

S α S 噪声环境下的宽带信号二维波达方向估计算法

田 野¹, 王永良², 张永顺¹, 薛晓峰³

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军雷达学院, 湖北 武汉 430019; 3. 93460 部队, 北京 101407)

摘 要:为克服在 S α S 噪声环境下的 DOA 估计方法没有考虑宽带信号的情况,在分析 S α S 噪声环境下宽带信号阵列输出矩阵性质的基础上,将时域方法与频域方法有机结合起来,通过构造 L 型阵列的各频带的分数阶累计量,将一维宽带信号阵列模型拓展到二维,并利用 CSM 聚焦算法,通过 k 个聚焦矩阵 $T(f_k)$ 把不同频率处的方向矩阵变换到同一参考频率 f_0 下的矩阵,采用改进的分数低阶矩阵(MFLOM)来作为共变矩阵的估计子。实现了 S α S 噪声环境下的宽带信号的二维波达角估计,通过仿真分析证明了该算法的有效性。

关键词:S α S 噪声环境;宽带信号;二维波达方向估计

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2009.04.016

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2009)04-0071-05

近年来,在雷达系统中,宽带源的波达方向(direction of arrival, DOA)估计问题引起了广大研究人员极大的兴趣,并且提出了很多的算法^[1-4],文献[1]中利用双平行线阵提出了 DOA 矩阵法,比较有效地解决了二维 DOA 估计的问题。在此基础上,文献[2-3]提出了一种基于信号时空特征结构的时空 DOA 矩阵方法。这些方法都是基于阵列接收信号的二阶统计量(协方差、功率谱等)而提出的。所有二阶统计量的方法都有一个接收信号为高斯信号的基本前提假设,而在实际应用中阵列接收的信号往往是非高斯的,于是有人提出用高阶累计量来研究宽带非高斯信号的波达方向估计问题^[4-5],该方法利用 CSM 把宽带的阵列频域数据 4 阶累计量聚焦到同一个参考窄带子空间中,然后利用基于信号空时特征结构的时空 DOA 矩阵方法进行 DOA 估计,但其附加噪声背景仍等效为正态分布。

然而,雷达通常面临复杂多变的地、海杂波环境,特别是天波超视距、预警机等新体制雷达由于处于特殊的工作环境,杂波分布范围广、强度大、随时间变化快且存在频谱展宽问题。这些噪声模型更适合用 S α S(alpha 稳定分布)过程来表示;但这类噪声过程模型不存在二阶及以上矩,这就使得传统的基于二阶或高阶累计量的分析方法不再适用于 S α S 噪声环境^[6]。目前已有 S α S 噪声环境下的 DOA 估计方法出现^[6-10],其中在文献[10]中,提出了窄带信号二维 DOA 估计算法,但没有考虑宽带信号的情况。

针对上述问题,本文将时域方法与频域有机地结合起来,研究并提出了利用阵列频域输出的分数低阶累计量及 CSM 算法来获得 S α S 噪声环境下的二维宽带信号的 DOA 估计新方法。

1 信号与噪声模型

考虑 L 个空间宽带信源辐射到 M 个阵元的阵列天线的情形,此时阵列的第 i 个阵元的输出为:

$$x_i(t) = \sum_{l=1}^L s_l [t + \tau(\theta)] + n_i(t), 1 \leq i \leq M \quad (1)$$

* 收稿日期:2008-02-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016)

作者简介:田 野(1984-),女,山西临汾人,硕士,主要从事智能信息处理研究;E-mail:xrff641@sohu.com

王永良(1965-),男,浙江嘉兴人,教授,博士生导师,主要从事雷达技术、阵列信号、自适应信号处理研究;

