光致大气等离子体通道天线的传播特性分析

夏新仁', 尹成友', 王光明2

(1. 解放军电子工程学院, 安徽 合肥 230037;2. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘 要:提出了一种用于高功率微波武器系统的光致大气等离子体通道天线(PCA),并分析了 PCA所传播一般模式的传播特性。建立了 PCA 的近似电磁模型,从广义柱坐标系下纵向分量 所满足的波动方程出发,在广义柱坐标系中给出了纵向场与横向场的关系,利用边界条件导出 了 PCA严格的特征方程,并通过在极限条件下,将本文结果与文献已有结果的对比,验证了文 中所导结果的正确性和有效性。最后,数值计算了该天线的色散曲线,重点讨论了传播常数随 等离子体参数、通道尺寸和运动速度的变化,为该天线的研制打下坚实的理论基础。 关键词:光致大气等离子体;等离子体通道天线;特征方程;传播特性

中图分类号: TN136 文献标识码: A 文章编号: 1009 - 3516(2009) 02 - 0066 - 05

随着高功率微波源的理论与技术取得突破性进展,高功率微波武器逐步从实验室阶段转向实用化阶段, 各军事强国都积极地投入到高功率微波武器的研制中^[1-2],但高功率电磁脉冲在传输过程中因击穿产生的 "尾蚀效应"和大气层引起的"吸收峰"作用,严重限制了高功率微波武器的作用范围^[3-4]。目前,电磁脉冲 天线主要有加载天线^[5](加载振子或加载片状辐射器)和 TEM 喇叭天线。TEM 喇叭天线虽然结构简单,但 方向性不强、口面利用不充分、容易产生击穿,且机动性差^[6]。众所周知,与高功率微波武器对应的高能激 光武器的杀伤效能会随着距离的增加迅速降低,另外,大气湍流和热晕效应也限制了高能激光武器的作战能 力^[7-8]。因此,充分考虑到两类武器的优势互补性,尝试对其优点进行融合,提出了将激光产生的大气等离 子体通道用作高功率微波武器系统天线——光致大气等离子体通道天线(Plasma Channel Antenna, PCA)^[9]。

1 天线特征方程的理论推导

该天线的实质就是用高功率激光产生的大气等离子体通道来导行、辐射电磁脉冲,在对其进行理论分析 前可以考虑到两点:一是等离子体通道可以近似为无限长的等离子体柱;二是等离子体通道可近似为沿激光 传输方向(取为z轴方向)密度均匀、半径 a 不变的等离子体圆柱。另外,可认为通道中的等离子体在激光等 离子体通道中是运动的。综合考虑,将 PCA 近似为以 $v = e_i v$ 运动的无限长等离子体圆柱。由于光致大气等 离子体通道天线的实现是用激光在空间大气中形成等离子体通道,故通道周围的媒质是空气,近似为真空来 处理,见图 1。电磁参数 ε_0 、 μ_0 为洛仑兹不变量^[10],与此对应的空气在运动系和静止系中均表现为各向同 性。基于此情况,根据相对性原理,可以考虑它的等价模型,将无限长等离子体柱看成处于静止系中,而周围 的无限大空气处于以速度 $v = -e_i v$ 运动的运动系中,具体情况见图 2。





Fig. 2 The equivalent model of PCA

收稿日期:2008-05-15
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60671057)
 作者简介:夏新仁(1976-),男,安徽当涂人,博士生,主要从事电磁场与微波技术研究;E-mail:xxr_1016@163.com
 尹成友(1964-),男,安徽巢湖人,教授,博士生导师,主要从事电磁场数值计算方面研究;
 王光明(1964-),男,安徽砀山人,教授,博士生导师,主要从事电磁场散射与辐射等研究.

