

基于直觉模糊相似度量的近似推理方法

田野, 陈东锋, 雷英杰

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:针对直觉模糊逻辑推理,提出一种基于直觉模糊集之间相似度量的近似推理方法,给出了相关的推理合成运算公式,并用实例说明近似推理的推理过程。该方法的优点是概念上更清晰,易于直观理解。

关键词:计算智能;模糊集合;直觉模糊逻辑;近似推理

中图分类号: TP182 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2007)06-0080-03

近年来,由于 Zadeh 模糊集理论及其在知识处理中的应用已渐趋成熟,且其局限性已逐渐显现,国内外学者对直觉模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)的研究不约而同地转向知识处理领域。直觉模糊集 IFS^[1-4]通过增加新的属性参数——非隶属度函数,进而更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质,是对 Zadeh 模糊集理论具有重要影响的一种扩充和发展。直觉模糊近似推理是对一般模糊推理的有效扩充和发展,关于直觉模糊推理方法已有少量成果,包括真值限定推理算法^[5],直觉模糊推理的合成推理算法(CRI, Compositional Rule of Inference)等^[6-7]。在传统的近似推理方法中,CRI 算法占有主导地位,该方法虽然计算简单,但计算过程中,对隶属度函数的传播在概念上并不清晰。而基于相似度量的近似推理^[8-10]是近似推理中的一种重要推理方法,本文将该思路推广到直觉模糊集上,提出一种新的直觉模糊近似推理方法。

1 直觉模糊集

Atanassov 对直觉模糊集给出下述定义。

定义 1(直觉模糊集) 设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个直觉模糊集 A 为

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle \mid x \in X \}$$

式中: $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 和 $\gamma_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 分别代表 A 的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\gamma_A(x)$,且对于 A 上的所有 $x \in X$, $0 \leq \mu_A(x) + \gamma_A(x) \leq 1$ 成立。

当 X 为连续空间时, $A = \int_X \langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle / x, x \in X$; 当 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为离散空间时, $A = \sum_{i=1}^n \langle \mu_A(x_i), \gamma_A(x_i) \rangle / x_i, x_i \in X, i = 1, 2, \dots, n$ 。直觉模糊集 A 有时可以简记作 $A = \langle x, \mu_A, \gamma_A \rangle$ 或者 $A = \langle \mu_A, \gamma_A \rangle / x$ 。显然,每一个一般模糊子集对应于下列直觉模糊子集^[6] $A = \{ \langle x, \mu_A(x), 1 - \mu_A(x) \rangle \mid x \in X \}$ 。

对于 X 中的每一个直觉模糊子集,称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \gamma_A(x)$ 为 A 中 x 的直觉指数(Intuitionistic Inde),它是 x 对 A 的犹豫程度(Hesitancy degree)的一种测度。显然,对于每一个 $x \in X$, $0 \leq \pi_A(x) \leq 1$ 。对于 X 中的每一个一般模糊子集 A , $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - [1 - \mu_A(x)] = 0, \forall x \in X$ 。

2 近似推理方法

该方法的思路是,首先量化观测事实与规则前件的接近程度,然后利用模式匹配选择哪些规则是否被激

收稿日期:2006-12-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(607732029);陕西省自然科学基金项目(2006F18)

作者简介:田野(1984-),女,山西洪洞人,硕士生,主要从事智能信息处理研究。

活,其次利用基于相似度量构建的修正函数,在推理阶段修正规则的后件得到推理结果。在新提出的方法中,相似度由直觉模糊集的隶属度、非隶属度及直觉指数得到,应用领域为基于规则的推理系统。

考虑一个简单规则的情况,即只有一个观测事实 P , 一条简单的规则 $R: P \rightarrow Q$ 的情况。其基本推理模型为:

规则: $P \rightarrow Q$

输入: P'

输出: Q'

