

一种色噪声背景下的信源方位估计快速算法

龙戈农, 冯存前, 吴法文
(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:针对实际环境中相干信源普遍存在的情况,提出一种基于对称均匀线阵的波达方向(DOA)分步估计方法。该算法在未知噪声协方差矩阵为复对称 Toeplitz(色噪声)结构的情况下,利用空间差分方法和相干信源 Toeplitz 矩阵重构方法相结合,来处理同时存在相干(或相关)和独立信源的情况。首先利用常规谱估计算法估计独立信源;然后用差分的方法将其排除掉,同时可以排除色噪声信息;然后用 Toeplitz 重构的方法将剩下的相干信源恢复为满秩,进而可以利用传播算子的方法进行 DOA 估计。与传统的去噪、解相干算法相比,该算法在提高阵列信源过载能力的同时,可明显减小算法的运算量。计算机仿真结果证明了新算法的有效性和正确性。

关键词:波达方向估计;相干信源;空间差分;Toeplitz 矩阵;传播算子

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)06-0062-05

由于具有良好的谱分辨力和较小的计算量,子空间类算法(MUSIC、ESPRIT 法等)已成为 DOA 估计中最常用和最经典的方法。然而此类算法仅适用于非相干信源的测向,且要求阵列噪声为高斯白噪声。在色噪声背景(阵元输出噪声相关)或相干信源环境(来自多径传播或电子干扰等)下,子空间类算法性能急剧下降。针对色噪声背景下的相干信源 DOA 估计问题,文献[1]提出了空间差分平滑算法(FBSSD),它利用均匀线阵协方差矩阵的 Toeplitz 分解特性,差分平滑运算,将独立信源与相干(或相关)信源分开分辨,从而重复利用阵列接收数据,可分辨更多信源。但此方法缺点是需要进行多次平滑运算,计算复杂度增大并且解相干性能是通过降低阵列自由度换取的。文献[2]直接对回波相关矩阵进行 Toeplitz 重构,无论是存在独立信源、相干信源或它们的混合信源,都可有效地进行 DOA 估计。但采取这个方法所能分辨的信源数大大减少,最多只能为阵元数目的一半。

本文通过将空间差分 and Toeplitz 矩阵构造相结合,提出了一种空间差分 Toeplitz 算法(SDT),SDT 算法具有更强的信源过载能力,利用 Toeplitz 矩阵构造而无需特征值分解和平滑运算,可明显减小算法的计算量,基于传播算子的快速 SDT 算法还可进一步减小 DOA 估计的计算量。

1 阵列结构和信号模型

如图 1 所示,阵列远场以线阵轴线法线为参考的 $\theta_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 方向处有 K 个窄带点源 $s_i(t)$ 以平面波入射(波长为 λ_0)到一对称均匀线阵列,阵元数 $N = 2M + 1$,以中心阵元 $X_0(t)$ 为参考阵元,阵元间距为 $\lambda_0/2$ 。假设由于多路径反射,存在相干信源,把这些相干信源分为 D 组,并且第 i 组相干信源的第 j 个信源方向记为 $\theta_{i,j}$,功率为 $\sigma_i^2, j = 1, 2, \dots, G_i$, 各



图 1 阵列天线模型

Fig. 1 Antenna array model

* 收稿日期:2008-03-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016);国家“863”计划资助项目(2006AAX01307)

作者简介:龙戈农(1978-),男,陕西富平人,硕士生,主要从事雷达系统建模和自适应信号处理技术研究。

E-mail: longgenong@yahoo.com.cn

信源组内部信源相干且与其它组信源不相关。则总共的相干源数 $\sum_{i=1}^D G_i$, 因此非相干信源数 $U = K - G$, 功率为 $\sigma_i^2, i = G + 1, G + 2, \dots, K$ 。

此时, 阵列快拍数据矢量可表示为^[3]