1.1 基本物理方程

从媒质的本构关系和 Maxwell 方程组出发,利用 $\nabla \times \nabla \times A = \nabla (\nabla A) - \nabla^2 A$,在广义柱坐标系(u,v,z)下,可以推导出一般各向同性媒质中的纵向电磁场所满足的波动方程为:

$$\nabla^2 E_z + k_m^2 E_z = 0 \quad ; \quad \nabla^2 H_z + k_m^2 H_z = 0 \tag{1}$$

式中: $k_m = \omega \ \sqrt{\mu_m \varepsilon_m}$ 为媒质中的波数; ε_m 为媒质的介电常数; μ_m 为媒质的磁导率。由式(1)可以得出媒质中 纵向场的表达式,若求得横向场分量,还需要纵 – 横关系式。下面在广义柱坐标系(u,v,z)下,假定电磁波沿 z 方向传播,波的传播因子为 exp($j\omega t - jkz$),设 u,v 方向的拉梅系数分别为 $h_1 \ h_2$,从 Maxwell 方程组的两个 旋度方程出发,将方程中的矢量和旋度写成横向分量和纵向分量之和的形式,并利用旋度的性质,可得一般 各向同性媒质中的纵 – 横关系为:

$$\begin{bmatrix} E_u \\ E_v \\ H_u \\ -H_v \end{bmatrix} = \frac{1}{k_m^2 - k^2} \begin{bmatrix} -jk & 0 & 0 & -j\omega\mu_m \\ 0 & -jk & j\omega\mu_m & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon_m & -jk & 0 \\ -j\omega\varepsilon_m & 0 & 0 & -jk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_u/(h_1\partial u) \\ \partial E_z/(h_2\partial v) \\ \partial H_z/(h_1\partial u) \\ \partial H_z/(h_2\partial v) \end{bmatrix}$$
(2)

1.2 周围空气中的切向场

当空气处于静止系中时,设其中的电场为 E'_{0r} 、 E'_{0e} 、 E'_{0e} 、磁场为 H'_{0r} 、 H'_{0e} 、 H'_{0e} 、利用式(1),取 $\varepsilon_m = \varepsilon_0$ 、 $\mu_m = \mu_0$,并根据波函数的性质^[10],静止系中空气中的纵向场分量可表示为:

$$E'_{0z} = B_1 H_n^{(2)} = (p'r') e^{-jk'z' + jn\theta'}; H'_{0z} = B_2 H_n^{(2)} = (p'r') e^{-jk'z' + jn\theta'}$$
(3)

式中: $p' = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - k^2}; \omega', k'$ 为所传播的电磁波在静止系中的频率和传播常数; B_1, B_2 为待定的常数。

由于空气处在静止系和运动系中均表现出各向同性,电磁参数均为 ε_0 、 μ_0 ,故其本构关系没有改变。另 外,又由于麦克斯韦方程是洛仑兹协变的,故空气在运动系和静止系中的纵 – 横关系式的形式相同。因此, 利用式(2),取 $\varepsilon_m = \varepsilon_0$ 、 $\mu_m = \mu_0$ 、 $h_1 = 1$ 、 $h_2 = r$ 、u = r、 $v = \theta$,可得空气在运动系中的纵 – 横关系式为:

$$\begin{bmatrix} E_{0r} \\ E_{0\theta} \\ H_{0r} \\ H_{0r} \\ H_{0\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} - k^{2}} \begin{bmatrix} -jk & 0 & 0 & -j\omega\mu_{0}/r \\ 0 & -jk/r & j\omega\mu_{0} & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon_{0}/r & -jk & 0 \\ -j\omega\varepsilon_{0} & 0 & 0 & -jk/r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_{0z}/\partial r \\ \partial E_{0z}/\partial \theta \\ \partial H_{0z}/\partial r \\ \partial H_{0z}/\partial \theta \end{bmatrix}$$
(4)

