一种连续混沌系统的追踪控制方法

李建芬1, 林 辉1, 李 农2

(1. 西北工业大学自动化学院，陕西西安 710072; 2. 空军工程大学工程学院，陕西西安 710038)

摘要：基于 Ly印 unov稳定性理论，提出了一种连续混沌系统的追踪控制方案，使受控系统的状态输出收敛到任意给定的参考信号。设计的控制器不依赖混沌系统的结构，对不同的受控系统具有统一的形式。以 Chua's电路、 Lorenz和 Rossler系统为例进行了数值仿真，结果表明了该方法的有效性。

关键词：混沌系统；追踪控制；混沌同步

中图分类号： TN911 文献标识码： A 文章编号： 1009-3516(2007)02-0040-03

混沌是当前自然科学基础研究的热门课题之一，由于其在通信等领域中的巨大应用潜力和发展前途[1-4]，已引起国内外科研工作者的广泛关注。在混沌控制研究中，追踪问题(即通过施加控制使受控系统的输出信号达到事先给定的参考信号)更具一般性，也更困难。以往这方面的工作大多集中在讨论离散系统[5]；陈士华等人对 Rossler 系统进行跟踪研究，实现对目标单一变量的跟踪[6]；伍维根等人提出一种非线性反馈控制方法，实现了混沌系统的全变量跟踪控制[7-8]；文献[9]基于 Lyapunov 稳定性理论针对一类含不确定参数的混沌系统提出一种鲁棒自适应跟踪控制方法也实现了系统的全局跟踪控制。

本文针对一般的连续混沌系统，提出了一种控制方案，使受控系统的状态输出收敛到任意给定的参考信号，即使系统的参数与结构未知，该方法同样有效。且具有相同的控制器结构。

1 追踪控制器的设计

考虑混沌系统由以下状态方程描述式(1)，式中 $x \in \boldsymbol{R}^n$ 为状态向量。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

本文的目的是对任意给定的参考信号 $\boldsymbol{r}(t) = [r_1, r_2, \cdots, r_n]^{\mathrm{T}}$，设计控制器 $\boldsymbol{u}(t) = [u_1, u_2, \cdots, u_n]^{\mathrm{T}}$，使受控系统式(1)中的 $\boldsymbol{x}$ 追踪给定的参考信号 $\boldsymbol{r}$，即满足：$\lim\limits_{t \to \infty} \| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{r} \| = 0$。在式(1)中加入控制器后得到 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}(t)$，令追踪误差

$$\boldsymbol{e}(t) = [x_1 - r_1, x_2 - r_2, \cdots, x_n - r_n]^{\mathrm{T}} = [e_1(t), e_2(t), \cdots, e_n(t)]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

控制器

$$u(t) = -k(t)\, e \tag{3}$$

其中 $k(t) > 0$ 为一标量增益函数。

由式(1)-(3)易得误差方程为 $\dot{e} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - k(t)\boldsymbol{e} - \dot{r}$。选择 Lyapunov 函数 $V(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{2} e_i^2(t) > 0$ 则

$$\dot{V}(t) = \dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = [\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - k(t)\boldsymbol{e} - \boldsymbol{r}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = [\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \dot{\boldsymbol{r}}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} - k(t)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = \sum_{i=1}^{n} (f_i(\boldsymbol{x}) - \dot{r}_i)e_i - k(t)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2}[(f_i(x) - \dot{r}_i)^2 + e_i^2] - k(t)\|\boldsymbol{e}\|^2 = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \dot{\boldsymbol{r}}\| + \frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2 - k(t)\|\boldsymbol{e}\|^2$$

收稿日期：2006-06-08

作者简介：李建芬(1960-)，女，副教授，湖南长沙人，博士生，主要从事混沌控制及在保密通信中的应用研究.

假设 $\|f(x)-\dot{r}\| \leqslant M\|e\|$ ，只要原系统 $\dot{x}=f(x)$ 有界，且参考信号 $r(t)$ 的各分量在 $[0,+\infty]$ 上满足对时间 t 一次可微，即可满足该条件。连续混沌系统均为有界函数(实际上，当 $\lim\limits_{t\to\infty}\|x-r\|=0$ 成立时，有 $\dot{r}\approx f(r)$ ，若函数 $f(t)$ 满足 Lipchitz 条件，则存在一个正数 M，使 $\|f(x)-\dot{r}\| = \|f(x)-f(r)\| \leqslant M\|e\|$ 成立。)，因此，有 $\dot{V}(t) \leqslant \left[\frac{1}{2}M^2+\frac{1}{2}-k(t)\right]\|e\|^2$。当 $\|e\|=0$，有 $\dot{V}(t)=0$ ；若 $k(t)$ 足够大，使 $\left[\frac{1}{2}M^2+\frac{1}{2}-k(t)\right]<0$ ，则有 $\dot{V}(t)=0$ ，故知 $e(t)$ 是渐进稳定的。$k(t)$ 可选择一个足够大的常数或单调递增函数，如 t、t^2、e^{at} 等形式的函数，当 t 充分大时，即有 $\frac{1}{2}M^2+\frac{1}{2}-k(t)>0$。