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_{-M}(t), x_{-m+1}(t), \dots, x_0(t), \dots, x_M(t)]^T = \\ &= \sum_{k=1}^D \sum_{j=1}^{G_i} \mathbf{a}(\theta_{i,j}) \rho_{i,j} s_i(t) + \sum_{i=G+1}^K \mathbf{a}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}(t) = \\ &= \mathbf{A}_T \mathbf{S}_T(t) + \mathbf{A}_{NT} \mathbf{S}_{NT}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{a}(\theta)$ 为阵列导向矢量; $\mathbf{A}_i = [\mathbf{a}(\theta_{i1}), \mathbf{a}(\theta_{i2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{iG_i})]$, $\mathbf{A}_T = [\mathbf{A}_1 \rho_1, \mathbf{A}_2 \rho_2, \dots, \mathbf{A}_D \rho_D]$, $\mathbf{A}_{NT} = [\mathbf{a}(\theta_{G+1}), \mathbf{a}(\theta_{G+2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$, $\mathbf{S}_T(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D]$, $\mathbf{S}_{NT}(t) = [s_{G+1}(1), s_{G+1}(2), \dots, s_K(t)]^T$, $\rho_{i,j}$ 为信源组 i 的第 j 个信源的相干因子, $\boldsymbol{\rho}_i = [\rho_{i1}, \rho_{i2}, \dots, \rho_{iG_i}]^T$, 噪声 $\mathbf{n}(t)$ 为空间平稳色噪声, 则其协方差矩阵 \mathbf{Q}_T 为复对称 Toeplitz 矩阵。

2 空间差分 Toeplitz 算法(SDT)

2.1 空间差分

由式(1), 均匀线阵的阵列协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H\} = \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT} + \mathbf{Q}_T \quad (2)$$

式中: \mathbf{R}_T 为独立信源形成的相关矩阵, 它是 Hermite, Toeplitz 矩阵; \mathbf{R}_{NT} 为相干信源形成的相关矩阵, 它是 Hermite 非 Toeplitz 矩阵; \mathbf{Q}_T 为噪声协方差矩阵, 假设噪声平稳相关, 则它是 Hermite, Toeplitz 矩阵。

命题 1: 若 \mathbf{E} 为 Toeplitz 矩阵, \mathbf{J} 为同阶置换矩阵, 则:

$$\mathbf{J}\mathbf{E}^T\mathbf{J} = \mathbf{E} \quad (3)$$

则空间差分矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}^d = \mathbf{R} - \mathbf{J}\mathbf{R}^T\mathbf{J} = \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT} + \mathbf{Q}_T - \mathbf{J}(\mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT} + \mathbf{Q}_T)^T\mathbf{J} = \mathbf{R}_{NT} - \mathbf{J}(\mathbf{R}_{NT})^T\mathbf{J} \quad (4)$$

可以看出, 若均匀线阵入射信源中有 G 个相干信源, 若干个独立信源, 则空间差分矩阵中不含独立信源信息, 同时可对消 Toeplitz 类色噪声。

2.2 Toeplitz 矩阵构建

定义差分矩阵 \mathbf{R}^d 的元素为 $r^d(m, n)$, 并对其作进一步扩展可表示为^[3]

$$r^d(m, n) = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{G_i} \beta_{m,i}^j e^{j\pi m \sin\theta_{iD}} \quad (5)$$

式中, $\beta_{m,i}^j = \sigma_i^2 \rho_{i,j}^* \sum_{d=1}^{G_i} \rho_{iD} e^{-j\pi m \sin\theta_{iD}}$ 。

进而根据阵列的对称性构造 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{R}(m) = \begin{bmatrix} ? & r^d(m, 0) & & r^d(m, 1) & & \cdots & & r^d(m, M) & ? \\ ? & r^d(m, -1) & & r^d(m, 0) & & \cdots & & r^d(m, M-1) & ? \\ ? & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & ? \\ ? & r^d(m, -M) & & r^d(m, -M+1) & & \cdots & & r^d(m, 0) & ? \end{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{D}(m)\mathbf{B}^H \quad (6)$$