当空气处于运动系中时,设其中的电场为 *E*_{0r}、*E*_{0e}、*E*_{0z},磁场为 *H*_{0r}、*H*_{0e}、*H*_{0z}。因为空气是沿 *z* 向运动的, 故其中的 *z* 向分量(即纵向分量)是不变的,由式(3)可知,运动系中空气的纵向分量为:

$$E_{0z} = B_1 H_n^{(2)} = (p'r') e^{-jk'z' + jn\theta'}; H_{0z} = B_2 H_n^{(2)} = (p'r') e^{-jk'z' + jn\theta'}$$
(5)

由洛仑兹变换可知 $r' = r, \theta' = \theta$,利用式(4)、式(5)可得空气处于运动系时的横向场的切向分量为:

$$E_{0\theta} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} - k^{2}} [j\omega\mu_{0}p'H_{n}^{(2)'}(p'r')B_{2} + \frac{k}{r'}nH_{n}^{(2)}(p'r')B_{1}]e^{-jk'z'+jn\theta'}$$
(6)

$$H_{0\theta} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} - k^{2}} \left[-j\omega \varepsilon_{0} p' H_{n}^{(2)'}(p'r') B_{1} + \frac{k}{r'} n H_{n}^{(2)}(p'r') B_{2} \right] e^{-jk'z' + jn\theta'}$$
(7)

式中 ωk 为所传播电磁波在运动系中的频率和传播常数。由洛仑兹逆变换可知, $k \omega = k' \omega'$ 的关系为: $k = \gamma(k' + \omega' v/c^2); \omega = \gamma(\omega' + k'v), 其中: \gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}; \beta = v/c, c$ 为光速。

1.3 等离子体中的切向场

在等价模型下,对于通道内等离子体来说,它处于静止系中,在忽略地磁场的作用时,利用式(1),取 ε_m = $\varepsilon_0 \varepsilon_{pr}$, $\mu_m = \mu_0$,并根据波函数的性质可知^[10-11],其纵向场分量可表示为:

$$E_{pz} = A_1 J_n(k_p r') e^{-jk'z' + jn\theta'}; H_{pz} = A_2 J_n(k_p r') e^{-jk'z' + jn\theta'}$$
(8)

式中: $k_p = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{pr} - k^2}$; $k_0 = \omega' \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$; $\varepsilon_{pr} = 1 - \omega_p^2 / \omega'$ 为等离子体的相对介电常数; ω_p 为等离子体频率; A_1 、 A_2 为待定的常数。

利用式(2),取 $\varepsilon_m = \varepsilon_0 \varepsilon_{pr}, \mu_m = \mu_0, h_1 = 1, h_2 = r, u = r', v = \theta', 可得到忽略地磁场的作用时,等离子体通$ 道中纵 – 横关系式为:

$$\begin{bmatrix} E_{pr} \\ E_{p\theta} \\ H_{pr} \\ H_{p\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr} - k^{2}} \begin{bmatrix} -jk' & 0 & 0 & -j\omega' \mu_{0}/r' \\ 0 & -jk'/r' & j\omega' \mu_{0} & 0 \\ 0 & j\omega' \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr}/r' & -jk' & 0 \\ -j\omega' \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr} & 0 & 0 & -jk'/r' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_{pz}/\partial r' \\ \partial E_{pz}/\partial \theta' \\ \partial H_{pz}/\partial \theta' \end{bmatrix}$$
(9)

由式(9)、式(10)可得等离子体通道内的横向分量的切向场:

$$E_{p\theta} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr} - k^{2}} \left[j\omega' \mu_{0} k_{p} J'_{n} (k_{p} r') A_{2} + \frac{nk'}{r'} J_{n} (k_{p} r') A_{1} \right] e^{-jk'z' + jn\theta'}$$
(10)

$$H_{p\theta} = \frac{1}{\omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr} - k^{2}} \left[-j\omega^{\prime} \varepsilon_{0} \varepsilon_{pr} k_{p} J^{\prime}{}_{n} (k_{p} r^{\prime}) A_{1} + \frac{nk^{\prime}}{r^{\prime}} J_{n} (k_{p} r^{\prime}) A_{2} \right] e^{-jk^{\prime} z^{\prime} + jn\theta^{\prime}}$$
(11)