张永顺(1961-),男,陕西咸阳人,教授,博士生导师,主要从事雷达信号处理、电子对抗研究。

式中: s_l, θ 分别为第 l 个源信号及其波达方向; $\tau_i(\theta)$ 为入射到第 i 个阵元上的第 l 个信号相对于入射到参考阵元时的时延。假设噪声 $n_i(t)$ 是零均值独立同分布的 S α S 过程, 其分布的特征函数为:

$$\varphi(t) = \exp(j\delta t - \gamma|t|^\alpha) \tag{2}$$

式中: α 为特征指数, $0 < \alpha \leq 2$; δ 为位置参数; γ 为分布的偏移系数, 相当于高斯分布的方差。当 $0 < \alpha \leq 1$ 时, δ 为 S α S 概率密度的中值; 当 $0 < \alpha \leq 2$ 时, δ 为 S α S 概率密度的均值, 当 $\delta = 0, \gamma = 1$ 时, S α S 型随机过程服从标准 S α S 分布。此时, 概率密度函数^[7]为:

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi x} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k!} \Gamma(\alpha k + 1) x^{-\alpha k} \sin\left(\frac{k\alpha\pi}{2}\right) & 0 < \alpha < 1 \\ \frac{1}{\pi(x^2 + 1)} & \alpha = 1 \\ \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k!} \Gamma\left(\frac{2k+1}{\alpha}\right) x^{2k} & 1 < \alpha < 2 \\ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2} & \alpha = 2 \end{cases} \tag{3}$$

式中 $\Gamma(t) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ 。

高斯分布是 S α S 分布的极限形式。和高斯分布不同的是, 特征指数为 $\alpha \neq 2$ 的 S α S 分布, 其二阶以上矩都不存在, 即, $E\{|x|^p\} = \infty, p \geq 2$ 只存在小于 α 的矩, 即 $E\{|x|^p\} = \infty, p \geq \alpha, E\{|x|^p\} < \infty, p < \alpha$ 。通常用共变来表征 2 个特征指数为 $1 < \alpha \leq 2$ 的 S α S 分布随机变量, 即:

$$[X, Y]_\alpha = \frac{E\{XY^{(p-1)}\}}{E\{|Y|^p\}} \chi, 1 \leq p < \alpha \tag{4}$$

式中 $|Y|^p = |Y|^{p-1} Y^*$, $*$ 表示复数共轭。

假设信号持续时间为 $[-T/2, T/2]$, 令 $\mathbf{X}(f_k)$ 为阵列输出频域向量, 其元素 $X_i(f_k)$ 表示在频率 $f_k = k/T$ 处 $x_i(t)$ 的傅里叶系数。假设阵列输出宽带信号的带宽为 $f_s \leq f \leq f_h$, 则有:

$$\mathbf{X}(f_k) = \mathbf{A}(f_k, \theta) \mathbf{S}(f_k) + \mathbf{N}(f_k), k = 1, 2, \dots, K \tag{5}$$

式中: $\mathbf{A}(f_k, \theta) = [\mathbf{a}(f_k, \theta), \mathbf{a}(f_k, \theta), \dots, \mathbf{a}(f_k, \theta)]$ 为在频率 f_k 处 $M \times L$ 维的阵列导向矢量, 其中 $\mathbf{a}(f_k, \theta) = [1, e^{j2\pi f_k \tau_1(\theta)}, \dots, e^{j2\pi f_k \tau_M(\theta)}]$ 为对应于 θ 的频域矢量。 $X_i(f_k)$ 同样为 S α S 分布并与 $x_i(t)$ 有相同的 α ^[8], 假设信号持续时间足够长, 以保证 $X_i(f_k)$ 相互独立。

2 S α S 噪声环境下二维宽带信号 DOA 估计算法

首先将一维宽带信号阵列模型拓展到二维^[10], 阵列模型见图 1。整个阵列是一个 L 型阵, 整个阵列由位于 XOY 平面上 G (奇数) 个阵元构成, 每臂均为 $M = (G+1)/2$ 个阵元等间隔组成的均匀线阵, 阵元间距为 d , 原点处的阵元为参考阵元。设 L 个具有相同中心频率和带宽的宽带信号源入射该阵列, 其 DOA 矢量角分别为 $(\Omega, \Omega, \dots, \Omega)$, 其中 $\Omega = (\alpha, \beta)$, α, β 分别为第 l 个信源的仰角和方位角。假设噪声与信号有相同

