10]</sup>。基于此,考虑法向应变以及应力状态对多轴疲劳损伤累积的影响,将式(6)修正为 LZ 模型:

$$\frac{\Delta \epsilon_{eq}^*}{2} = K \left( L \epsilon_n^2 + \frac{1}{3} \gamma_{max}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

其中  $K$  是应力状态对多轴疲劳损伤累积的影响系数,  $L$  是法向应变对多轴疲劳损伤累积的影响系数。

$$K = 3 \frac{\left( \frac{F_M - 1}{F_T} \right)^{b^2/c^2}}{2}; \quad L = \frac{F_M b^2/c^2}{2}$$

结合 Manson-Coffin 方程,提出如下多轴疲劳寿命预测模型为:

$$\frac{\Delta \epsilon_{eq}^*}{2} = \frac{(1 + \nu_e) \sigma'_f}{F_M b/c} (2 N_f)^b + \frac{1 + \nu_p}{F_M b/c} \epsilon'_f (2 N_f)^c \tag{8}$$

式中:  $\nu_e$ 、 $\nu_p$  分别为弹、塑性泊松比;  $F_M$  和  $F_T$  分别为<sup>[11-12]</sup>:

$$F_M = \begin{cases} F_T & F_T > 1 \\ \frac{1}{(2 - F_T)} & F_T \leq 1 \end{cases} \tag{9}$$

$$F_T = \frac{\sqrt{2}(\alpha + \alpha + \alpha)}{\sqrt{(\alpha - \alpha)^2 + (\alpha - \alpha_3)^2 + (\alpha - \alpha)^2}} \tag{10}$$

式中:  $\alpha$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha$  分别为第一、第二和第三主应力。如果已知危险点处的应力-应变分量值(可通过有限元计算或由应变计实测出),由连续介质力学原理可以确定 3 个主应力  $\alpha$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha$  的值,从而由式(10)可以求出三轴因子  $F_T$  值。

通过第 1 节的分析可以确定危险点任意平面上的应力-应变,因此在计算圆管和缺口试件的疲劳寿命时,编写了 MATLAB 程序,让  $\theta$  和  $\varphi$  分别在  $[0^\circ, 180^\circ)$  和  $[0^\circ, 360^\circ)$  内从  $0^\circ$  开始按  $1^\circ$  的步长逐渐增大,寻找具有最大法向应变的最大剪切平面即临界平面,并确定临界平面的位置角度  $(\theta_c, \varphi_c)$  和临界面上的损伤参量  $(\gamma_{max}, \epsilon_n)$ ,进而由式(8)预测试件的多轴疲劳寿命。此外,以  $1^\circ$  为步长是因为步长太小计算量会太大,并且步长小于  $1^\circ$  也不会使计算精度提高很多<sup>[13]</sup>。

### 3 试验验证

选用  $650^\circ\text{C}$  高温下的 GH4169 合金光滑薄壁圆管和环形缺口槽 2 种试件,对模型(式(6)和式(8))进行试验验证,其单轴疲劳材料常数见表 1<sup>[6]</sup>。

表 1 GH4169 合金在  $650^\circ\text{C}$  时的单轴疲劳材料常数<sup>[6]</sup>

Tab. 1 The material constants of uniaxial fatigue for GH4169 alloy at  $650^\circ\text{C}$

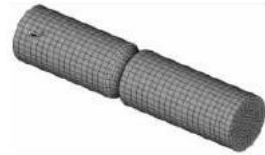
$\sigma'_f/E$	$\sigma'_f/\text{MPa}$	$\epsilon'_f$	$b$	$c$
0.008 1	147 6	0.108	-0.09	-0.58

