

基于高斯-牛顿法的双基地雷达目标定位

彭芳¹, 吴军¹, 左继章²

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 空军第一试验训练基地, 甘肃 酒泉 735305)

摘要:为了提高复合双基地雷达系统对目标的定位精度,以及充分利用冗余信息,提出了基于高斯-牛顿算法的空间目标定位算法。该算法的特点是:使用发、收两站所有的观测数据构成一个非线性最小二乘定位方程,采用精度最高的一组测量子集解算出的定位解作为迭代算法的初始值,使初值逼近真值;给出了迭代算法的具体步骤,并将变步长策略引入到算法中,让迭代步长参数每步动态地变化使目标函数下降;推导了定位误差协方差矩阵的表达式,对定位精度进行了分析。仿真结果表明,该算法提高了迭代的收敛性和目标位置解的准确性,与简化加权最小二乘算法(SWLS)相比有更精确的目标定位解,从而使得整个受控区域内的定位精度有较大提高,定位性能得到优化和改善。

关键词:目标定位;高斯-牛顿迭代法;复合双基地雷达;定位精度

中图分类号: TN953+.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)04-0034-05

复合双基地雷达由现役单基地雷达和一部收发分置的接收机组成,这种配置的特殊性扩大了系统的作用范围及提高了电子战能力,在区域防御中广泛应用。由于两站都能提供观测数据,信息出现冗余,为优化其定位性能,必须充分利用冗余信息。目前,对于线性系统多采用加权最小二乘算法(WLS),当各测量子集对应的定位误差之间相关性很弱时一般采用简化加权最小二乘算法(SWLS)^[1]。然而这种相关性往往不容忽视,且考虑到观测量与目标位置之间的非线性关系,目标定位实际上是一个非线性优化问题^[2],故本文采用了高斯-牛顿算法。由于该算法的收敛性依赖于初值的选取和函数的非线性强度^[3],因此用精度最高的一组测量子集解算出的定位解作为初始值,使初值逼近真值;并用变步长策略使得迭代快速收敛。

1 算法描述

1.1 系统模型及其坐标系设定

复合双基地雷达系统的配置是T/R-R型,其中发射站为一个两坐标单基地雷达。在公共坐标系中,发射站的坐标为 (x_t, y_t, z_t) ,接收站的坐标为 (x_r, y_r, z_r) ,目标的真实位置为 (x, y, z) ,发射站发射雷达信号并跟踪目标方向,同时测量目标距离 R_T 、方位角 φ_T ,接收站测量距离和 $\rho_R = R_T + R_R$ 、方位角 φ_R 。假设各测量值是误差为零均值、彼此不相关的高斯白噪声,且对应于距离和^[4]、方位角及站址各分量误差的标准差分别为 σ_ρ 、 σ_φ 和 σ_s ,T/R站所获得的数据传输到R站进行处理。图1为复合双基地系统的布站与目标位置。

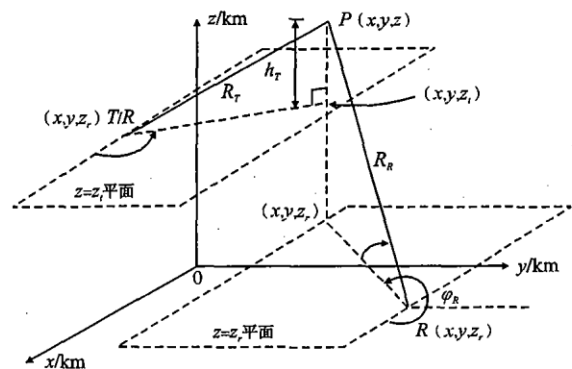


图1 目标与各站的几何关系

Fig.1 Geometrical relation of target and two stations

收稿日期:2007-05-11

基金项目:国防预研基金资助项目(413220347)

