

利用信号相位匹配原理抵消相干干扰的性能分析

于湘珍, 朱维杰, 张龙军
(武警工程学院 通信工程系, 陕西 西安 710086)

摘要:首先介绍了三元阵的信号相位匹配原理,根据该原理得出信号相位匹配原理提取期望信号的条件;然后研究了利用信号相位匹配原理抵消相干干扰的性能,分析了干扰谱幅度起伏对信号相位匹配原理的影响,推导了干扰谱幅度起伏时提取出期望信号误差的表达式;接着指出基阵接收到的随机噪声可以等效为干扰频谱的起伏;最后根据通常基阵的阵元都大于三个的这一实际情况,提出两种充分利用基阵冗余阵元来减小随机噪声影响、提高抵消干扰性能的方法:三子阵法和最小二乘法。仿真结果证明,三子阵法和最小二乘法的性能远高于三元阵法;最后指出三子阵法运算量小于最小二乘法,但三子阵法适用于均匀线阵列,而最小二乘法适用于任意阵型。

关键词:信号相位匹配; 干扰抵消; 三子阵; 最小二乘法

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)03-0058-05

信号处理的主要目的就是含有噪声及干扰的数据中提取有用信息,而干扰的存在将严重地影响信号处理器的性能。对于空间干扰,其处理方法主要是空间域的滤波,即所谓波束形成技术^[1-4],自适应波束形成技术可以有效地控制旁瓣及抑制干扰^[3,5,6],算法简单,可适合于任意阵形。但当期望信号与干扰噪声相关时,自适应波束形成器的性能将严重下降^[7-8]。文献[9]提出了一种抑制宽带干扰的方法,但该方法不适应抑制空间宽带干扰。利用信号相位匹配原理的相干干扰抵消方法,可以消除未知方向的相干及非相干的宽带干扰,并且不受收敛速度的限制。但由于随机噪声的存在,使得信号相位匹配原理完全抵消干扰的条件不能满足,导致其抵消干扰的效果受随机噪声的影响很大,所以该方法对信噪比的要求较高(信号干扰比可以很低),这将限制信号匹配原理在实际中的应用^[10]。信号相位匹配原理只利用了3个阵元,而实际基阵的阵元数通常要多于3个,因此,可以利用多余的阵元来提高信号相位匹配法的性能,降低对信噪比的要求。

1 三元阵信号相位匹配原理

设由3个阵元组成的基阵接收位于远场的期望信号 $s(t)$,基阵的接收信号受到位于远场的且与期望信号方位不同的干扰(相干或非相干) $n(t)$ 的影响。设期望信号位于基阵法线方向(若期望信号不在基阵法线方向,可以对各阵元输出经过适当延迟补偿),那么各阵元接收到的期望信号相同,干扰因相差一定的传播延迟而不同相,各阵元接收到的信号可以表示为

$$p_i(t) = s(t) + n(t - \tau_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式中: τ_i 为第 i 个阵元接收到的干扰相对于参考点的传播延迟。

将式(1)两边取傅氏变换得

$$P_i(j\omega) = S(j\omega) + N(j\omega)e^{j\omega\tau_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

根据文献[11]可以得到期望信号的实部与虚部分别为式(3)和式(4)(为公式简洁略去 $j\omega$)

收稿日期:2007-09-12

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2007F50)

作者简介:于湘珍(1959-),女,黑龙江牡丹江人,高级实验师,主要从事电路与信号系统研究。

E-mail: yuxiangzhen123456@163.com

$$\operatorname{Re}(S) = \frac{EA - FB}{2(CA - BD)} \quad (3)$$

$$\operatorname{Im}(S) = \frac{FC - ED}{2(CA - BD)} \quad (4)$$

式中

$$A = \operatorname{Im}(P_3 - P_1), B = \operatorname{Im}(P_2 - P_1), C = \operatorname{Re}(P_2 - P_1)$$

$$D = \operatorname{Re}(P_3 - P_1), E = |P_2|^2 - |P_1|^2, F = |P_3|^2 - |P_1|^2$$

式(3)和式(4)就是信号相位匹配原理抵消干扰提取期望信号的求解公式。信号相位匹配原理精确提取期望信号的条件是:各阵元接收到的期望信号同相而干扰不同相,接收到的干扰谱幅度一致。

