

区域极点指标约束下的优化可靠保性能控制

张登峰¹, 王执铨², 苏宏业¹

(1. 浙江大学 先进控制研究所, 杭州 310027; 2. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘要:利用矩阵不等式和 LMI 方法, 研究了一类传感器故障下的不确定离散系统在闭环区域极点指标约束下的鲁棒优化可靠保性能控制问题。分析了故障闭环系统满足区域极点约束和具有较优的保性能上界的充分条件, 给出的保性能函数指标上界优于已有的结果。得到了使故障闭环系统满足上述性能约束的可靠状态反馈控制器设计方法。最后通过仿真示例证明了本文方法的有效性。

关键词:可靠控制; 传感器故障; 保性能控制; 区域极点配置; LMI

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2007)04-0009-03

近年来, 不确定系统的鲁棒保性能控制问题的研究日益受到关注^[1-9], 其中对于故障系统的保性能控制研究也取得了进展^[3-4, 7-9]。但是, 现有成果大多只讨论了执行器故障系统在渐近稳定意义下的保性能控制问题, 很少考虑动态性能指标约束和传感器故障情形的可靠保性能控制问题。因此, 本文采用状态反馈控制, 研究了一类传感器故障下的不确定离散系统, 在闭环区域极点指标约束下的保性能控制问题, 分析了故障系统存在满足极点约束的保性能控制器的充分条件, 得到比已有结果更优的保性能上界, 进而利用 LMI 方法实现了故障系统满足极点约束条件下的最优可靠保性能控制器设计。

1 问题描述

考虑如下一类不确定离散系统模型

$$x(k+1) = (A + \Delta A(k))x(k) + Bu(k) \quad (1)$$

式中: $x(k) \in \mathcal{R}^n$, $u(k) = [u_1(k), u_1(k), \dots, u_m(k)]^T \in \mathcal{R}^m$ 分别为状态和输入向量, A 和 B 为已知适维常阵, $\Delta A(k)$ 为满足约束 $\Delta A(k) = HF(k)E$; $F(k)F^T(k) \leq I$ 的参数不确定性, H 和 E 为已知常阵。记 $\Delta A \triangleq \Delta A$, $F \triangleq F(k)$, 并假设系统的状态可经传感器直接观测, 且对所有的不确定性和可能的故障, 执行器不会出现饱和。

考虑状态反馈 $u(k) = Gx(k)$, 对于传感器故障, 采用如下的故障模型^[10]

$$u^f(k) = [u_1^f(k), u_2^f(k), \dots, u_i^f(k), \dots, u_m^f(k)]^T = Gx^f(k) = GL(k)x(k) \quad (2)$$

式中: $L(k) = \text{diag}\{l_1(k), l_2(k), \dots, l_n(k)\} \in \Theta_s$, 表示传感器故障函数阵, $\Theta_s = \{L(k) : L(k) \neq 0, l_{li} \leq l_i(k) \leq l_{ui}, 0 < l_{li} \leq 1, \infty > l_{ui} \geq 1, i = 1, \dots, n\}$ 是故障函数阵集合。则故障闭环系统为

$$x(k+1) = [A + \Delta A + BGL(k)]x(k) = (A_c + \Delta A)x(k) = \bar{A}_c x(k) \quad (3)$$

式中: $A_c = A + BGL(k)$, $\bar{A}_c = A_c + \Delta A$, $G \in \mathcal{R}^{m \times n}$ 为待设计的状态反馈增益阵。

令 $L_0 = \text{diag}\{l_{01}, l_{02}, \dots, l_{0n}\}$, $P = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, $D(k) = \text{diag}\{d_1(k), d_2(k), \dots, d_n(k)\}$, $|D(k)| = \text{diag}\{|d_1(k)|, |d_2(k)|, \dots, |d_n(k)|\}$, 其中 $l_{0i} = (l_{ui} - l_{li})/2$, $p_i = (l_{ui} - l_{li})/(l_{ui} + l_{li})$, $d_i(k) =$

收稿日期: 2007-02-10

基金项目: 国家自然科学基金(60574082)和国家创新研究群体科学基金资助项目(NCRGSFC60421002)