式中: $\mathbf{D}(m) = \text{diag}\{\beta_{m,1}^1, \dots, \beta_{m,1}^{G_1}, \dots, \beta_{m,D}^1, \dots, \beta_{m,D}^{G_D}\}$; $\mathbf{B} = [b_1, b_2, \dots, b_D] = \mathbf{J}[\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_D]$; $\mathbf{J} = [\mathbf{O}_{(N+1) \times N}, \mathbf{I}_{N+1}]$ 。通过式(5)、式(6)可以看出: 如果 $G < M$, 则 $\mathbf{R}(m)$ 的秩恢复为 G 。

3 基于传播算子的快速 SDT(PM - SDT) 算法

为了减小计算量, 针对式(6), 采用传播算子方法获取其噪声子空间的基:

1) 将矩阵 \mathbf{B} 分块为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} ? & \mathbf{B}_1 & ? \\ ? & \mathbf{B}_2 & ? \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, \mathbf{B}_1 、 \mathbf{B}_2 分别为 $G \times G$ 、 $(M+1-G) \times G$ 阶矩阵。假设阵列空间无模糊, 则 \mathbf{B}_1 为非奇异矩阵, 故存在 $G \times (M+1-G)$ 阶矩阵 \mathbf{P} , 满足 $\mathbf{P}^H \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$, 令

$$\mathbf{Q}^H = [\mathbf{P}^H - \mathbf{I}] \quad (8)$$

式中, \mathbf{I} 为 $M+1-G$ 阶单位矩阵, 显然有

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{B} = [\mathbf{P}^H - \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{O}_{(M+1-G) \times G} \quad (9)$$

上式表明 \mathbf{Q} 与阵列流形矩阵 \mathbf{B} 正交, 所以 \mathbf{Q} 张成的空间属于噪声子空间 \mathbf{E}_N , 又由于 \mathbf{Q} 含有 $M+1-G$ 维单位矩阵, 即含有 $M+1-G$ 个独立列向量, 故

$$\text{span}(\mathbf{Q}) = \text{span}(\mathbf{E}_N) \quad (10)$$

2) 将矩阵 $\mathbf{R}(m)$ 分块为

$$\mathbf{R}(m) \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{(M+1) \times G} & \mathbf{H}_{(M+1) \times (M+1-G)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

则 $\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{P}$, 即 $\mathbf{P} = (\mathbf{V}^H \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^H$, 则:

$$\mathbf{Q}^H = ((\mathbf{V}^H \mathbf{V})^{-1}) \mathbf{V}^H \mathbf{H}^H - \mathbf{I} \quad (12)$$

由 \mathbf{Q} 各列定义的基不是正交基, 正交化 \mathbf{Q} , 可得:

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}(\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-1/2} \quad (13)$$

因此, 基于传播算子的快速 SDT 算法 (PM-SDT) 的空间谱函数可表示为

$$P_{\text{PM}}(\theta) = \frac{1}{\|\mathbf{b}^H(\theta) \mathbf{Q}_0\|^2} \quad (14)$$

4 性能及仿真结果分析

4.1 本文算法与现有算法比较

色噪声背景下的相干源估计问题, 目前比较有效的方法是空间差分平滑算法。它首先通过差分方法把噪声信息排除掉, 然后对剩下的相干源进行平滑处理。但是平滑运算有两个比较突出的问题: 运算量过大且阵列孔径损失较大, 特别是对于多目标或者大型相控阵雷达系统。清华大学的张贤达老师曾使用 Toeplitz 构造的方法, 在白噪声背景下直接对包括独立源和相干源的回波信号进行 Toeplitz 处理, 取得了很好的估计性能, 同时运算量大大减小, 但是所能分辨的信源数最多只能是阵元数的一半。