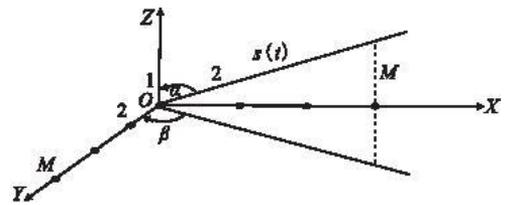


图 1 阵列几何结构

Fig. 1 Geometric structure of the array

的带宽, 令阵列噪声为独立同分布的复全向 S α S 随机变量, 并与入射信号独立。对每个阵元上的观测数据作离散傅里叶变换, 根据式(5) 可得 L 型阵的输出矢量的频域表达式为:

$$\mathbf{X}(f_k) = \mathbf{A}(f_k, \Omega) \mathbf{S}(f_k) + \mathbf{N}(f_k) \tag{6}$$

式中: $\mathbf{A}(f_k, \Omega) = [\mathbf{a}(f_k, \alpha, \beta), \mathbf{a}(f_k, \alpha, \beta), \dots, \mathbf{a}(f_k, \alpha, \beta)]_{G \times L}$, $\mathbf{a}(f_k, \alpha, \beta) = [e^{j2\pi f_k d(M-1) \sin \alpha_1 \sin \beta_1 / c}, e^{j2\pi f_k d(M-2) \sin \alpha_1 \sin \beta_1 / c}, \dots, 1, \dots, e^{j2\pi f_k d(M-2) \sin \alpha_1 \cos \beta_1 / c}, e^{j2\pi f_k d(M-1) \sin \alpha_1 \cos \beta_1 / c}]^T$; c 为信号的传播速度。

利用 CSM 方法, 通过 k 个聚焦矩阵 $\mathbf{T}(f_k)$ 把不同频率处的方向矩阵变换到同一参考频段 f_0 下的矩阵, 即:

$$\mathbf{T}(f_k) \mathbf{A}(f_k, \Omega) = \mathbf{A}(f_0, \Omega)$$

于是有:

$$\mathbf{U}(f_k) = \mathbf{T}(f_k)\mathbf{X}(f_k) = \mathbf{A}(f_0, \Omega)\mathbf{S}(f_k) + \mathbf{N}_x(f_k) \quad (7)$$

式中 $\tilde{\mathbf{N}}_x(f_k) = \mathbf{T}(f_k)\mathbf{N}_x(f_k)$ 。由于式(7)是式(6)的线性变换,根据 S α S 分布的稳定性^[12],可知, $U_i(f_k)$ 为 S α S 分布,并与 $X_i(f_k)$ 有相同的 α 。

定义 $\Gamma_{UU}(f_k)$ 为 $\mathbf{U}(f_k)$ 的共变^[12],即:

$$\Gamma_{UU}(f_k) = [\mathbf{U}(f_k), \mathbf{U}(f_k)]_\alpha = [\mathbf{A}(f_0)\mathbf{S}(f_k) + \mathbf{N}_x(f_k), \mathbf{A}(f_0)\mathbf{S}(f_k) + \mathbf{N}_x(f_k)]_\alpha = \mathbf{A}(f_0)\Gamma_{SS}(f_k)\mathbf{A}^H(f_0) + \mathbf{T}(f_k)\mathbf{T}(f_k)^{<\alpha-1>} \gamma_s(f_k)\mathbf{I} \quad (8)$$

式中: $\Gamma_{SS}(f_k)$ 、 $\gamma_s(f_k)$ 的表达式见文献[12]。

则有:

$$\Gamma_{UU} = \sum_{k=1}^K \Gamma_{UU}(f_k) = \mathbf{A}(f_0) \sum_{k=1}^K \Gamma_{SS}(f_k)\mathbf{A}^H(f_0) + \sum_{k=1}^K \mathbf{T}(f_k)\mathbf{T}(f_k)^{<\alpha-1>} \gamma_s(f_k)\mathbf{I}$$

对 Γ_{UU} 进行特征值分解可得 G 个特征值,其中 L 个较大的特征值对应的特征矢量构成信号子空间 $\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_L]_{G \times L}$,取 \mathbf{E}_s 的第 1 行到第 $L-1$ 行构成 \mathbf{E}'_{s1} ,第 2 行到第 L 行构成 \mathbf{E}_{s1} ,第 L 行到第 $G-1$ 行构成 \mathbf{E}_{s2} ,第 $L+1$ 到第 G 行构成 \mathbf{E}'_{s2} ,由 ESPRIT 算法可知:

$$\begin{cases} \mathbf{E}'_{s1} = \mathbf{E}_{s1} \Psi \\ \mathbf{E}'_{s2} = \mathbf{E}_{s2} \Psi \end{cases} \quad (9)$$

