

基于 Vague 集的装备研制费用年度分配模型

郑春辉, 李体方, 高虹霓, 归建洲

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:在装备研制阶段,装备的研制费用是装备寿命周期费用的重要组成部分,对整个寿命周期费用具有重要影响,通过建立新的模型,使决策者能够更准确地确定装备研制阶段年度费用分配。描述了 Vague 集的含义和模糊熵,进而根据 Vague 集模糊熵能够对不精确和模糊信息进行有效表达的性质,提出了运用 Vague 集模糊熵对装备研制阶段费用按年度分配的新模型。在运用装备研制费用年度分配模型时,首先由专家投票来建立评判矩阵,然后对评判矩阵进行量化处理,根据量化处理结果来计算 Vague 集的模糊熵,最后通过 Vague 集的模糊熵来确定装备研制费用年度评估权值,从而确定各年度资金分配金额,弥补了 Fuzzy 集在不确定性方面的不足。算例表明了该模型的合理性与有效性。

关键词:装备;研制费用;Vague 集;模糊熵

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)04-0083-04

在装备研制阶段,主要活动是进行详细的工程设计,提供试验所需的综合保障,确定系统的作战效能和可靠性、维修性设计等。如何按时间合理分配资金,对装备研制工作的顺利进行具有重要意义。既要避免由于资金不足造成的研制进度滞后,又要避免资金闲置造成的浪费。因此,对装备研制费用的研究可供决策者在经费预算及分配时参考。装备研制费用年度分配模型主要用于装备研制过程分配和控制各年度资金。

Gau 和 Buehrer 于 1993 年提出了 Vague 集理论^[1]。Vague 集是 Fuzzy^[2]集的一种推广形式,但是 Fuzzy 集不能准确的表示和处理具有模糊性的信息和数据。Vague 集由真假隶属函数定义,体现了元素对模糊信息的属于与不属于的程度或证据,较传统的模糊集有更强的表达不确定性的能力,且更具灵活性。目前,Vague 集已在模糊控制、多目标决策和专家系统等领域有了广泛的应用,并取得了较好的效果。

本文基于 Vague 集理论,可以同时考虑“支持”与“反对”正反两方面的证据以及“不确定”(未知)的证据对决策的影响。进而提出了一种装备研制费用年投资分配的新方法。

1 Vague 集理论与装备研制费用年度分配

1.1 Vague 集概念

定义 1 令 X 是一个点(对象)的空间,其中任意一个元素用 x 表示, X 中的一个 Vague 集 A 用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示, $t_A(x)$ 是从支持 x 的证据所导出的 x 的隶属度下界, $f_A(x)$ 则是从反对 x 的证据所导出的 x 的否定隶属度下界, $t_A(x)$ 和 $f_A(x)$ 将区间 $[0,1]$ 中的一个实数与 X 中的每一个点联系起来,其中 $t_A(x) + f_A(x) \leq 1$ 。元素 x 在 Vague 集 A 中的隶属度被区间 $[t_A(x), 1 - f_A(x)]$ 所界定,称该区间为 x 在 A 中的 Vague 值,记为 $V_A(x)$ 。

设 A 为一个 Vague 集,当 X 是连续的时候,有: $A = \int_X [t_A(x), 1 - f_A(x)] / x, x \in X$

收稿日期:2007-11-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60773209)

作者简介:郑春辉(1981-),男,吉林长春人,硕士生,主要从事装备项目管理研究。E-mail:rocklvd@yahoo.com.cn

当 X 是离散的时候,有: $A = \sum_{i=1}^n [t_A(x_i), 1 - f_A(x_i)] / x_i, x_i \in X$

由上述定义可知, Vague 集 A 中任一元素 x 的隶属函数被限制在 $[0, 1]$ 上的一个子区间 $[t_A(x), 1 - f_A(x)]$ 内, 其中 $t_A(x)$ 表示支持 $x \in X$ 证据的必要程度; $f_A(x)$ 表示反对 $x \in X$ 证据的必要程度; $1 - f_A(x)$ 则表示支持 $x \in X$ 证据的可能程度。这样, 关于 x 的信息的精确性就十分清楚了, 因为对于 x 的未知程度可用 $(1 - f_A(x) - t_A(x))$ 来表示, 该值越小表示越精确的知道 x ; 反之越大表示对 x 知道的越少; 如果 $1 - f_A(x) = t_A(x)$, 则表示精确的知道 x , 此时 Vague 集就退化为 Fuzzy 集。对于确定 Vague 集隶属函数方法主要靠专家及经验方法, 本文在 Fuzzy 综合评判的基础上, 通过专家投票评价的方法来确定 Vague 集隶属函数。