1.4 特征方程

根据式(5) – 式(8)和式(10) – 式(11),并利用等离子体与空气的交界面处(即r' = a处)切向分量相等,即 $E_{0z} = E_{pz}$, $H_{0z} = H_{pz}$, $E_{0\theta} = E_{p\theta}$, $H_{0\theta} = H_{p\theta}$,并由方程组的非零解条件,可得该问题的特征方程为:

$$\mu_{0}\varepsilon_{0}\left[\Delta p\omega x_{0}^{2}H(x_{0}) - \omega' x_{p}^{2}J(x_{p})\right]\left[\Delta p\omega x_{0}^{2}H(x_{0}) - \varepsilon_{pr}\omega' x_{p}^{2}J(x_{p})\right] - n^{2}\left[k' - \Delta pk\right]^{2} = 0$$
(12)
$$\vec{x} \div x_{p} = k_{p}a; x_{0} = p'a; \Delta p = \frac{\omega^{2}\mu_{0}\varepsilon_{0}\varepsilon_{pr} - k^{2}}{\omega^{2}\mu_{0}\varepsilon_{0} - k^{2}}; H(x_{0}) = \frac{H_{n}^{(2)'}(x_{0})}{x_{0}H_{n}^{(2)}(x_{0})}; J(x_{p}) = \frac{J_{n}(x_{p})}{x_{p}J_{n}(x_{p})^{\circ}}$$

1.5 特殊情况

1)静止情况。当周围空气和等离子体柱都处于静止状态,即v=0时,有 $\omega=\omega',k=k'$,则式(12)为:

$$\left[\Delta p x_0^2 H(x_0) - x_p^2 J(x_p)\right] \left[\Delta p x_0^2 H(x_0) - \varepsilon_{pr} x_p^2 J(x_p)\right] - n^2 \left(\frac{k'}{k_0}\right)^2 (1 - \Delta p)^2 = 0$$
(13)

式中 $\Delta p = (k_0^2 \varepsilon_{pr} - k^2)/(k_0^2 - k^2)$,式(13)通过变形,与文献[12-13]中的结论一致,充分说明了本文所导结果的正确性。

2) 轴对称情况。当 n = 0 时, 特征方程(12) 为:

 $\Delta p \omega x_0^2 H(x_0) - \omega' x_p^2 J(x_p) = 0 \quad \text{for TE} \quad \Delta p \omega x_0^2 H(x_0) - \varepsilon_{pr} \omega' x_p^2 J(x_p) = 0 \quad \text{for TM}$ 由此可知,在轴对称情形下,等离子体通道天线的混合模就退化成 TE 模和 TM 模。

2 数值仿真

用特征方程——Muller(CEM)法对特征方程(12)进行数值求解。计算时重点考虑了等离子体参数、通 道尺寸和运动速度对天线传播特性的影响。图3、图4为速度v=0.9c,通道尺寸 $a/\lambda=5$ 时,PCA中所传播 的内部模式 HE_{nm}(m、n分别表示场沿半径分布的最大值个数和沿圆周分布的整波数)的衰减常数和相移常 数随等离子体频率(ω_p/ω)的变化曲线。由图可以看出,衰减常数总体上是随着等离子体频率增加而增大, 且随着传播模式 HE_{nm}的阶数n的增大,衰减常数的值和其增大的剧烈程度都增加;对于每一个模式 HE_{nm}来 说,衰减常数随着等离子体频率的增加先增大,而后在某一频率处(此频率随着阶数n的增大而升高)变得 平缓,在 $\omega_p/\omega=0.8$ 附近又开始增大。相移常数随着等离子体频率增加而减小,且各次模式的相移常数曲 线几乎重合。