令对角阵:

$$\phi = \text{diag}[e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_1 \sin \beta_1 / c}, e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_2 \sin \beta_2 / c}, \dots, e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_L \sin \beta_L / c}]_{K \times K} \quad (10)$$

$$\psi = \text{diag}[e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_1 \cos \beta_1 / c}, e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 / c}, \dots, e^{j2\pi f_0 \sin \alpha_L \cos \beta_L / c}]_{K \times K} \quad (11)$$

由式(9)一式(11)可知, $\phi = (\mathbf{E}'_{s1} \mathbf{E}_{s1})^{-1} \mathbf{E}'_{s1} \mathbf{E}_{s1}$ 的特征值等于 ϕ 的对角线元素, $\psi = (\mathbf{E}'_{s2} \mathbf{E}_{s2})^{-1} \mathbf{E}'_{s2} \mathbf{E}_{s2}$ 的特征值等于 ψ 的对角线元素。因为 ϕ 、 ψ 的特征值不能自动配对,要求二维到达角,所以必须解决特征值配对问题,特征值配对由下式确定^[13]:

$$\arg \min \left\{ \left| \frac{\lambda_l}{\lambda_b} - \lambda_c \right|, l, b, c = 1, 2, \dots, L \right\} \quad (12)$$

式中: λ_1 对应于 ϕ 的特征值; λ_2 对应于 ψ 的特征值, λ_3 对应于 $\phi \psi^{-1}$ 的特征值; 对配对好的特征值可用式(13)求得信号的二维到达角:

$$\alpha = \arctan \left| \frac{\text{imag}(\lg \lambda_1)}{\text{imag}(\lg \lambda_2)} \right| \quad \beta = \arcsin \left| \frac{\text{imag}(\lg \lambda_k) c}{2\pi f_0 d \cos \alpha} \right| \quad (13)$$

在实际应用中,只能用有限的快拍数来估计子阵列输出信号的共变矩阵,为此采用改进的分数低阶矩(MFLOM)来作为共变矩阵的估计子:

$$\hat{\Gamma}_{\zeta, \eta}(p) = \sum_{i=1}^N \zeta \eta^{<p-1>} / \sum_{i=1}^N |\eta|^p \quad (14)$$

式中 (ζ, η) , (ζ', η') , \dots , (ζ_N, η_N) 为独立的观测值。

3 仿真实验

由于 S α S 噪声由特征指数 α 和偏移系数 γ 所确定,并且当 $\alpha < 2$ 时,其方差是无限的^[10],因此,用广义噪声比($S_{G\text{SNR}}$)代替一般的信噪比,它是信号功率与 γ 的比值,即:

$$S_{G\text{SNR}} = 10 \lg \left\{ \frac{E\{|s(t)|^2\}}{\gamma} \right\}$$

在计算机仿真中,设 L 型阵的阵元个数为 19,阵元间距 $d = c/2f_0$,信号为远场时域平稳、均值为 0 的宽带信号,中心频率 $f_0 = 300$ Hz,带宽为 90 Hz,噪声为平稳、零均值的高斯噪声,带宽和信号的相同,且各阵元上的噪声互不相关,采样频率为 600 Hz,快拍数为 660 个,被分成 20 段,通过 FFT 变换,每个信号在带宽内分成 33 个频率点。

实验 1: 3 个相干远场宽带信号,信号到达角分别为 $(45^\circ, 30^\circ)$, $(30^\circ, 30^\circ)$, $(10^\circ, 30^\circ)$, $S_{G\text{SNR}} = 10$ dB, $\alpha = 1.5$,进行 5 次仿真实验,结果见表 1。

对 $\Gamma_{uv}(f_k)$ 采用 MUSIC 算法同样可以得到信号的到达角估计,但需要进行二维搜索,所以运算量较大,速度较慢,但可以利用将估计的效果直观的表现出来。令 $S_{CSNR} = 0$, 其余参数不变,采用本文算法进行计算,并运用文献[13]中的算法重复该实验,结果见图 2、图 3。