作者简介: 张登峰(1973-), 男, 陕西咸阳人, 博士, 主要从事动态系统的故障诊断与容错控制、过程控制性能监控与评估技术等研究。

$[l_i(k) - l_{0i}]/l_{0i}, i=1, \dots, n$. 则有故障函数 $L(k)$ 的分解

$$L(k) = L_0 + L_0 D(k), 0 \leq |D(k)| \leq P \leq I \quad (4)$$

给定对称正定加权阵 $R_1 > 0, R_2 > 0$, 定义故障闭环系统的保性能函数指标为

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) R_1 x(k) + (u^f(k))^T R_2 u^f(k)] \quad (5)$$

对闭环系统(3), 给定期望区域极点指标约束 $\Lambda(A_c + \Delta A) \subset \Phi(q, r)$, 其中 $\Phi(q, r)$ 表示以 q 为圆心, 以 r 为半径的圆盘, $0 < r < 1$ 且 $0 < |q| + r < 1$, $\Lambda(A)$ 表示矩阵 A 的特征值。则本文的研究目标是: 针对传感器故障系统(1), 对于给定的极点指标 $\Phi(q, r)$ 和保性能函数(5), 寻求一个状态反馈可靠控制律 $u^f(k)$ 使得故障闭环系统满足极点指标 $\Phi(q, r)$, 且保性能函数(5) 具有最优的上界。

2 主要结果

定义1 如果存在控制器 $u^f(k)$ 和对称正定性能矩阵 $Q > 0$ 使得下列矩阵不等式对所有不确定性和可能的传感器故障 $L(k)$ 成立,

$$\bar{A}_c^T Q \bar{A}_c - Q + [R_1 + (GL)^T R_2 GL] < 0 \quad (6)$$

则该控制器称为系统(1) 在保性能函数(5) 下的可靠保性能控制器。

引理1 对于系统(1) 和保性能函数(5), 若存在增益阵 G 和矩阵 $Q > 0$, 使得矩阵不等式

$$[\bar{A}_c^T - qI] Q [\bar{A}_c - qI] - r^2 Q + [R_1 + (GL)^T R_2 GL] < 0 \quad (7)$$

对可能的故障 $L(k)$ 都成立, 则闭环系统(3) 满足指标 $\Phi(q, r)$, 且有 $J < x^T(0) Q x(0)$ 。

证明对于可靠控制器 $u^f = Gx_f(k)$, 设有矩阵 $Q > 0$, 使不等式(7) 成立, 则有 $[\bar{A}_c^T - qI] Q [\bar{A}_c - qI] - r^2 Q < 0$ 成立。因此, 闭环系统(3) 满足指标约束 $\Phi(q, r)$ 。

对于 $q \geq 0, 0 < q + r < 1$ 和 $q < 0, -1 < q - r < 0$ 两种情况分别加以讨论, 可由不等式(7) 得不等式(6) 成立。根据定义1, $u^f = Gx_f(k)$ 是一个可靠保性能控制器。取 Lyapunov 函数为 $V(k) = x^T(k) Q x(k)$, 则有 $V(k)$ 的差分 $\Delta V(k) < x^T(k) \{Q - [R_1 + (GL)^T R_2 GL] - Q\} x(k) < -x^T(k) [R_1 + (GL)^T R_2 GL] x(k) < 0$ 。从而有 $V(k) \leq V(0) = x^T(0) Q x(0)$, 进而故障闭环系统的保性能函数

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} x^T(k) [R_1 + (GL)^T R_2 GL] x(k) < V(0) = x^T(0) Q x(0) \triangleq J^* \quad (8)$$

注1: 文献[5]、[6]中给出的性能函数上界满足 $J \leq V(0)/r^2 = x^T(0) Q x(0)/r^2$, 由于 $0 < r < 1$, 故该界明显大于本文的上界 J^* , 因此式(8) 给出了更优的保性能上界。

为消除性能上界对初始状态的依赖, 假定系统的初始状态是零均值的随机量, 则式(8) 的性能上界的期望值为

$$\bar{J} = E(J) \leq E[x^T(0) Q x(0)] = \text{trace}(Q) \quad (9)$$

引理2^[11] 设 $A = A^T, H, F$ 和 E 是适维常阵, $F^T F \leq I$, 则不等式 $A + HFE + E^T F^T H^T < 0$ 成立, 当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$ 使得 $A + \varepsilon H H^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$ 成立。