2 数值计算

2.1 Chua's 电路跟踪相空间确定点

Chua's 电路的归一化状态方程为：$\dot{x}_1=-\alpha(x_1-x_2+f(x_1))$；$\dot{x}_2=x_1-x_2+x_3$；$\dot{x}_3=-\beta x_2-\gamma x_3$。式中，$f(x_1)=bx+0.5(a-b)[|x_1+1|-|x_1-1|]$，其中 a,b 为分段线性电阻的归一化斜率。当 $a=-1.39$，$b=-0.75$，参数 $\alpha=10$，$\beta=14.31$，$\gamma=0.12$ 时，系统处于混沌态。

加入控制器后的状态方程为：$\dot{x}_1=-\alpha(x_1-x_2-f(x_1))-k(t)(x_1-r_1)$；$\dot{x}_2=x_1-x_2+x_3-k(t)(x_2-r_2)$；$\dot{x}_3=-\beta x_2-\gamma x_3-k(t)(x_3-r_3)$。

设参考信号 r 为相空间确定点(1,2,3)，分别选取 $k_1(t)=10t$ 和 $k_2(t)=10t^2$，模拟结果如图 1 所示，经过一定时间后，系统最终趋于既定目标，选择不同的 $k(t)$，系统追踪目标的速度不同，$k(t)$ 递增速度快，追踪目标的速度也快。如图选择 $k_2(t)$ 比 $k_1(t)$ 追踪的速度快。

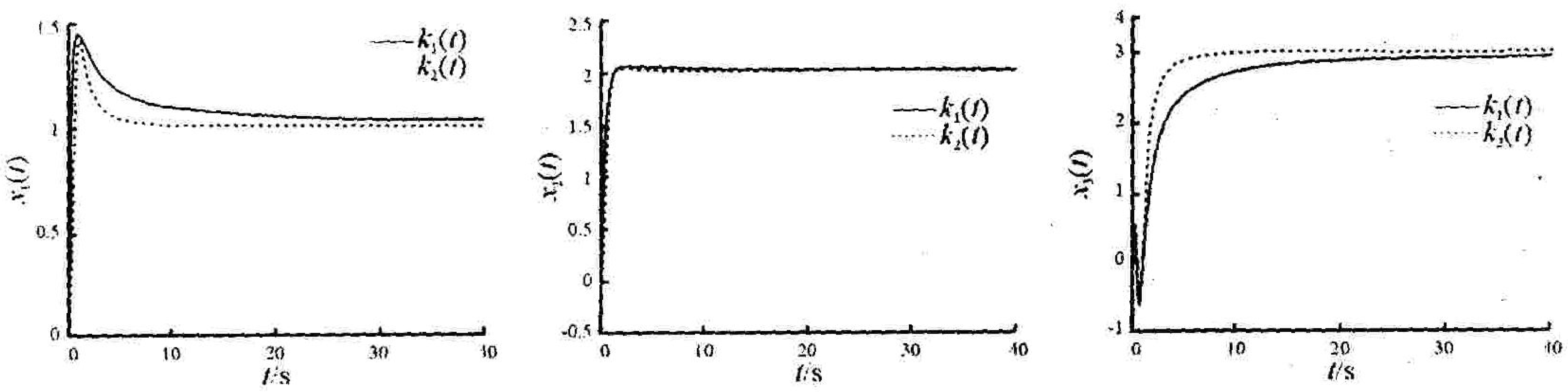

图 1　Chua's 电路追踪相空间确定点(1,2,3)

2.2 Lorenz 系统跟踪周期信号

Lorenz 系统的方程表示为：$\dot{x}_1=-\sigma(x_1-x_2)$；$\dot{x}_2=\gamma x_1-x_2-x_1x_3$；$\dot{x}_3=x_1x_2-bx_3$。当参数 $\sigma=16$，$\gamma=45.92$，$b=4$ 时，系统处于混沌态，取参考周期信号 $r_1=\sin 0.2\pi t$，$r_2=\sin 0.4\pi t$，$r_3=\sin 0.2\pi t+\sin 0.4\pi t$，选取 $k(t)=10t$。图 2 为追踪周期信号的控制结果。