表 1 相干信号二维角估计

Tab. 1 Estimation 2-D angle of coherent signals

| 信号 | 俯仰角 / (°) | | 方位角 / (°) | |
|------|-----------|---------|-----------|---------|
| | 均值 | 标准差 | 均值 | 标准差 |
| 信号 1 | 29.743 3 | 0.256 7 | 44.731 8 | 0.268 2 |
| 信号 2 | 29.515 0 | 0.489 5 | 29.507 4 | 0.492 6 |
| 信号 3 | 30.410 3 | 0.410 3 | 10.376 1 | 0.376 1 |

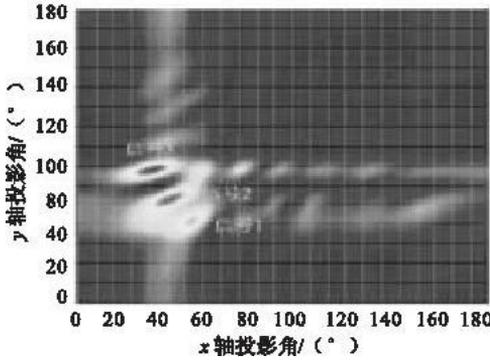


图 2 本文方法

Fig. 2 Advanced method

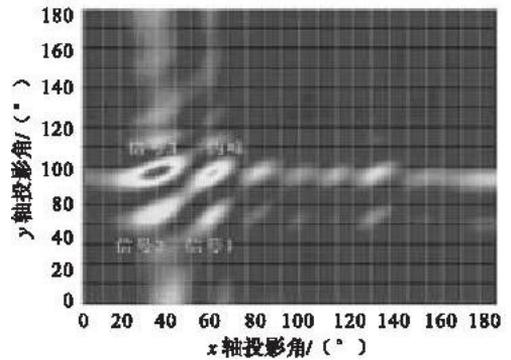


图 3 传统方法

Fig. 3 Traditional method

可以看出,在图 3 中出现伪峰,说明传统方法无法解决 $S\alpha S$ 环境下的宽带信号二维空间角度估计问题。这里需要注意的是图 2、图 3 中的谱峰反映的是入射信号投影到 L 型阵列的角度,而非信号真实的方位角和俯仰角。

实验 2: 1 个远场宽带信号,信号到达角为 $(45^\circ, 30^\circ)$, $\alpha = 1.7$, S_{CSNR} 从 0 dB 变到 10 dB,采用本文所提方法进行二维角估计,估计的标准差见图 4。

从表 1 及图 4 可以看,在 $S\alpha S$ 噪声环境下,即使信号是相干的仍可正确估计出其波达方向。

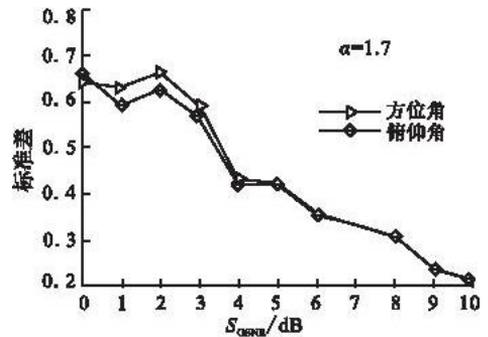


图 4 不同 SNR 的估计标准差

4 Estimating standard deviation of different SNR

4 结束语

本文在分析 $S\alpha S$ 环境下宽带信号阵列输出矩阵性质的基础上,通过构造 L 型阵列各频带的分数阶累计量,并利用 CSM 聚焦算法,实现了 $S\alpha S$ 环境下的宽带信号的二维波达角估计。

参考文献:

[1] Yin Q Y ,Newcomb R W ,Zou L H. Estimating 2-D Angle of Arrival via Two Parallel Linear Arrays[J].Proc IEEE ICASSP Glasgow ,1989 ,3 :2803—2806.