对 Vague 集的解释, 例如 A 为一个 Vague 集, 假定 $[t_A(x), 1 - f_A(x)] = [0.5, 0.8]$, 可知 $f_A(x) = 1 - 0.8 = 0.2, 1 - f_A(x) - t_A(x) = 1 - 0.2 - 0.5 = 0.3$, 此时 Vague 集 A 可解释为对象 x 属于集 A 的程度为 0.5, 不属于集 A 的程度为 0.2, 对于 A 的未知程度为 0.3。

1.2 Vague 集的模糊熵

模糊熵作为一种度量模糊集的模糊性和信息量的工具, 很多学者提出了不同的度量方法^[3-8]。文献[3]给出了 Vague 集的模糊熵。

定义 2 称函数 $VE: VS(U) \rightarrow [0, 1]$ 为 Vague 集 A 的模糊熵, 其必须满足下列条件:

- 1) $VE(A) = 0 \Leftrightarrow$ 对 $\forall x \in U, V_A(x) = [0, 0]$ 或 $[1, 1]$;
- 2) $VE(A) = 0 \Leftrightarrow$ 对 $\forall x \in U, t_A(x) = f_A(x)$;
- 3) $VE(A) = VE(\bar{A})$ (\bar{A} 为 A 的补集);
- 4) 设 $A = [t_A(x), 1 - f_A(x)]$ 和 $B = [t_B(x), 1 - f_B(x)]$ 令 $m_A(x) = 1 - t_A(x) - f_A(x), m_B(x) = 1 - t_B(x) - f_B(x)$, 若 $t_A(x) \neq f_A(x), t_B(x) \neq f_B(x)$, 当 $m_A(x) > m_B(x)$ 时, $VE(A) > VE(B)$;
- 5) 若 $t_A(x) \neq f_A(x), t_B(x) \neq f_B(x)$, 当 $m_A(x) > m_B(x), |t_A(x) - f_A(x)| < |t_B(x) - f_B(x)|$ 时, $VE(A) > VE(B)$ 。

对于离散型 Vague 集的模糊熵, 可以引入如下公式计算:

$$VE(A) = \frac{\sum_{i=1}^m m_A(x_i) + m - \sum_{i=1}^m |(t_A(x_i))^2 - (f_A(x_i))^2|}{\sum_{i=1}^m m_A(x_i) + m + \sum_{i=1}^m |(t_A(x_i))^2 - (f_A(x_i))^2|} \quad (1)$$

1.3 Vague 集的模糊熵在装备研制阶段年度资金分配中的应用

在装备研制过程中, 存在很多不确定因素, 不是从一开始就能确定的。装备研制往往受资金保障、研究进度、技术难度、人员素质、外部支援等因素的影响, 仅凭单一的指标评价确定费用分配已不符合客观实际, 不能满足人们的主观要求。再有因信息不完全, 决策难免有风险^[9-10]。为此, 应从时间、进度、费用协调发展的大局出发, 进行多指标综合评价, 建立装备研制费用年度分配模型。本文根据 Vague 集熵的性质, 能够对不精确和模糊信息进行有效表达, 确定装备研制费用年度评估权值, 从而确定各年度资金分配金额。

2 装备研制费用年度分配模型

设影响装备研制费用年度分配的因素集为 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 装备计划研制 m 年, 针对不同的影响因素, 不同年份 i 有相应的评判集 $V = \{v_1, v_2, v_3\}$, v_1 表示影响非常大, v_2 表示影响一般, v_3 表示影响不重要。

- 1) 建立判断矩阵 $P = \begin{bmatrix} (p_{111}, p_{112}, p_{113}) & \cdots & (p_{1n1}, p_{1n2}, p_{1n3}) \\ \vdots & & \vdots \\ (p_{m11}, p_{m12}, p_{m13}) & \cdots & (p_{mn1}, p_{mn2}, p_{mn3}) \end{bmatrix}$, 其中 p_{ij1} 表示投票认为影响因素 u_j 对第

i 年费用分配影响非常大的专家票数; p_{ij2} 表示投票认为影响因素 u_j 对第 i 年费用分配影响一般的专家票数; p_{ij3} 表示投票认为影响因素 u_j 对第 i 年费用分配影响不重要的专家票数 ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$)。