图 3 PCA 中传播模式的衰减常数与等离子体频率的关系 Fig. 3 The attenuation constants of PCA as a function of plasma frequency



as a function of plasma frequency



3.5 PCA 中後確候式的表標電数 つ通道尺寸的天気 Fig. 5 The attenuation constants of PCA as a function of channel radius



图 5、图 6 为速度 v = 0.9c、 $\omega_p/\omega = 0.5$ 时, PCA 中所传播的内部模式 HE_{nm}的衰减常数和相移常数与通 道尺寸(a/λ)的关系曲线。从图中可知,衰减常数随着通道半径的增加而减小,且随着传播模式 HE_{nm}的阶 数 n 的增大,衰减常数的值和其减小的剧烈程度都增加;对于每一个模式 HE_{nm}来说,在 $a/\lambda = 4$ 附近,衰减常 数随通道尺寸的变化开始变得平缓些,当 $a/\lambda > 9$ 时,3 种模式的衰减常数有趋于一致的趋势。当 $a/\lambda < 3$ 时,n = 2,3 阶模式的相移常数随着通道尺寸的增加稍有增大,当 $a/\lambda > 3$ 时,相移常数随着通道尺寸的增加 基本保持不变,且各次模式的相移常数几乎趋于一致。



图 7 PCA 中传播模式的衰减常数与运动速度的关系 Fig. 7 The attenuation constants of PCA as a function of velocity of movement



图 8 PCA 中传播模式的相移常数与运动速度的关系 Fig. 8 The phase constants of PCA as a function of velocity of movement

图 7、图 8 为 $\omega_p/\omega = 0.5$ 、 $a/\lambda = 5$ 时, PCA 中所传播的内部模式 HE_{nm}的衰减常数和相移常数随运动速 度 v 的变化曲线。由图可以看出,衰减常数是随着运动速度的增加而增大的,且随着传播模式 HE_{nm}的阶数 n 的增大,衰减常数的值和其增大的剧烈程度都增加,但当传播模式 HE_{nm}的阶数 n = 3 时,衰减常数在 $\omega_p/\omega =$ 0.8 附近开始减小。相移常数随着速度增加而基本不变,只有阶数 n = 3 时,相移常数在 ω_p/ω 附近开始随着 速度的增加稍微增大,另外,随着传播模式 HE_{nm}的阶数 n 的增大,相移常数的值反而稍微减小。

3 结束语

针对文章所提出的等离子体通道天线用于高功率微波武器系统的工作原理,建立了天线的电磁分析模型,导出了该天线最严格的特征方程,由此可以看出:在把等离子体通道近似为以速度 v = e_v 运动的无限长均匀等离子体圆柱时,天线的特征方程的大多数特性仍然保留,天线既可以单独传输 TE 和 TM 模,也可以传输混合模 EH 和 HE。最后,运用 Muller 求根法对特征方程进行求解,得出了 PCA 的色散曲线,此结果为天线的实际应用打下了坚实的理论基础。

参考文献:

[1] 邢召伟,周东方,邵 颖,等. 高功率微波在抗击巡航导弹中的应用[J]. 信息工程大学学报, 2006,7(1):28-30.

XING Zhaowei, ZHOU Dongfang, SHAO Ying, et al. Application of High Power Microwave to Attacking Cruise Missile [J]. Journal of Information Engineering University, 2006,7(1):28 - 30. (in Chinese)