作者简介:彭芳(1973-),女,湖南长沙人,博士生,主要从事雷达信号处理及双(多)基地雷达技术研究。

E-mail: wuboy0210@163.com

1.2 高斯-牛顿(Gauss-Newton)迭代算法原理

高斯-牛顿迭代法因计算简单和计算量小而广为应用,但其主要缺点是当初值的选取远离真值时不能保证收敛性。对系统获得的4个观测数据,可分为4个最小测量子集,不同的测量子集对应的定位精度差异较大^[5],文献[1]通过在受控区域以及不同的观测条件下对所有测量子集进行筛选,绘出了高精度测量子集分布图,并统计出各子集在高精度分布图上所占区域的比例,得出在空间定位中测量子集(ρ_R, φ_R, R_T)的定位性能最好,因此采用这组测量子集解算出来的目标位置解作为迭代算法的初始值,使得目标位置的初值与真值偏差较小,迭代能迅速地收敛。由于测量数据有误差,定位方程可写成如下形式^[2]

$$\begin{bmatrix} R_T^m \\ \varphi_T^m \\ \rho_R^m \\ \varphi_R^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2} \\ \arctan \frac{y-y_i}{x-x_i} \\ \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2} + \sqrt{(x-x_r)^2+(y-y_r)^2+(z-z_r)^2} \\ \arctan \frac{y-y_r}{x-x_r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dR_T \\ d\varphi_T \\ d\rho_R \\ d\varphi_R \end{bmatrix} \quad (1)$$

其矩阵形式为

$$Y = f(X) + e \quad (2)$$

上式中,上标 m 为有噪声的实际观测值, Y 为实测数据向量, e 为观测误差向量,因此在这个非线性最小二乘定位方程中,需要求解向量 X = [x, y, z],使残差平方和达到最小。

根据测量子集(ρ_R, φ_R, R_T)求出的目标解析解 X̂₍₀₎作为迭代算法的初始值,对式(2)在 X = X̂₍₀₎处进行 Taylor 级数展开得

$$Y = f(\hat{X}_{(0)}) + \frac{\partial f(X)}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}_{(0)}} [(X - \hat{X}_{(0)})] + o[(X - \hat{X}_{(0)})^2] + e \quad (3)$$

令:

$$H = \frac{\partial f(X)}{\partial X} = \begin{bmatrix} (x-x_i)/R_T & (y-y_i)/R_T & (z-z_i)/R_T \\ -\sin^2\varphi_T/(y-y_i) & \cos^2\varphi_T/(x-x_i) & 0 \\ \frac{x-x_i}{R_T} + \frac{x-x_r}{R_R} & \frac{y-y_i}{R_T} + \frac{y-y_r}{R_R} & \frac{z-z_i}{R_T} + \frac{z-z_r}{R_R} \\ -\sin^2\varphi_R/(y-y_r) & \cos^2\varphi_R/(x-x_r) & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

在式(3)中忽略高阶项,并将式(4)代入可得

$$Y = f(\hat{X}_{(0)}) + H_0 [X - \hat{X}_{(0)}] + V \quad (5)$$

式中, V 是总误差。上式相当于一个线性最小二乘方程组,实质上就是求 V 的残差平方和为最小时的的目标位置解,因此利用线性最小二乘法公式可得到最一般迭代形式为

$$\hat{X}_{N+1} = \hat{X}_N + k_N (H_N^T H_N)^{-1} H_N^T [Y - f(\hat{X}_N)] \quad (6)$$

式中: X̂_{N+1}和 X̂_N分别为第 N+1 步和 N 步的迭代值; k_N 为迭代步长参数。

1.3 迭代步长参数的变步长策略

高斯-牛顿法对某些特殊的初始状态可以在一定条件下达到收敛,但是迭代步长参数 k_N 如果取 0-1 之间的一个定值,可能会存在效果随时间越来越差,最终不收敛的问题;另外正交方程矩阵条件数可能随着机械误差而不稳定,表现为病态(即条件数过大)^[6-10]。为了改善高斯-牛顿算法的局部收敛性,就要使 k_N 值在每次迭代中动态的变化,具体步骤就是求出使得每步估计的残差 2-范数为最小时的 k_N 值,作为最优步长。