- 2) 对判断矩阵 P 进行量化处理得

$$t_{A_{ij}}(x_i) = \frac{p_{ij1}}{p_{ij1} + p_{ij2} + p_{ij3}} \quad (2)$$

$$f_{A_{ij}}(x_i) = \frac{p_{ij3}}{p_{ij1} + p_{ij2} + p_{ij3}} \quad (3)$$

3) 根据量化处理结果得模糊关系矩阵 A , $A_{ij} = [t_{A_{ij}}(x_i), 1 - f_{A_{ij}}(x_i)]/x_i, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ 。

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1} & \dots & A_{mn} \end{bmatrix}$$

Vague 集 A_{ij} 表示不同年份对因素集的投票结果, i 代表不同的年份, j 代表不同的影响因素。根据模糊关系矩阵 A 和式(1) 可得模糊熵矩阵 H :

$$H = [H_1, H_2, \dots, H_m]^T, H_i = \frac{\sum_{j=1}^n m_{A_{ij}}(x_i) + n - \sum_{j=1}^n |(t_{A_{ij}}(x_i))^2 - (f_{A_{ij}}(x_i))^2|}{\sum_{j=1}^n m_{A_{ij}}(x_i) + n + \sum_{j=1}^n |(t_{A_{ij}}(x_i))^2 - (f_{A_{ij}}(x_i))^2|}$$

由模糊熵的性质可知 H_i 满足 $0 \leq H_i \leq 1$ 。应该注意到熵值最大时, 对应的投资年度对资金分配影响最小, 所以用 $1 - H_i$ 来衡量第 i 年投资的权值, 对 $1 - H_i$ 这一度量标准仍需要进行归一化处理以便得到最终评估权值 δ_i :

$$\delta_i = 1 - H_i / \sum_{i=1}^m (1 - H_i) \tag{4}$$

式中, $0 \leq \delta_i \leq 1, \sum_{i=1}^m \delta_i = 1$ 。

假定 C 为总投资额, 不同年份的投资依次为 C_1, C_2, \dots, C_m , 则可得

$$C_i = \delta_i C = (1 - H_i) \sum_{i=1}^m (1 - H_i) C \tag{5}$$

3 算例分析

假设某装备总研制费用计划为8 000万元, 计划5年内研制完成, 为合理分配研制费用, 邀请21位专家就资金保障、研制进度、技术难度这3个因素在每个年份对装备研制费用分配所产生的影响程度进行投票。得到判断矩阵 P 为

$$P = \begin{bmatrix} (20, 0, 1) & (7, 2, 12) & (11, 4, 6) \\ (15, 3, 3) & (16, 2, 3) & (16, 2, 3) \\ (11, 2, 8) & (18, 1, 2) & (19, 0, 2) \\ (6, 5, 10) & (20, 1, 0) & (16, 2, 3) \\ (4, 4, 13) & (18, 1, 2) & (11, 3, 7) \end{bmatrix}$$

根据式(1)、(2) 对判断矩阵 P 进行量化处理, 得模糊关系矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} [0.95, 1.00] & [0.33, 0.43] & [0.52, 0.67] \\ [0.71, 1.86] & [0.76, 0.86] & [0.76, 0.86] \\ [0.52, 1.62] & [0.86, 0.91] & [0.91, 0.95] \\ [0.29, 1.52] & [0.95, 1.00] & [0.76, 0.86] \\ [0.19, 1.38] & [0.86, 0.91] & [0.52, 0.67] \end{bmatrix}$$

根据式(1) 计算模糊熵矩阵 H :

$$H_1 = \frac{\sum_{j=1}^3 m_{A_{1j}}(x_i) + 3 - \sum_{j=1}^3 |(t_{A_{1j}}(x_i))^2 - (f_{A_{1j}}(x_i))^2|}{\sum_{j=1}^3 m_{A_{1j}}(x_i) + 3 + \sum_{j=1}^3 |(t_{A_{1j}}(x_i))^2 - (f_{A_{1j}}(x_i))^2|} = 0.4411, \text{ 其中 } m_{A_{ij}}(x_i) = 1 - t_{A_{ij}}(x_i) - f_{A_{ij}}(x_i)。$$