- [2] 贺元吉,刘彦芝,李传胪. 高功率微波武器与反辐射导弹对抗研究[J]. 航天电子对抗, 2005,21(4):29-32.
 HE Yuanji, LIU Yanzhi, LI Chuanlu. Study on High Power Microwave Weapons Attacking Anti radiation Missiles [J]. Aerospace Electronic Warfare, 2005,21(4):29-32. (in Chinese)
- [3] 杨建宏,牛忠霞,周东方,等. 大气击穿对高功率微波天线的影响[J]. 强激光与粒子束, 2005,17(8):1223-1227. YANG Jianhong, NIU Zhongxia, ZHOU Dongfang, et al. Effect of Air Breakdown on High Power Microwave Antenna [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2005,17(8):1223-1227. (in Chinese)
- [4] Liu G Z, Liu J Y, Huang W H, et al. A Study of High Power Microwave Air Breakdown [J]. Chinese Physics, 2000, 9(10): 757-763.
- [5] Volakis J K, Young J. Phase Linearization of A Broadband Antenna Response in Time Domain [J]. IEEE Trans On AP, 1982, 30(2): 309-313.
- [6] 黄 治. 加载电磁脉冲天线辐射机理的研究[D]. 合肥:电子工程学院,2000.
 HUANG Ye. The Study on Radiation Mechanics of Resistive Electromagnetic Pulse Antenna [D]. Hefei: Electronic Engineering Institute,2000. (in Chinese)
- [7] 张 喆,张 杰,李玉同,等. 空气中激光等离子体通道导电性能的研究[J]. 物理学报,2006,55(1): 357-360. ZHANG Zhe, ZHANG Jie, LI Yutong, et al. Measurements of Electric Resistivity of Plasma Channels in Air [J]. Acta Physic Sinica,2006,55(1): 357-360. (in Chinese)
- [8] 黄 勇,刘 杰. 高能激光武器的杀伤机理及主要特性分析[J]. 光学与光电技术. 2004,2(5): 20-23.
 HUANG Yong, LIU Jie. Analysis on Kill Mechanism and Characteristics of High Energy Laser Weapon [J]. Optics & Optoe-lectronic Technology,2004,2(5): 20-23. (in Chinese)
- [9] 钱志华. 等离子体天线的辐射和散射特性分析[D]. 南京:南京理工大学, 2006. QIAN Zhihua. Analysis of Radiation and Scattering Characteristics of Plasma Antenna [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006. (in Chinese)
- [10] 傅君眉, 冯恩信. 高等电磁理论[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2000.
 FU Junmei, FENG Enxin. Advanced Electromagnetic Theory [M]. Xi'an: The Publishing House of Xi'an Jiaotong University, 2000. (in Chinese)
- [11] Hu B J. Plasma Circular Cylindrical Waveguide in Loss Material [J]. Int J Inf mm wave, 1997, 18(5):1015-1022.
- [12] Hu B J, Wang Y F. Inner Mode of Plasma Cylindrical Waveguide in Loss Material [J]. Journal of South China University of Technology, 1999, 27(5): 8-12.
- [13] Shen H M. Plasma Waveguide: A Concept to Transfer Electromagnetic Energy in Space [J]. Appl Phys, 1991, 69(10): 6827 -6835.

(编辑:徐楠楠)

Analysis on Propagation Property of Laser Induced Air Plasma Channel Antenna

XIA Xin – ren¹, YIN Cheng – you¹, WANG Guang – ming²

(1. Electronic Engineering Institute of Hefei, Hefei 230037, China; 2. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: In this paper, a laser induced air plasma channel antenna (PCA) for high power microwave weapon is presented, and the dispersive characteristic for normal modes of PCA is analyzed. An approximate electromagnetic model of PCA is created. Starting from the wave equations for the longitudinal components in generalized cylindrical coordinate, the relations between the transverse components and the longitudinal ones of the electromagnetic fields are given. The strict characteristic equation of PCA is deduced by applying the boundary conditions of electromagnetic fields. In the limit cases, the results obtained in this paper are consistent with those given in the literature through comparison, which shows that the results of this paper are correct and effective. Finally, the dispersive curves of PCA are calculated, particularly the variations of their propagation properties with plasma parameters, channel radius and velocity of movement are discussed, which has set up a solid foundation for the development of the antenna.

Keywords: laser induced air plasma; plasma channel antenna (PCA); characteristic equation; propagation property