2.3 Rössler 系统跟踪 Chua's 电路的混沌信号

取参考信号 r_1，r_2，r_3 为 Chua's 电路的全部状态变量，$k(t)=t^2$，图 3 为 Rössler 系统追踪 Chua's 电路的模拟结果。

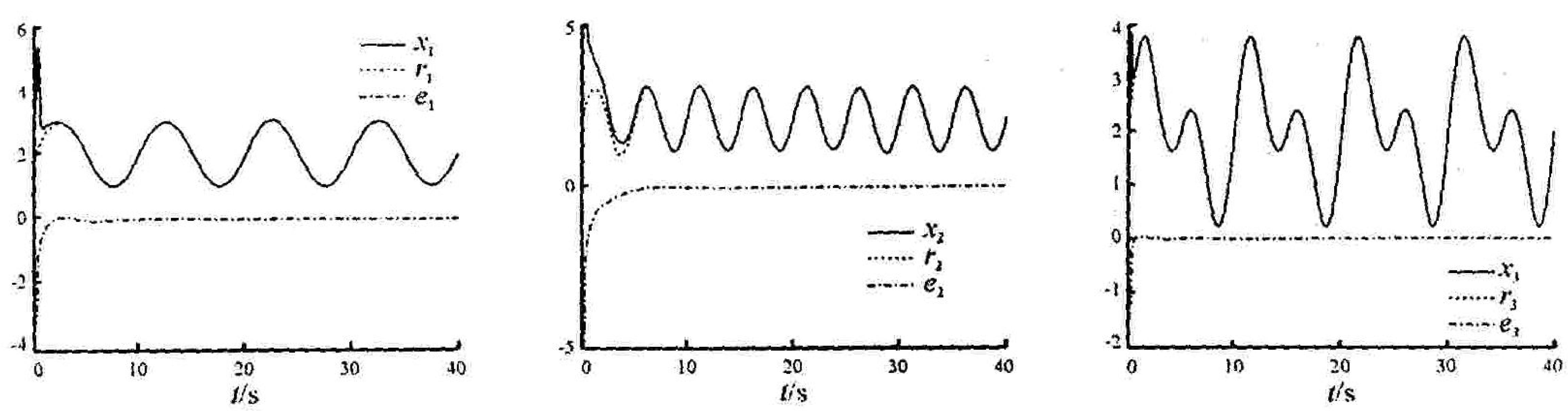

图 2　Lorenz 系统追踪周期轨道

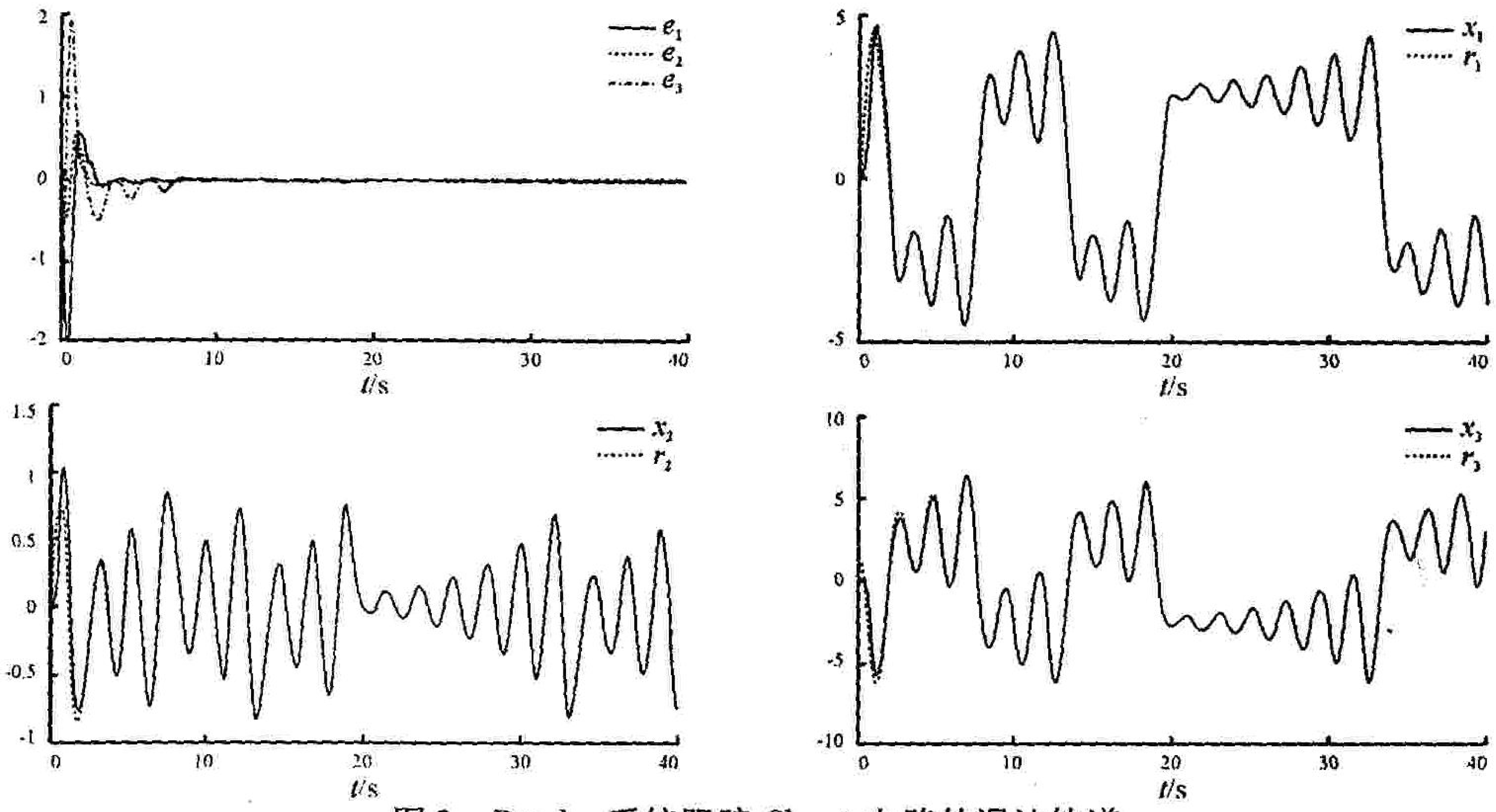

图 3 Rössler 系统跟踪 Chua's 电路的混沌轨道

3 结束语

本文提出的追踪控制方法,实现了一般连续混沌系统对相空间确定点、周期信号和混沌信号的跟踪。设计的控制器结构简单,对不同的系统具有统一的形式,只要受控系统有界,与系统结构基本无关。当系统存在结构不确定性或外界干扰导致系统变化时,跟踪过程将不受影响,具有较好的鲁棒性。另外,对不同的受控系统,收敛速度可能不同,若要提高收敛速度,可通过调节 $k(t)$ 实现。

参考文献:

[1] Cuomo K M, Oppenheim A V. Synchronization of Lorenz - Based Chaotic Circuits With Applications to Communications[J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1993, 40(10): 626 - 633.

[2] Yang T, Chua L O. Secure Communications Via Chaotic Parameter Modulation[J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1996, 43(9): 817 - 819.

[3] 李建芬,李 农. 一种具有混沌调制的保密通信方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(3):52 - 55.

[4] 李建芬,李 农,林 辉. 适合传输快变信息信号的混沌调制保密通信[J]. 物理学报, 2004, 53(6): 1695 - 1698.

[5] 李丽香,彭海朋,卢辉斌,等 Henon 混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报,2001,50 (4):629 - 631.

[6] 陈士华,谢 进,陆君安,等. Rossler 混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报,2002,51 (4):749 - 752.

[7] 伍维根,古天祥. 混沌系统的非线性反馈跟踪控制[J]. 物理学报,2000,49(10):1922 - 1925.

[8] 李国辉,徐得名,周世平. Lorenz 混沌系统的跟踪控制[J]. 量子电子学报,2003,20(2):181 - 185.

[9] Li Zhi, Chen Guanrong, Shi Songjiao, et al. Aobust Adaptive Tracking Control for a Class of Uncertain Chaotic Systems [J]. Phys Lett. A, 2003, 310: 40 - 43.

(编辑:姚树峰)

A Tracking Control Method for Continuous Chaotic System

LI Jian-fen1, LIN Hui1, LI Nong2

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072, China; 2. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: A tracking control method is proposed for continuous chaotic system based on the Lyapunov stability theory. Using this method can make the controlled system approach to any reference signal. The structure of the designed controller is independent of that of the chaotic system. The numerical simulations of Chua's circuit, Lorenz system and Rossler system are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: Chaotic system; tracking control; chaotic synchronization