[2] 金 梁,殷勤业. 时空 DOA 矩阵方法[J]. 电子学报,2000,28(6):1—8.
JIN Liang ,YIN Qinye. Matrix Processing for Time and Spatial DOA [J]. Acta Electronica Sinica,2000,28(6):1—8. (in Chinese)

[3] 金 梁,殷勤业. 时空 DOA 矩阵方法的分析与推广[J]. 电子学报,2001,29(3):300—303.
JIN Liang ,YIN Qinye. The Analysis and Popularity of Time and Spatial DOA Array Processing [J]. Acta Electronica Sinica,2001,29(3):300—303. (in Chinese)

[4] 雷中定,黄秀坤,张京树,等. 宽带非高斯信号波达方向的估计方法[J]. 电子学报,2000,28(6):58—61.
LEI Zhongding , HUANG Xiukun ,ZHANG Jingshu ,et al. Estimation for DOA of Non-gauss Wideband Signal [J].

- Acta Electronica Sinica, 2000, 28(6): 58–61. (in Chinese)
- [5] 单龙飞, 季飞, 韦岗. 宽带非高斯信号的二维波达方向的估计方法[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(3): 484–488. SHAN Longfei, JI Fei, WEI Gang. Estimation for 2D-DOA of Non-gauss Wideband Signal [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(3): 484–488. (in Chinese)
- [6] Tsung Hsien Liu, Jerry M Menel. A Subspace-based Direction Finding Processing Algorithm Using Fractional Lower Order Statistic [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2001, 49: 1605–1613.
- [7] 何劲, 刘中. 基于分数低阶统计量的空域-模糊域 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 109–112. HE Jin, LIU Zhong. Estimation for DOA in Spatial-vague Spectrum Based on Fractional Lower Order Statistics [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(1): 109–112. (in Chinese)
- [8] Panagiots Tsakalides, Nikias C L. Broadband Beam Forming with Alpha-stable Distributions [J]. Proceeding of Aslomar IEEE, 1996, 29: 1106–1110.
- [9] Panagiots Tsakalides, Nikias C L. Wideband Arrays Signal Proceeding with Alpha-stable Distributions [J]. Proceeding of Aslomar IEEE, 1997, 30: 2489–2499.
- [10] 吕泽均, 肖先赐. 一种冲击噪声环境中的二维 DOA 估计新方法[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(3): 350–360. LÜ Zejun, XIAO Xianci. A New Estimation Algorithm for 2D-DOA in the Presence of Impulsive Noise [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(3): 350–356. (in Chinese)
- [11] Shao M, Nikias C L. Signal Processing with Fractional Lower Order Moments: Stable Processing and Their Applications [J]. Processing of the IEEE, 1993, 81(7): 987–1010.
- [12] Krolik J. Focused Wide-band Arrays Processing for Spatial Spectral Estimation: Advances in Spectrum Analysis and Array Processing [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991: 221–261.
- [13] 黄可生, 张国柱. 基于多项式展开宽带信号二维来波方向估计[J]. 信号处理, 2004, 20(3): 326–329. HUANG Kesheng, ZHANG Guozhu. Estimation for 2D-DOA of Wideband Signal Based on Multinomial Spreading [J]. Signal Processing, 2004, 20(3): 326–329. (in Chinese)

(编辑: 徐楠楠)

Estimation 2D-DOA of Wideband Signal in the Presence of S α S Noise

TIAN Ye¹, WANG Yong-liang², ZHANG Yong-shun¹, XUE Xiao-feng³

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, Hubei, China; 3. Army Unit 93460, Beijing 101407, China)

Abstract: To cope with the circumstance without considering wideband for the DOA estimation method under S α S noise, on the basis of analyzing the character of wideband array output matrix in S α S noise, the temporal method and the frequency domain method are combined by constructing every frequency band of fraction cumulant of the L-shape array, which could extend 1-dimension wideband signal to 2-dimension. Meanwhile, using the CSM focusing method, the direction matrixes at different frequencies are transformed to matrixes at the same reference frequency of matrix by k focusing matrixes, and the improved MFLOM is adopted as the estimator of co-variation matrix. Thus the 2-dimension DOA estimation of wideband signal under S α S noise is realized. The algorithm is effective through simulation and analysis.

Key words: S α S noise; wideband signals; 2D DOA estimation