2 干扰谱幅度不一致的影响

2.1 干扰起伏的影响

当干扰的谱幅度不一致时,提取出的期望信号是有误差的。下面以线列阵为例分析这种不一致性对提取期望信号相对误差的影响。

对于某一频率点 ω , 设基阵接收期望信号的频域形式为 S_0 , 干扰与期望信号频谱的相位差为 ϕ_{ns} , 3个阵元接收的干扰与期望信号频谱幅度比分别为 k_1, k_2, k_3 , 干扰的波达方向与基阵的法线间的夹角为 θ , 阵元间距为 d , 以中间阵元为参考, 则基阵接收信号的频域形式为

$$P_i = S_0 + k_i S_0 e^{j(i-2)\omega\tau + j\phi_{ns}}, i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

式中: τ 为干扰在两相邻阵元间的传播延迟。

提取信号的相对误差与期望信号的大小及干扰与期望信号频谱的相位差为 ϕ_{ns} 无关^[11], 因此, 不妨设 $S_0 = 1, \phi_{ns} = 0$ 。利用信号相位匹配原理的求解公式并注意到此时 $A = k_3 \sin\omega\tau; B = -k_1 \sin\omega\tau; C = k_2 - k_1 \cos\omega\tau; D = k_2 - k_3 \cos\omega\tau; E = k_2^2 - k_1^2 + 2(k_2 - k_1 \cos\omega\tau); F = k_2^2 - k_3^2 + 2(k_2 - k_3 \cos\omega\tau)$, 求得的期望信号的实部与虚部分别为

$$\operatorname{Re}(S) = 1/2[(k_1 + k_3)(k_2^2 - k_1 k_3 + 2k_2) - 4k_1 k_3 \cos\omega\tau] / [k_2(k_1 + k_3) - 2k_1 k_3 \cos\omega\tau] \quad (6)$$

$$\operatorname{Im}(S) = 1/2(k_3 - k_1)[k_2^2 \cos\omega\tau + k_1 k_3 \cos\omega\tau - k_2(k_1 + k_3)] / \{\sin\omega\tau[k_2(k_1 + k_3) - 2k_1 k_3 \cos\omega\tau]\} \quad (7)$$

定义相对误差为

$$r = \left| \frac{S - S_0}{S_0} \right| \times 100\% \quad (8)$$

将式(6)和式(7)代入到式(8)就可得相对误差。显然, 相对误差与干扰的幅度及干扰在相邻两阵元间的相位差 $\omega\tau$ 有关。下面分两种情况讨论干扰幅度起伏对相对误差的影响:

1) 当阵元 1、3 接收的干扰幅度相等, 而阵元 2 接收的干扰是它们的 a 倍时, 即, $k_1 = k_3 = k, k_2 = ak$, 此时相对误差可以表示为 $r = \left| \frac{(a^2 - 1)k}{2(a - \cos\omega\tau)} \right| \times 100\%$ 。图 1 为干扰与信号的幅度比 k 分别为 4, 2, 1, $\omega\tau = \pi/3$ 时, 相对误差随 a 的变化曲线。

2) 当阵元 2、3 接收的干扰幅度相等, 而阵元 1 接收的干扰是它们的 a 倍时, 即, $k_1 = k_3 = k, k_2 = ak$, 此时相对误差为 $r = \left| \frac{k(1 - a^2) \sqrt{2 \cos\omega\tau}}{2 \sin\omega\tau (1 + a - 2a \cos\omega\tau)} \right| \times 100\%$ 。图 2 为干扰与信号的幅度比 k 分别为 4, 2, 1 时, 相对误差随 a 的变化曲线。

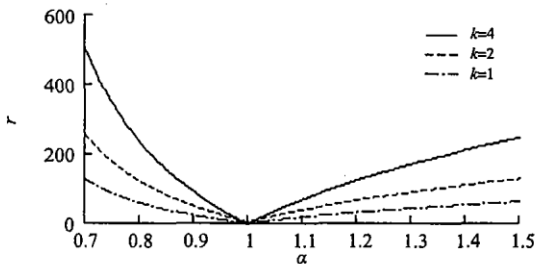


图1 相对误差

Fig. 1 Relative error

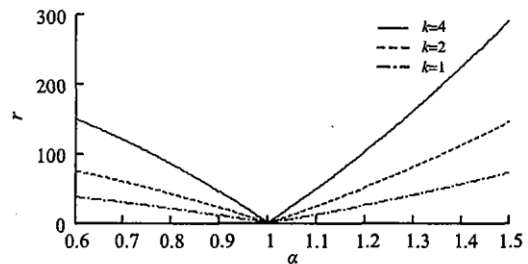


图2 相对误差

Fig. 2 Relative error

从图1、图2中可以看出:提取出信号的相对误差随着信干比的提高而降低,随着干扰幅度匹配程度的提高(α 接近于1)而降低。

2.2 随机噪声的影响

在实际的环境中,基阵接收信号中不可避免地要受到随机噪声的影响。设随机噪声为加性噪声,则基阵接收信号的频域形式为

$$P_i(j\omega) = S(j\omega) + |N(j\omega)|e^{j\omega\tau} + V_i(j\omega), \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