试验过程中,加载路径分别为比例路径,  $45^\circ$  与  $90^\circ$  非比例路径,加载波形为三角波。具体试验细节参见文献[6]。

采用大型有限元计算程序 ANSYS 对承受常幅拉一扭循环载荷的试件进行有限元分析,用 von-Mises 屈服准则和非线性随动强化模型描述材料的弹塑性。有限元分析过程中,采用三维 20 节点六面体单元 SOLID95。光滑试件采用均匀网格划分,共分成 5 500 个单元和 29 982 个节点;缺口试件划分网格过程中,对缺口部位网格进行了细化,共分成 8 460 个单元和 37 419 个节点。光滑试件和缺口试件有限元网格划分结果分别见图 2 和图 3。



2 光滑试件及其网格划分  
Fig.2 Finite element meshes  
for the smooth specimen



3 缺口试件及其网格划分  
Fig.3 Finite element meshes  
for the notched specimen

应用 LZ 模型(式(8))和 ES 模型(式(6))分别对 GH4169 合金进行疲劳寿命预测,预测值与试验结果的比较分别见图 4 和图 5。从图中可以看出,LZ 模型的预测结果误差分散带在 2 个因子之内,而 ES 模型对缺口试件的预测结果偏于保守,对圆管试件的预测结果偏于不安全。其原因在于式(6)中支配损伤演化的控制参数都是应变,不能很好地反映应力状态对疲劳寿命的影响。

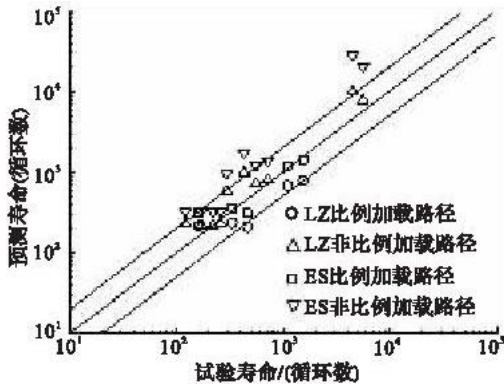


图 4 GH4169 合金光滑试件寿命  
试验值与预测值的比较

Fig.4 Predicted versus experimental lives for  
GH4169 alloy smooth specimen

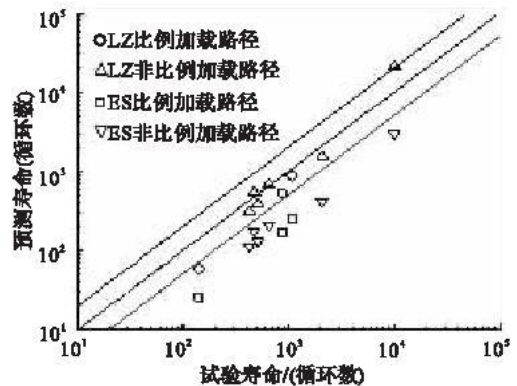


图 5 GH4169 合金缺口试件寿命  
试验值与预测值的比较

Fig.5 Predicted versus experimental lives for  
GH4169 alloy notched specimen

## 4 结论

1)应力状态对高温多轴疲劳损伤的影响不容忽视,建立预测模型时应考虑材料的应力状态对疲劳寿命的影响。

2)对于 GH4169 材料而言,考虑法向应变以及应力状态对多轴疲劳损伤累积的影响,基于临界面法,提出的损伤参量和相应的多轴疲劳寿命预测模型分别为:

$$\frac{\Delta \epsilon_{vt}^*}{2} = K \left( L \epsilon_a^2 + \frac{1}{3} \gamma_{\max}^2 \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad \frac{\Delta \epsilon_{vt}^*}{2} = \frac{(1+\nu)}{F_M^c} \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \frac{1+\nu_b}{F_M^c} \epsilon_f' (2N_f)^c$$

3)新模型不含有经验常数,便于工程应用。

### 参考文献:

[1] Shang D G, Sun G Q, Yan C L, et al. Creep Fatigue Life Prediction under Fully-Reversed Multiaxial Loading at High Temperatures[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29: 705-712.

[2] Li J, Zhang Z P, Sun Q, et al. A New Multiaxial Fatigue Damage Model for Various Metallic Materials under the Combination of Tension and Torsion Loadings[J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31(4): 776-781.