由式(5)得 Ŷ₀ = H₀X + V,其中 Ŷ₀表示观测的估计值:

$$\hat{Y}_0 = Y - f(\hat{X}_{(0)}) + H_0 \hat{X}_{(0)} \quad (7)$$

第 N+1 步的残差记为

$$r_{N+1} = \hat{Y}_N - H_N \hat{X}_{N+1} \quad (8)$$

将式(6)代入到式(8)中,在 min_{k_N} || r_{N+1} || 的条件下求得最优 k_N 值,因为是单变量的求解,所以利用最速下降法非常容易得到

因此变步长高斯-牛顿迭代法的步骤归纳为:①选取定位精度最高的测量子集 (ρ_R, φ_R, R_T) ,计算出对应的目标位置解作为迭代算法的初始值,记为 $\hat{X}_{(0)} = [\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0]$;②将 $\hat{X}_{(0)}$ 代入 $f(\mathbf{X})$ 的表达式中求出 $f(\hat{X}_{(0)})$,将实测数据和 $\hat{X}_{(0)}$ 代入式(4),求出矩阵 H 的值,记为 H_0 ,同时利用式(7)计算 Y 的观测估计值。③利用式(9)求出最优 k_N 值,再利用式(6)求出 $\hat{X}_{(1)} = [\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{z}_1]$;④求出 $E[V^2]$ 的值,当该值大于一定误差值 ε 时,用 $\hat{X}_{(1)}$ 代替第一步中的 $\hat{X}_{(0)}$,重复步骤②和③,直至 $E[V^2] < \varepsilon$ 时,迭代停止。

1.4 定位精度分析

对观测方程组式(1)的两边求微分,整理后可得定位误差方程

$$dV = HdX + dX_S \quad (10)$$

式中: $dV = [dR_T \quad d\varphi_T \quad d\rho_R \quad d\varphi_R]^T$; H 见式(4); $dX = [dx \quad dy \quad dz]^T$; $k_i = -(c_{i1}dx_i + c_{i2}dy_i + c_{i3}dz_i)$ ($i = R, T$);

$$dX_S = [k_T \quad k_{\varphi T} \quad k_R + k_T \quad k_{\varphi R}]^T; k_{\varphi, R} = \frac{\sin^2 \varphi_R}{y - y_R} dx_R - \frac{\cos^2 \varphi_R}{x - x_R} dy_R; k_{\varphi, T} = \frac{\sin^2 \varphi_T}{y - y_T} dx_T - \frac{\cos^2 \varphi_T}{x - x_T} dy_T。$$

对式(10)用伪逆法可解得目标的定位误差估计值: $dX = (H^T H)^{-1} H^T [dV - dX_S]$ (11)

令 $(H^T H)^{-1} H^T \triangleq B \triangleq [b_{ij}]_{3 \times 4}$,由于目标位置的误差矢量 dX 与测量误差及站址误差成线性关系,因此 (dx, dy, dz) 是零均值高斯分布的随机变量,故其定位误差协方差为: $P_{dX} = E[dX \quad dX^T] = B \{E[dv \quad dv^T] + E[dX_S \quad dX_S^T]\} B^T$,其中

$$E[dv \quad dv^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{RT}^2 & 0 & \eta \sigma_{RT} \sigma_{\rho R} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varphi T}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \eta \sigma_{RT} \sigma_{\rho R} & 0 & \sigma_{\rho R}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\varphi R}^2 \end{bmatrix},$$

$$E[dX_S \quad dX_S^T] = \begin{bmatrix} \sigma_S^2 & 0 & \sigma_S^2 & 0 \\ 0 & \sigma_S^2 / [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] & 0 & 0 \\ \sigma_S^2 & 0 & 2\sigma_S^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_S^2 / [(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2] \end{bmatrix}$$

因此:GDOP = $\sqrt{P_{dX}(1,1) + P_{dX}(2,2) + P_{dX}(3,3)}$ 。

2 仿真结果分析

为分析变步长方法、以及迭代初始值的选取对高斯-牛顿迭代算法收敛性的影响,进行了仿真。仿真条件: $(x_i, y_i, z_i) = (-60, 3, 0.1)$ km, $(x_r, y_r, z_r) = (40, 3, 0)$ km; $\sigma_{\rho R} = 100$ m, $\sigma_{R_T} = 50$ m, $\sigma_S = 5$ m, $\sigma_{\varphi_T} = \sigma_{\varphi_R} = 3$ mrad; ρ_R 与 R_T 之间的相关系数 $\eta = 0.2$;目标出现范围: x 方向为 ± 140 km, y 方向为 ± 100 km,令 $z = 10$ km。