式中: V_i 为叠加在第*i*个阵元上的随机噪声的谱。

$$\text{设} \quad |N'_i(j\omega)|e^{j\omega\tau_i} = |N(j\omega)|e^{j\omega\tau} + V_i(j\omega), \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

则式(9)可表示为

$$P_i(j\omega) = S(j\omega) + |N'_i(j\omega)|e^{j\omega\tau_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

式(11)与式(2)具有相同的形式,因此在阵元上叠加的随机噪声可以等效为干扰谱幅度的起伏。由上节的分析可知,干扰谱幅度的起伏将会引起提取期望信号的误差,且误差随着干扰谱幅度起伏程度的加大而迅速增加。所以利用信号相位匹配原理抵消干扰时需要较高的信噪比,通常要求大于20 dB,这将限制信号相位匹配原理在实际中的应用。然而实际的基阵的阵元数通常大于3个,信号相位匹配原理只利用了3个阵元,因此可以将信号相位匹配的原理加以推广,使其充分利用基阵的所有阵元来提高抵消干扰的性能。

3 多元阵的信号相位匹配原理

3.1 三子阵的信号相位匹配原理

设基阵由 $M(M > 3)$ 个阵元,则基阵接收信号的频域形式为

$$P_i(j\omega) = S(j\omega) + |N_i(j\omega)|e^{j\omega\tau_i} + V_i(j\omega), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

将 M 个阵元分成3个相互重叠的子阵,每个子阵由 $M-2$ 个阵元组成,对每个子阵求和得

$$P'_k(j\omega) = (M-2)S(j\omega) + |N(j\omega)| \sum_{i=k}^{M-3+k} e^{j\omega\tau_i} + \sum_{i=k}^{M-3+k} V_i(j\omega), \quad k = 1, 2, 3 \quad (13)$$

设各阵元接收的噪声互不关,则求和后的信噪比将提高 $10\log(M-2)$ dB,因此求和后随机噪声的影响减小了。对于式(13)右边的第二项,即干扰项,为了使其满足信号相位匹配的原理,必须保证其模值相等,也就是要使下式成立

$$\left| \sum_{i=1}^{M-2} e^{j\omega\tau_i} \right| = \left| \sum_{i=2}^{M-1} e^{j\omega\tau_i} \right| = \left| \sum_{i=3}^M e^{j\omega\tau_i} \right| \quad (14)$$

对于任意阵形的基阵,不能保证式(14)中的等号成立,但在式(14)绝对值符号中的每一项均包含 $\sum_{i=3}^{M-2} e^{j\omega\tau_i}$,因此对于任意阵形的基阵来说,式(14)只能近似地满足。而对于均匀线列阵,式(14)的条件是能够完全满足的,因为此时各子阵的干扰项可以表示为

$$|N(j\omega)| \sum_{i=k}^{M-3+k} e^{j\omega(i-1)\tau} = |N(j\omega)| e^{j\omega(k-1)\tau} \sum_{i=1}^{M-2} e^{j\omega(i-1)\tau} \quad k = 1, 2, 3 \quad (15)$$

显然,各子阵输出的干扰项只差一个相位因子($k=1, 2, 3$),所以它们的模值相同,符合信号相位匹配原理的条件。

3.2 基于最小二乘法的信号相位匹配原理

利用三子阵的信号相位匹配原理抵消干扰,对于均匀线列阵来说可以得到较好的结果,但对于非均匀线列阵,其效果并不理想。下面推导的基于最小二乘法的信号相位匹配原理可用于任意阵形。

将式(12)中的 $S(j\omega)$ 移到等式左边,两边取模后平方得

$$|P_i - S|^2 = |N_i + V_i|^2, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (16)$$

利用式(16)方法可以得到 $M-1$ 个线性方程,即

$$2\text{Re}(P_{k+1} - P_k)\text{Re}(S) + 2\text{Im}(P_{k+1} - P_k)\text{Im}(S) = |P_{k+1}|^2 - |P_k|^2 + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, M-1 \quad (17)$$