[3] 尚德广,孙国芹,蔡能,等. 高温比例与非比例加载下多轴疲劳寿命预测[J]. 机械强度, 2006, 28(2): 245-249.  
SHANG Deguang, SUN Guoqin, CAI Neng, et al. Multiaxial Fatigue Life Prediction under Proportional and Non-proportional Loading at High Temperature[J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(2): 245-249. (in Chinese)

[4] 李静. 金属多轴疲劳寿命预测模型研究[D]. 西安: 空军工程大学, 2008.

- LI Jing . Study on the Multiaxial Fatigue Life Prediction Model for Metallic Materials[D]. Xi'an : Air Force Engineering University , 2008 . (in Chinese)
- [5] 李 静, 孙 强, 李春旺, 等 . 一种新的多轴疲劳寿命预测方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(12): 1—6.  
LI Jing, SUN Qiang, Li Chunwang, et al. A New Prediction Method for Multiaxial Fatigue Life[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 1—6. (in press)
- [6] 王建国 . GH4169 合金高温多轴比例与非比例加载下疲劳特性及其寿命预测[D]. 北京: 北京科技大学, 2006 .  
WANG Jianguo . Fatigue Properties and Life Prediction of GH4169 Superalloy under Multiaxial Proportional and Non-proportional Loading at High Temperature[D]. Beijing: Beijing University of Science and Technology, 2006 . (in Chinese)
- [7] 张忠平, 李 静, 张春山, 等 . 一种多轴疲劳寿命预测的统一模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2007, 8(4): 12—14 .  
ZHANG Zhongping, LI Jing, ZHANG Chunshan, et al. A Unified Model for Prediction of Multiaxial Fatigue Life[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2007, 8(4): 12—14. (in Chinese)
- [8] 乔艳江, 赵剑峰, 杨尊袍, 等 . 一种新的多轴疲劳寿命预测模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2008, 9(3): 79—82 .  
QIAO Yanjiang, ZHAO Jianfeng, YANG Zunpao, et al. A New Prediction Model for Multiaxial Fatigue Life[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2008, 9(3): 79—82. (in Chinese)
- [9] Das J, Sivakumar S M . An Evaluation of Multiaxial Fatigue Life Assessment Methods for Engineering Components[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 1999, 76: 741—746 .
- [10] Fatemi A, Socie D F . A Critical Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-phase Loading[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1988, 11(3): 149—165 .
- [11] Davis E A, Connelly F M . Stress Distribution and Plastic Deformation in Rotating Cylinders of Strain-Hardening Material[J]. Journal of Applied Mechanics, 1959, 26: 25—30 .
- [12] Manson S S, Halford G R . Multiaxial Low Cycle Fatigue of Type 304 Stainless Steel[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99: 283—285 .
- [13] Wang C H, Brown M W . Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue—Part 1: Theories[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1996, 118: 367—370 .

(编辑: 姚树峰, 徐敏)

## Fatigue Life Prediction for GH4169 Alloy under Multiaxial Loading

LI—Jing, SUN Qiang, LI Chun—wang, ZHANG Dong—wei

(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

**Abstract:** With the analysis of the multiaxial fatigue behavior of the thin wall specimens and notched specimens of GH4169 alloy as well as the state of the stress—strain by using the Finite Element Method (FEM), a new damage parameter for multi—axial fatigue is proposed by means of von—Mises criterion based on the critical plane approach. In the new damage parameter, the triaxial factor is introduced. For the new damage parameter, the maximum shear strain and normal strain on the critical plane are taken into account, and the effect of stress state under the multiaxial cyclic loading condition on the fatigue life is taken into account as well. This parameter without containing empirical constants is easy and convenient for engineering application. By combining the proposed damage parameter with the Manson—Coffin equation, the fatigue life prediction model is established. And the experimental verifications show that the new fatigue life prediction model is more accurate in predicting the high temperature multiaxial fatigue life of the thin wall specimens and the notched specimens.

**Key words:** multiaxial fatigue; GH4169 alloy; triaxial factor; life prediction