其中 P 与 P' 是论域 X 上的直觉模糊集, Q 与 Q' 是论域 Y 上的直觉模糊集。

1) 计算观测事实(即推理的输入部分)与规则前件的相似度。

考虑 X 为离散论域的情况, 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 。直觉模糊集间相似度的构造方法^[10]有多种, 这里给出一种新的度量方法如下:

$$S_\mu(P, P') = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{|\mu_P(x_i) - \mu_{P'}(x_i)|}{|\mu_P(x_i) + \mu_{P'}(x_i)|} \quad (1)$$

$$S_\nu(P, P') = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{|v_P(x_i) - v_{P'}(x_i)|}{|v_P(x_i) + v_{P'}(x_i)|} \quad (2)$$

$$S(P, P') = 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|\mu_P(x_i) - \mu_{P'}(x_i)|}{|\mu_P(x_i) + \mu_{P'}(x_i)|} + \frac{|v_P(x_i) - v_{P'}(x_i)|}{|v_P(x_i) + v_{P'}(x_i)|} + \frac{|\pi_P(x_i) - \pi_{P'}(x_i)|}{|\pi_P(x_i) + \pi_{P'}(x_i)|} \right) \quad (3)$$

式中: $S_\mu(P, P')$ 、 $S_\nu(P, P')$ 分别为直觉模糊集 P 与 P' 的隶属度函数之间、非隶属度函数之间的相似程度。采用上述 2 个度量表示直觉模糊集之间的相似程度, 可以很容易地继承现有的基于 Zadeh 模糊集的相似度量研究的理论成果, 同时采用 2 个度量具有更合理的直觉解释, 比起 Zadeh 模糊集用单个度量表示相似程度携带了更多的模糊信息。而 $S(P, P')$ 表示了观测事实 P' 与规则前件 P 总的相似度。

2) 基于模式匹配的规则选取。

在推理过程中, 当有多个规则需要进行选择时, 通常对每条规则预先设定阈值 τ_i , 然后根据观测事实 P' 与规则前件 P 的相似度进行模式匹配, 如果 $S(P, P') > \tau_i$, 则对应的规则 R_i 被激活。对同一观测事实, 可能有一条或多条规则被激活。

3) 基于修正函数的推理规则输出。

如果规则 R_i 被激活, 则分别以 $S_\mu(P, P')$ 、 $S_\nu(P, P')$ 为参数构造修正函数 $MF_\mu = f(S_\mu(P, P'))$ 与 $MF_\nu = f(S_\nu(P, P'))$, 并用 MF_μ 来修正被激活规则后件 Q 的隶属度 μ_Q , 同样用 MF_ν 修正规则后件的非隶属度 v_Q , 如此可得到近似推理的结果 Q' , 即 $\mu_{Q'} = MF_\mu \mu_Q, v_{Q'} = MF_\nu v_Q$ 。

值得一提的是: $S(P, P')$ 、 MF_μ 、 MF_ν 与 τ_i 的选择是与应用领域密切相关的, 因此系统进行实际运作之前需要进行实例研究, 而且对不同相似度和修正函数的实验绝对有必要。如果出现令人不满意的结果, 可以选择不同的 $S(P, P')$ 、 MF_μ 、 MF_ν 与 τ_i 。进一步的工作仍需对相似度和修正函数进行研究。

4) 对多条推理规则结果的集结。

如果有多条规则被同时激活, 需要对每条规则推出的结论进行集结。在对结果的组合中, 一般采用重心法、最大真值法或加权平均法, 这里不再赘述。

3 算例研究

假设 P 、 P' 与 Q 是论域 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 上的直觉模糊集, 其中

$$P = [0.4, 0.6]/x_1 + [0.3, 0.3]/x_2 + [0.5, 0.3]/x_3 + [0.7, 0.2]/x_4 + [0.8, 0.1]/x_5;$$

$$P' = [0.3, 0.5]/x_1 + [0.4, 0.2]/x_2 + [0.4, 0.2]/x_3 + [0.7, 0.2]/x_4 + [0.9, 0.1]/x_5;$$

$$Q = [0.3, 0.4]/x_1 + [0.4, 0.5]/x_2 + [0.4, 0.3]/x_3 + [0.7, 0]/x_4 + [0.9, 0.1]/x_5。$$