同理可得 $H_2 = 0.3534, H_3 = 0.3092, H_4 = 0.3556, H_5 = 0.4640$ 。

矩阵 $H = [H_1, H_2, H_3, H_4, H_5]^T = [0.4411, 0.3534, 0.3092, 0.3556, 0.4640]^T$ 。

再根据式(4) 来计算最终评估权值 δ_i 得: $\delta_1 = 0.1817, \delta_2 = 0.2102, \delta_3 = 0.2245, \delta_4 = 0.2094, \delta_5 = 0.1742$ 。

根据式(5) 则各年的研制费用分配情况: $C_1 = 1453.6$ 万元, $C_2 = 1681.6$ 万元, $C_3 = 1796$ 万元, C_4

= 1 675.2 万元, $C_5 = 1 393.6$ 万元。

4 结束语

本文运用 Vague 集建立装备研制费用年度分配模型,弥补了 Fuzzy 集在不确定性方面的不足。运用 Vague 集的模糊熵来确定装备研制费用年度评估权值,从而确定各年度资金分配金额。并通过算例阐明该模型的合理性与有效性。证明该模型可供决策者在资金分配时作参考,具有一定的实用价值。

参考文献:

- [1] Gau Wenlung, Buehrer D J. Vague Sets [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1993, 23 (2) : 610 - 614.
- [2] Zadeh L A. Fuzzy Sets [J]. Information and Control, 1965, 8 (3) : 338 - 353.
- [3] 范平, 梁家荣, 李天志. Vague 集的新模糊熵[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(13) : 179 - 181.
FAN Ping, LIANG Jiarong, LI Tianzhi. New Fuzzy Entropy of Vague Sets [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43 (13) : 179 - 181. (in Chinese)
- [4] 黄国顺, 刘云生. 关于 Vague 集的模糊熵[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(33) : 49 - 50.
HUANG Guoshun, LIU Yunsheng. Fuzzy Entropy of Vague Sets and its Construction Method [J]. Computer Engineering and Applications, 2005, 41(33) : 49 - 50. (in Chinese)
- [5] Bustine H, Burillo. Vague Sets are Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3) : 403 - 405.
- [6] Hong D H, Kim C. A Note on Similarity Measures Between Vague Sets and Between Elements [J]. Information Sciences, 1999, 115: 83 - 96.
- [7] Chen S M. Measures of Similarity Between Vague Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 74(2) : 217 - 223.
- [8] Deschrijver G, Kerre E E. On the Relationship Between Some Extensions of Fuzzy Set Theory [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 133(2) : 227 - 235.
- [9] 李航航, 宋笔锋. 武器装备规划与决策方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21(2) : 226 - 229
LI Hanghang, SONG Bifeng. On Exploring the Effectiveness of AHP in Weapons - System Planning and Decision Making [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(2) : 226 - 229. (in Chinese)
- [10] 张国新, 阳静, 包强. 基于灰色规划的军队装备科研项目鉴定评价[J]. 运筹与管理, 2006, 15(1) : 116 - 120.
ZHANG Guoxin, YANG Jing, BAO Qiang. Evaluation of Appraisal of Military Equipment Scientific Research Project Based on Grey Program [J]. Operations Research and Management Science, 2006, 15(1) : 116 - 120. (in Chinese)

(编辑: 田新华)

The Annuity Distributive Model of Equipment Developing Cost Based on Vague Sets

ZHENG Chun - hui, LI Ti - fang, GAO Hong - ni, GUI Jian - zhou

(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: In the equipment developing stage, the expense of equipment developing cost is an important part of the equipment life cycle cost, and has a significant influence on the whole life cycle cost, this paper presents a new model which can help the decision - maker accounting the expense of equipment developing cost. In light of Vague sets, the meaning and fuzzy entropy of Vague sets are described. Based on the characters of Vague sets that can deal with the fuzzy information exactly, a new annuity distributive model of equipment developing cost is advanced. In using the model, the judgment matrix is first established by the experts, and then handled quantitatively. Based on the results obtained the fuzzy entropy of Vague sets is calculated. Finally, the fuzzy entropy of Vague sets is used to determine the development cost of equipment weights and the amount of annuity. A practical example shows that the model is reasonable and effective. This model can be used as a reference when decision makers distributing capital, so it is of a certain practical value.

Key words: equipment; developing cost; Vague sets; fuzzy entropy