设目标真实位置为 $(110, 66, 0.8)$ km,计算出 (ρ_R, φ_R, R_T) 对应的目标解析解作为一组初始值,另外任取一经验初值 $(86, 40, 1.1)$ km与之对照,设置最大迭代次数为25次,用目标坐标的最终迭代值 (x', y', z') 与真值 (x, y, z) 之差的2-范数来评价迭代效果,容差限为0.001,用固定步长和变步长两种方法分别仿真80次。仿真结果见表1。

表1 Gauss-Newton迭代法的计算性能比较

Tab. 1 Compute performance comparison of Gauss-Newton iterative algorithm

性能指标	固定步长		变步长	
	(ρ_R, φ_R, R_T) 给出初值	初值为经验值	(ρ_R, φ_R, R_T) 给出初值	初值为经验值
平均迭代次数	8.85	9.49	6.26	7.78
平均迭代时间/ms	7.56	8.78	9.42	9.97

由表1可以看出:由于变步长方法需要每次计算迭代步长,使得计算量增加,因此平均迭代时间要长于固定步长法,而由于每次迭代都使得目标函数下降充分,平均迭代次数要少于前者。而在初始值的选择上,不论哪种迭代方法,由于高精度子集给出的迭代初始值是接近真值的,初值精度较高,因而比任意赋予一个

经验值有更少的平均迭代次数和平均迭代时间。

为了解高斯-牛顿迭代法对定位精度的改善情况,将之与 SWLS 算法比较,按步长 3 km 在目标出现范围内设置网格点,每个网格点做 100 次 Monte-Carlo 仿真,给出了两种算法的 GDOP 等值线,图 2 的仿真条件同上,图 3 中增大了目标在 z 轴上的高度,其它条件不变。为书写简便,图中用 T 代表 T/R 站。通过对 GDOP 分布图的比较得出:①采用高斯-牛顿迭代法在相同的观测条件下得到的目标位置估值精度比 SWLS 算法的要高;②采用高斯-牛顿迭代法对高空目标的定位精度较高;③在相同的观测条件下,目标三维空间的定位精度要比二维平面定位的差一些,主要表现在 z 方向上,如果要提高系统的定位精度,必须还要获得与目标高度有关的观测量,如俯仰角或目标高程差等。

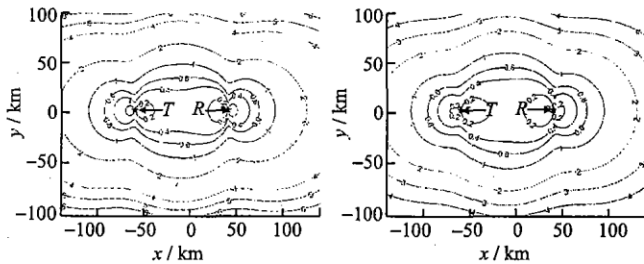


图2 定位精度分布曲线($z = 10$ km)

Fig. 2 GDOP curve of location accuracy ($z = 10$ km)

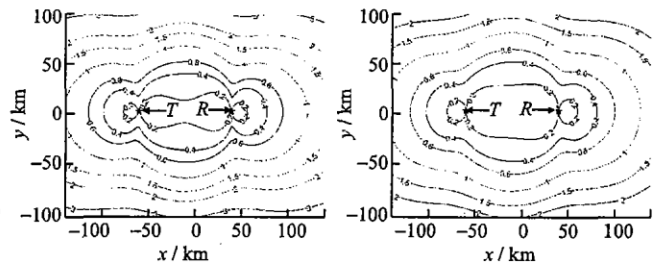


图3 定位精度分布曲线($z = 15$ km)

Fig. 3 GDOP curve of location accuracy ($z = 15$ km)

3 结论

本文探讨了 T/R-R 型双基地雷达体制的三维目标定位问题。为充分利用冗余的观测数据,提高系统的定位精度,建立了定位模型,采用高斯-牛顿迭代法进行解算,用精度最高的一组测量子集单元解算出的定位解作为迭代初始值,使初始值逼近真值,并将变步长策略引入到迭代算法中,从而提高了迭代的收敛性和目标定位解的准确性。仿真结果表明,与 SWLS 算法相比,该算法有更准确的目标定位解,整个受控区域内的定位精度有较大提高,定位性能得到优化和改善,且迭代次数少、速度快,便于在工程中广泛应用。