由式(1)、(2)及(3), 可得到 $S_\mu(P, P') = 0.5444$, $S_\nu(P, P') = 0.5091$, $S(P, P') = 0.6720$ 。如果该规则的预设阈值 $\tau < 0.6720$, 则该规则激活。为简单起见, 这里取 $MF_\mu = S_\mu(P, P')$ 、 $MF_\nu = S_\nu(P, P')$, 则进行推理得到:

$$Q' = [0.3 * 0.5444, 0.4 * 0.5091]/x_1 + [0.4 * 0.5444, 0.5 * 0.5091]/x_2 + [0.4 * 0.5444, 0.3 * 0.5091]/x_3 + [0.7 * 0.5444, 0.2 * 0.5091]/x_4 + [0.9 * 0.5444, 0.1 * 0.5091]/x_5。$$

$$0.5091]/x_3 + [0.7 * 0.5444, 0 * 0.5091]/x_4 + [0.9 * 0.5444, 0.1 * 0.5091]/x_5$$

简单计算后,得到:

$$Q' = [0.1633, 0.2036]/x_1 + [0.2178, 0.2546]/x_2 + [0.2178, 0.1527]/x_3 + [0.3811]/x_4 + [0.4900, 0.0509]/x_5$$

4 结论

本文提出了一种基于相似度量的直觉模糊近似推理方法,给出了相关的推理运算公式和步骤,并以具体算例说明了推理计算的详细过程。该方法的优点是推理过程在概念上更清晰,但由于该方法与具体应用领域密切相关,因此在不同的应用领域中,对不同相似度和修正函数的研究和实验绝对有必要。同时后续研究还应该将该方法推广到其它推理模式,比如观测事实和规则带有确定性因子的情况等。

参考文献:

- [1] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20 (1) : 87 - 96.
- [2] Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 33 (1) : 37 - 46.
- [3] Atanassov K. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 61 (2) : 137 - 142.
- [4] 雷英杰, 王宝树. 拓展模糊集之间的若干等价变换 [J]. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(10) : 1414 - 1417.
- [5] 雷英杰, 汪竞宇, 吉波, 等. 真值限定的直觉模糊推理方法 [J]. 2006, 28(2) : 234 - 236.
- [6] Chris Cornelis, Glad Deschrijver, Etienne E Kerre. Implication in intuitionistic fuzzy and interval - valued fuzzy set theory: construction, classification, application [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2004, 35(1) : 55 - 95.
- [7] 刘华文. 直觉模糊与区间值模糊环境下的多准则决策与推理算法 [D]. 山东: 山东大学, 2005.
- [8] Turken I B, Zhao Zhong. An Approximate Analogical Reasoning Schema Based on Similarity Measures and Interval - Valued Fuzzy Sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1990, 34(2) : 323 - 346.
- [9] Turken I B, Zhao Zhong. An Approximate Analogical Reasoning Approach Based on Similarity Measures [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1988, 18(6) : 1046 - 1056.
- [10] 雷英杰, 赵晔, 王涛. 直觉模糊语义匹配的相似性度量 [J]. *空军工程大学学报: 自然科学版*, 2005, 6 (2) : 70 - 73.

(编辑: 田新华, 徐楠楠)

An Approximate Reasoning Approach Based on the Measures of Similarity between Intuitionist Fuzzy Sets

TIAN Ye, CHEN Dong - feng, LEI Ying - jie

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: Concerning the intuitionist fuzzy logic reasoning, an approximate reasoning method based on the measures of similarity between intuitionist fuzzy sets is proposed, and the related sets of the compositional formulas of operations are derived. An example is used to interpret the new method of approximate reasoning. The method is conceptually clearer and more straightforward, which is a great advantage of it.

Key words: computational intelligence; fuzzy sets; intuitionist fuzzy logic; approximate reasoning