引理3^[10] 对任意适维实矩阵 X 和 $Q = Q^T > 0$, 不等式 $\begin{bmatrix} 0 & XD(k)Q^T \\ XD(k)Q & 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} QPQ & 0 \\ 0 & XPX^T \end{bmatrix}$ 成立。

下面我们给出基于 LMI 的可靠保性能控制器设计方法。

定理1 对于系统(1) 和性能函数(5), 给定指标 $\Phi(q, r)$, 若存在矩阵 $S > P > 0, Y$ 和标量 $\beta > 0$, 使得线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & - & S & 0 \\ 0 & -S & 0 & \Psi^T \\ S & 0 & -r^2 S & \Theta^T \\ 0 & \Psi & \Theta & \Omega \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

成立, 其中 $\psi = [Y^T B^T, Y^T, 0, 0]^T, H = [S(A - qI)^T + Y^T B^T, Y^T, S, SE^T]^T, \Omega = \text{diag}\{\beta H H^T - S, -R_2^{-1}, -R_1^{-1}, -\beta I\}$ 。则对参数不确定性和可能的故障 $L(k)$, 有可靠保性能控制器 $u^f = Gx_f(k) = YS^{-1}L_0^{-1}x_f(k)$,

1994.

- [7] 马清亮,胡昌华. 不确定连续系统的鲁棒 H_2/H_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 318 - 321

(编辑:姚树峰)

Guaranteed Cost Reliable Control for Uncertain Discrete Fuzzy Systems

MA Qing - liang¹, CAO Xiao - ping²

(1. Department of Automation, The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, National Defence University of Science and Technology, Changsha 410073, Hunan, Chian)

Abstract: The design problem of guaranteed cost reliable controller for a class of uncertain discrete fuzzy systems with actuator failures is considered. Based on a more general continuous model of actuator failure, the sufficient condition for the existence of state - feedback guaranteed reliable controller is derived from using fuzzy Lyapunov function and linear matrix inequality (LMI) technique. Furthermore, the optimal reliable controller design problem is formulated as a quasi - convex optimization problem.

Key words: reliable control; fuzzy control; fuzzy Lyapunov function; actuator failure; LMI

(上接第 11 页)

- [7] Yang Y, Yang G H, Soh Y C. Reliable Control of Discrete - Time Systems With Actuator Failure[J]. IEE Proc. Control Theory Appl., 2000, 147(4): 428 - 432.
- [8] Yu L. An LMI Approach to Reliable Guaranteed Cost Control of Discrete - Time Systems With Actuator Failure[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 162: 1325 - 1331.
- [9] 吴忠强,奥 顿. 不确定非线性系统的模糊保性能容错控制[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(5): 1105 - 1107.
- [10] Zhang D, Wang Z, Hu S. Robust Satisfactory Fault - Tolerant Control of Uncertain Linear Discrete - Time Systems: an LMI Approach[J]. International Journal of Systems Science, 2007, 38(2): 151 - 165.
- [11] Xie L. Output Feedback H Control of Systems With Parameter Uncertainty[J]. International Journal of Control, 1996, 63(4): 741 - 750.

(编辑:姚树峰)

Optimal Reliable Guaranteed Cost Control with Regional Poles Constraints

ZHANG Deng - feng¹, WANG Zhi - Quan², SU Hong - ye¹

(1. Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The problem of optimal reliable guaranteed cost control with regional poles constraints is investigated for a class of uncertain discrete - time systems subject to sensor failures. The sufficient conditions are derived for the faulty closed - loop systems meeting such performance requirements by using matrix inequalities. The existing result on the upper bound of guaranteed cost function is improved. Based on linear matrix inequalities (LMI) approach, the reliable state - feedback controller is designed to guarantee, for possible sensor failures, the closed - loop system satisfying the pre - specified regional pole index and having the optimal quadratic cost performance. Finally, the simulative example demonstrates the validity of the proposed method.

Key words: reliable control; sensor failure; guaranteed cost control; regional poles assignment; LMI