本文方法结合了空间差分法和 Toeplitz 方法的优点, 对目标进行去噪并分步估计。目的是提高阵元过载能力同时减小运算量: ①差分运算, 将独立信源与相干信源分开分辨, 可重复利用阵列接收数据, 可分辨更多信源; ②Toeplitz 算法本身运算量相比平滑算法有优势, 且其解相干不是通过降低自由度获得, 而是通过改变协方差矩阵的数据结构获得的, 所以阵列的孔径得到有效应用。表 1 给出了不同入射信源情况下 FBSSD 和本文算法最少所需阵元数的比较, 可以看出, 本文算法具有较大的阵元节省能力。

表 1 不同入射信源情况下算法最少所需阵元数的比较

Tab. 1 The least arrays needed when different sources impinging

入射信源数/个			最少所需阵元数/个	
独立	相干	相干源组数	FBSSD	本文算法
2	2	1	5	5
5	3	1	9	7
6	3	2	10	9
6	4	3	11	10

4.2 仿真结果分析

仿真 1: 算法信源过载能力。

色噪声背景下, 7 阵元均匀线阵接收空间 -20° 、 10° 、 30° 、 -30° 、 -10° 、 15° 、 35° 和 50° 方向上的 8 个等功率入射信源, 其中前 3 个相干, 后 5 个不相关, 信噪比为 10 dB, 快拍数为 200。图 2 给出了 FBSSD、SDT、PM-SDT 及 MUSIC 算法的空间谱曲线。

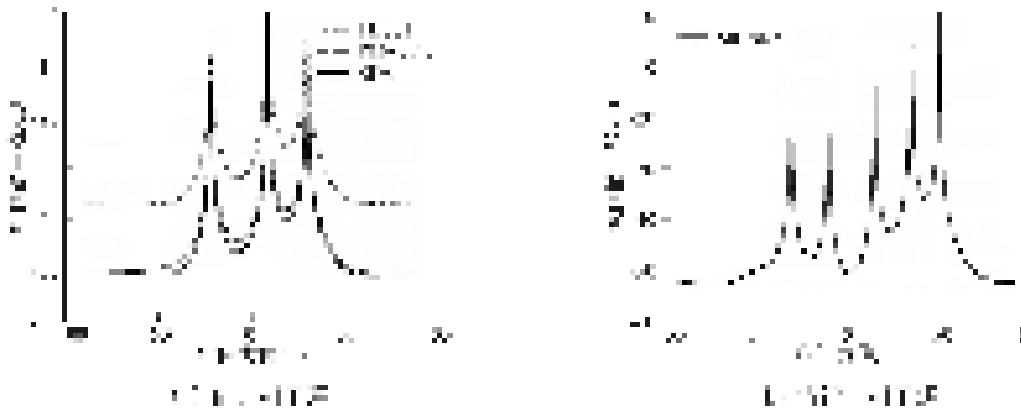


图2 算法信源过载能力实验结果

Fig. 2 The capability of over-loading for conventional and the proposed methods

由图2可见,本文SDT算法分辨相干信源,而MUSIC算法分辨非相干信源,两者联合估计入射信源方向,在信源数多于阵元数的情况下仍能给出较好的估计结果,具有较强的信源过载能力。且PM-SDT算法和SDT算法性能接近,但运算量可大大减小。

仿真2:算法统计性能验证。

色噪声背景下,比较不同算法的统计性能。7阵元均匀线阵接收空间 5° 、 15° 方向上的2个等功率相干信源,快拍数为200。仿真结果为100次蒙特卡罗实验的统计结果,图3给出了几种传统算法与本算法的估计偏差、均方根误差(RMSE)随SNR变化的比较曲线。



图3 本算法与传统算法统计性能实验结果

Fig. 3 The statistic performance for conventional and the proposed methods

从蒙特卡罗实验的统计结果可以看出,由于色噪声的影响,前后向空间平滑(FBSS)算法具有较大的估计偏差。在信源高度相关或相干情况下,加权空间平滑^[6](WSS)算法由于子阵加权系数(取为1、-1)和为零,它可以对消此Toeplitz类色噪声并正确测向,但其具有较大的偏差及方差。本文SDT算法及FBSSD算法具有较好的统计性能,但相比FBSSD算法,SDT算法DOA估计的估计偏差更小,而估计方差在低信噪比时明显低于FBSSD算法,因而SDT算法具有更好的解相干性能。