式中, $\varepsilon_k = |N_{k+1} + V_{k+1}|^2 - |N_k + V_k|^2, k = 1, 2, \dots, M-1$ 。

ε_k 可以看作是扰动项。由于随机干扰的存在, ε_k 一般不等于0,因此用式(17)求解期望信号是有误差的。利用最小法求解式(17),可以使期望信号解的误差在均方意义下最小。

将式(17)写成矩阵的形式

$$A \cdot S = P + \epsilon \tag{18}$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 2\text{Re}(P_2 - P_1) & 2\text{Im}(P_2 - P_1) \\ 2\text{Re}(P_3 - P_2) & 2\text{Im}(P_3 - P_2) \\ \vdots & \vdots \\ 2\text{Re}(P_M - P_{M-1}) & 2\text{Im}(P_M - P_{M-1}) \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} \text{Re}(S) \\ \text{Im}(S) \end{bmatrix}$$

$$P = [|P_1|^2 - |P_2|^2 \quad |P_2|^2 - |P_3|^2 \dots |P_{M-1}|^2 - |P_M|^2]^T, \epsilon = [\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \dots \quad \epsilon_{M-1}]^T$$

期望信号的最小二乘解为 $S = A^+ P$ (19)

式中 A^+ 表示矩阵 A 的 Moore - Penrose 广义逆。

最小二乘法的信号相位匹配原理的应用不受基阵阵形的限制,但其求解过程需要矩阵求逆运算,因此运算量要大于三子阵法。

4 仿真实验

设接收基阵为 16 个阵元组成的均匀线列阵,阵元间距 $d = 0.03 \text{ m}$,声速 $c = 1500 \text{ m/s}$ 。期望信号为频率 $f = 20 \text{ kHz}$ 的周期信号。干扰与期望信号完全相干,是由期望信号延迟 78 ms 形成,信干比 $\text{SIR} = 0 \text{ dB}$,干扰与线列阵的法线方向间的夹角为 30° 。每个阵元上叠加有互不相关的随机白噪声,信噪比 $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ 。期望信号及基阵的接收信号如图 3 所示,其中(a)为期望信号,(b)为基阵的接收信号。

对基阵的接收信号分别使用三元阵、三子阵及最小二乘法的信号相位匹配原理处理,其结果如图 4 所示,其中图 4(a)、(b)、(c)分别为使用三元阵、三子阵及最小二乘法的处理结果,从图中可以看出,使用三元阵的信号相位匹配原理在信噪比为 15dB 时已经不能从基阵的接收信号中提取期望信号,而使用三子阵和最小二乘法的信号相位匹配原理可以有效地从含有相干干扰及随机噪声的接收信号中恢复出期望信号。仿真结果表明,三子阵和最小二乘法的信号相位匹配原理可以降低随机噪声的影响,提高抵消干扰、恢复期望信号的性能,两种方法的性能相近。