参考文献:

- [1] 孙仲康. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
SUN Zhongkang. Active and Passive Location Technology on Single (multi)-static Radar System[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1996. (in Chinese)
- [2] 何黎星, 孙仲康. 双基地及其联网系统的定位方法及定位精度分析[J]. 航空学报, 1993, 14(9): 542-545.
HE Lixing, SUN Zhongkang. The Location Method and Accuracy Analysis in Bistatic and Netted Systems[J]. Acta Aeronautica & Astronautica Sinica, 1993, 14(9): 542-545. (in Chinese)
- [3] 吴玲, 刘忠, 卢发兴. 全局收敛高斯-牛顿法解非线性最小二乘定位问题[J]. 火控雷达技术, 2003, 32(1): 75-80.
WU Ling, LIU Zhong, LU Faxing. Global Convergence Gauss-Newton Method Applied to Nonlinear Least Square Estimation Target Location[J]. Fire Control Radar Technology, 2003, 32(1): 75-80. (in Chinese)
- [4] YIN Chengyou, XU Shanxia, WANG Dongjin. Location Accuracy of Multistatic Radars Based on Ranging Information[J]. IEEE Press, 1996(10): 8-10.
- [5] YouHe, Jianjuan Xiu, Guohong Wang, et al. Theorem for the Combination of Bistatic Radar Measurements Using Least Square[J]. IEEE Trans on AES, 2003, 39(4): 1441-1445.
- [6] 朱永文, 娄寿春. 双基地雷达定位误差模型与保精度空域划分方法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2006, 7(1): 20-22.
ZHU Yongwen, LOU Shouchun. The Error Model of Azimuth and Elevation Measurements in Bistatic Radar[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2006, 7(1): 20-22. (in Chinese)
- [7] 白松浩, 吕善伟, 裘岚. 双基地雷达测量定位精度分析[J]. 现代雷达, 2004, 26(8): 22-24.

- BAI Songhao, LV Shanwei QIU Lan. Measuring Precision Analysis of Bistatic Radar[J]. Modern Radar, 2004, 26(8): 22 - 24. (in Chinese)
- [8] 李昌锦, 陈永光, 沈阳, 等. 一种计算双基地雷达探测区的新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(3): 325 - 328.
LI Changjin, CHEN Yongguang, SHEN Yang, et al. New Method for Calculating Detection Coverage of Bistatic Radar[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(3): 325 - 328. (in Chinese)
- [9] Kechf M, Ouamri A, Harrison L, et al. Performance Evaluation of AN Algorithm for Multiple Target Angle Tracking[J]. IEEE Proc Radar, Sonar Navig, 1997, 144(5): 252 - 258.
- [10] Taff L G. Target Localization from Bearings - only Observations[J]. IEEE Trans, 1997, 233(1): 2 - 9.

(编辑: 徐楠楠)

The Research of Target Location in Bistatic Radar System Based on Gauss - Newton Algorithm

PENG Fang¹, WU Jun¹, ZUO Ji - zhang²

(1. Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. The Air Force NO. 1 Experiment & Training Center, Jiuquan 735305, Gansu, China)

Abstract: For improving target's location accuracy and fully utilizing redundant information in complex bistatic radar systems, a new target location algorithm based on Gauss - Newton iterative is proposed. The key features of the algorithm are as follows: All the observation data from transmitting station and receiving station are adopted to compose a nonlinear least square equation, the location estimation resolved by a measurement subset which has higher accuracy among all subsets is utilized as an initialized value, which is close to the truth value. The idiographic flow about iterative algorithm is constituted and the strategy of changing the iterative step size is introduced so that the objective function is dynamically declined. Moreover, expressions of location error covariance matrix are deduced and the target's location accuracy is analyzed. Simulation shows that by using the algorithm, the iterative convergence and veracity of target location are improved. This algorithm, as compared with the SWLS algorithm, has more accurate target location solution. In this way, the location accuracy in the whole detected area is greatly enhanced and the capability of target location is optimized.

Key words: target location; Gauss - Newton iterative algorithm; complex bistatic radar; location accuracy