5 结束语

本文提出了把空间差分与Toeplitz矩阵构造相结合的方法,该方法能有效对付色噪声背景下的相干/非相干混合信源。在计算量明显减小的同时,增加了阵列的信源过载能力,采用常规子空间算法进行非相关信源的测向,最多可估计 $N-D-1$ 个非相关信源;采用SDT算法对相干信源测向,最多可估计 $(N-1)/2$ 个相干信源,因此在这种情况下,SDT算法总共可估计 $3(N-1)/2-D$ 个信源。实验结果证明了本方法的有效性,并且优于传统的空间差分平滑算法。同时,该方法可以扩展为信源是相干、部分相关、非相关的情况。

参考文献:

- [1] Rajagopal R, Rao P R. Generalised Algorithm for DOA Estimation in A Passive Sonar[J]. IEEE Proceedings - F, 1993, 140(1): 12 - 20.
- [2] Han F M, Zhang X D. An ESPRIT - Like Algorithm for Coherent DOA Estimation[J]. IEEE Antennas Wireless Propag. Lett, 2005, 4(6): 443 - 446.
- [3] Xu Xu, Ye Zhongfu, Zhang Yufeng. A Deflation Approach to Direction of Arrival Estimation for Symmetric Uniform Linear Array[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2006, 5(6): 486 - 489.
- [4] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1986, 34(3): 276 - 280.
- [5] Pillai S U, Kwon B H. Forward/backward Spatial Smoothing Techniques for Coherent Signal Identification[J]. IEEE Trans Acoust Speech Signal Process, 1989, 37(1): 8 - 15.
- [6] Tan K C, Oh G L. Estimating Directions - of - arrival of Coherent Signals in Unknown Correlated Noise Via Spatial Smoothing [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(4): 1087 - 1091.
- [7] Behrens R T, Scharf L L. Signal Processing Applications of Oblique Projection Operators[J]. IEEE Trans Signal Process, 1994, 42(6): 1413 - 1424.
- [8] McCloud M L, Scharf L L. A New Subspace Identification Algorithm for High Resolution DOA Estimation[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2002, 50(10): 1382 - 1390.
- [9] Tayem N, Kwon H M. 2 - D DOA Estimation with Propagator Method for Correlated Sources under Unknown Symmetric Toeplitz Noise[J]. IEEE Trans Antenna and Propagation, 2005, 53(5): 1622 - 1630.
- [10] 叶中付. 空间平滑差分方法[J]. 通信学报. 1997, 18(9): 1 - 7.
YE Zhongfu. Method of Spatial Smoothing Difference[J]. Journal of Communication. 1997, 18(9): 1 - 7. (in Chinese)
(编辑:田新华)

A Fast Algorithm of Azimuth Estimation for Sources under Stationary Correlated Noise

LONG Ge - nong, FENG Cun - qian, WU Fa - wen

(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: Aiming at the ubiquity of coherent sources in real circumstances, an ordinal algorithm to direction of arrival (DOA) estimation for symmetric uniform linear array is presented. under the condition of colored noise field. The algorithm combined with spatial differencing and Toeplitz reconstructing is used to cope with the situation where both uncorrelated sources and coherent sources exist, The uncorrelated sources is first estimated by using MUSIC, simultaneously the noise covariance matrix and uncorrelated sources are eliminated, Then a Toeplitz matrix is constructed for the remained coherent sources to renew full rank. After preprocessing, propagator method (PM) is employed to find the DOAs without any eigen decomposition. By using this approach, the number of sources resolved exceeds that of array elements and at the same time the computational complexity is obviously reduced. Simulation results show that the proposed method is effective and correct.

Key words: DOA estimation; coherent sources; differencing; toeplitz matrix; propagator method