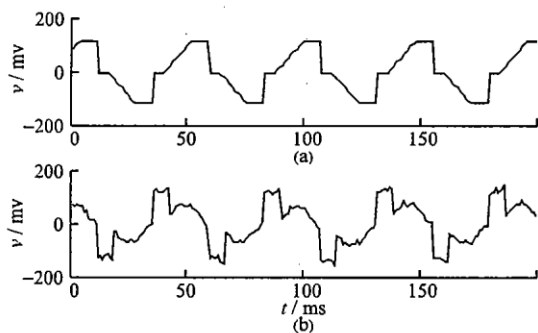


图3 期望信号及基阵的接收信号
Fig. 3 Expect signal and received signal of array

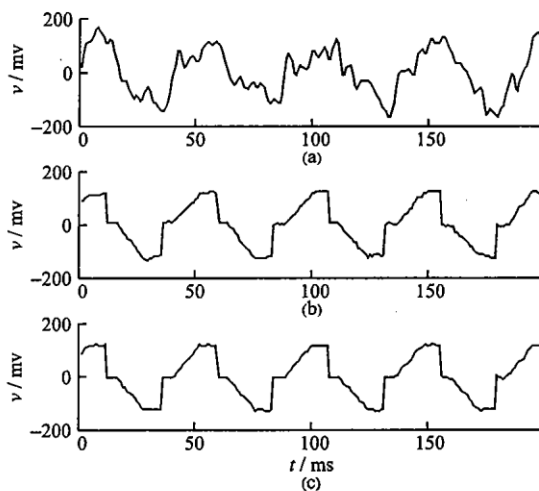


图4 3种方法提取出的期望信号
Fig. 4 Expect signal extracted by three method

5 结论

利用信号相位匹配原理抵消相干干扰、提取期望信号时,干扰谱幅度的起伏会引期望信号恢复误差,且提取出的期望信号的相对误差随着干扰谱幅度起伏的增加而增加;基阵的接收端随机噪声可以等效为干扰的起伏,信噪比越低,相当于干扰的起伏越大,因此随机噪声将会影响信号相位匹配原理抵消干扰的性能;基阵的冗余阵元可以用来提高信号相位匹配原理抵消干扰的性能,其中三子阵法的运算量小,适合于均匀线列阵,最小二乘法可以用于任意阵形,但运算量要大于三子阵法。

参考文献:

- [1] 李启虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京:海洋出版社,1985.
LI Qihu. Introduction of Array Signal Processing[M]. Beijing:Ocean Press,1985. (in Chinese)
- [2] Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filtering[J]. IEEE ASSP Mag, 1988,8(2): 4-24.
- [3] 冯存前,童宁宁,丁前军. 一种自适应阵列指向误差校正方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2007,8(4):53-57.
FENG Cunqian, TONG Ningning, DING Qianjun. A Calibration Method of Steering Errors in Adaptive Array[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2007,8(4):53-57. (in Chinese)
- [4] 陈玉峰,左继章,彭芳. 基于FPGA的智能天线数字波束的形成与实现[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2006,7(5):33-35.
CHEN Yufeng, ZUO Jizhang, PENG Fang. Implementation and Formation of Smart Antenna Digital Beam Based on FPGA[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2006,7(5):33-35. (in Chinese)
- [5] Griffiths L J, Jim C W. An Alternative Approach to Linearly Constrained Adaptive Beamforming[J]. IEEE Trans on AP, 1982, 30(1): 27-34.
- [6] Buckley K M, Griffiths L J. An Adaptive Generalized Sidelobe Canceller with Derivative Constraints[J]. IEEE Trans on AP, 1982,34(3): 311-319.
- [7] Wax M, Anu Y. Performance Analysis of the Minimum Variance Beamformer[J]. IEEE Trans on SP, 1996,44(4): 928-937.
- [8] Reddy V U, Paulraj A, Kailath T. Performance Analysis of the Optimum Beamformer in the Presence of Correlated Sources and Its Behavior Under Spatial Smoothing[J]. IEEE Trans on ASSP, 1987,35(7): 927-936.
- [9] 蒋磊,王永生,郭建新. 超宽带通信中干扰抑制方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2007,8(2):52-56.
JIANG Lei, WANG Yongsheng, GUO Jianxin. Study of the Interference Mitigation for Ultra-wideband Communication Systems [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2007,8(2):52-56. (in Chinese)
- [10] ZHU Weijie, SUN Jincai, SUN Yiyuan. Principle and Simulation of Coherent Interference Suppression by A Three-sensor Array [J]. Chinese Journal of Acoustics, 2002,21(2):110-123.

(编辑:田新华,徐楠楠)

Performance Analysis for Principle of Matched - Phase of Signal in Coherent Interference Suppression

YU Xiang-zhen, ZHU Wei-jie, ZHANG Long-jun

(Department of Communication of Engineering, Engineering College of Armed Police Force, Xi'an 710086, China)

Abstract: First, the principle of matched - phase of signal of three sensor array is introduced, and the formulae of extracted signal are derived. Then, the performance of principle of matched - phase of signal in coherent interference suppression is analyzed. The effect caused by fluctuation of interference spectrum amplitude on the principle of matched - phase of signal is studied, and the formulae of relative error of extracted desired signal are derived when interference spectrum amplitudes are fluctuant. Again, the viewpoint is presented that the additive noise can be viewed as the fluctuation of interference spectrum amplitude. Finally, based on the fact that the number of practical array elements is commonly more than three, two methods, three sub - arrays and least square method, are proposed to improve the performance of principle of matched - phase of signal by exploiting redundant elements of array. Simulation result shows that the performance of three sub - arrays and least square method is much better than that of the three sensor array. Also, a conclusion is given that the computation load of three sub - arrays is less than that of the least square method, but the three sub - array method is applicable to the uniform line array and the least square method is suited to arbitrary array.

Key words: matched - phase of signal; interference suppression; three sub - arrays; least squares method