

对倒立摆控制系统设计的仿真与比较

齐峰, 万少松

(空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800)

摘要: 倒立摆系统是一个复杂的、绝对不稳定的非线性系统。给出了一种倒立摆系统动力学模型, 分别采用基于状态反馈和变结构控制的方法对其设计了控制方法; 基于数字仿真对这两种方法进行了比较, 结果表明变结构控制的方法具有较强的鲁棒性和有更好的控制效果。

关键词: 状态反馈; 极点配置; 变结构控制; 倒立摆系统

中图分类号: TN823 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2007)02-0029-04

倒立摆系统是一个复杂的、多变量的、不稳定的非线性系统, 是学习和研究现代控制理论最为合适的实验装置。倒立摆的控制是控制理论应用的一个典型范例, 一个稳定的倒立摆系统对于证实状态空间理论的实用性是非常有用的。许多抽象的控制概念如系统稳定性、可控性、收敛速度、抗干扰能力等, 都可以通过倒立摆直观的表现出来。在此, 我们应用动力学定理建立了倒立摆的非线性数学模型, 采用在平衡点附近局部线性化的方法得到了线性化的数学模型。在应用控制理论分析的基础上, 采用状态反馈法为倒立摆系统建立了一种合适的控制方案, 并实现了对倒立摆系统进行变结构控制^[1-3]的改进, 取得了较好的效果。

1 模型的建立

假定倒立摆由无质量的轻杆和质量为 m 的小球组成, 小车的质量为 M , 系统受到的力包括小球的重力和对小车的推力 u , 图 1 中^[4] $x(t)$ 和 $\theta(t)$ 分别表示小车的水平坐标和倒立摆偏离垂直方向的角度。

经过分析, 可以得到如下的非线性状态方程

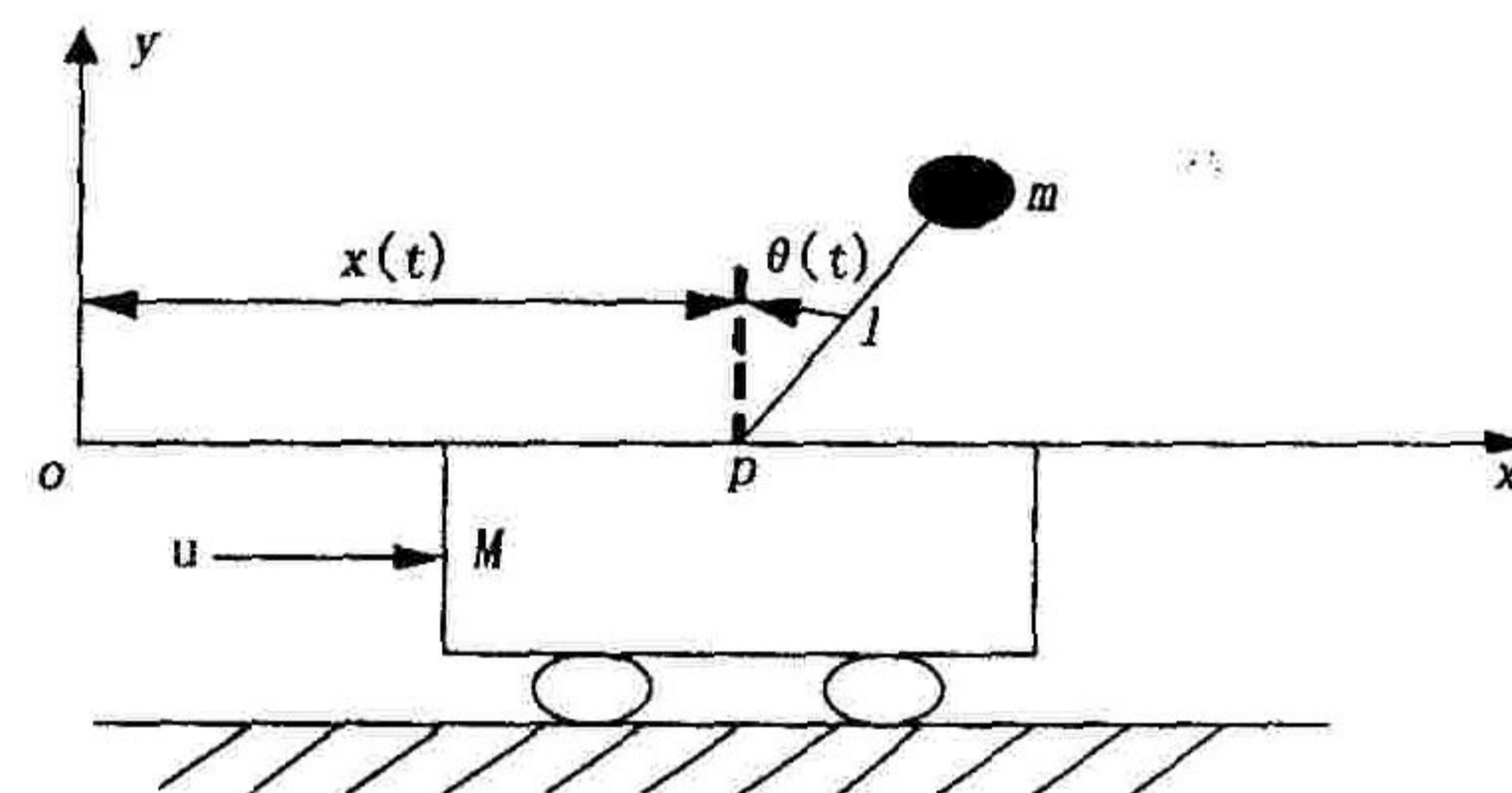


图 1 倒立摆系统示意图

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ \frac{u \cos z_1 - (M+m)g \sin z_1 + ml(\cos z_1)z_1 \sin z_1 z_2^2}{ml \cos^2 z_1 - (M+m)l} \\ z_4 \\ \frac{u + ml(\sin z_1)z_2^2 - mg \cos z_1 \sin z_1}{M+m - m \cos^2 z_1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $z_1 = \theta, z_2 = \dot{\theta} = \dot{z}_1, z_3 = x, z_4 = \dot{x} = \dot{z}_3$ 。

由于对小车施加驱动力的目的是保持倒立摆在垂直方向上的姿态, 故可以只研究在垂直方向附近的动态变化, 因而可以在该参考位置进行线性化, 采用小扰动法可以得到线性化模型为

收稿日期: 2006-06-22

基金项目: 军队“2110工程”资助项目

作者简介: 齐峰(1978-), 男, 山东夏津人, 硕士生, 主要从事导航、制导与控制研究;

万少松(1961-), 男, 安徽滁州人, 教授, 硕士生导师, 主要从事导航、制导与控制研究。

$$\frac{d}{dt}\delta z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{mg}{M} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta z + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{pmatrix} \delta u \quad (2)$$

2 控制系统的设计

2.1 基于状态反馈的控制系统的设计

如果不对小车施加任何控制,上面由小车和倒立摆组成的系统是很不稳定的,只要有很小的扰动或初始偏差就会破坏系统的稳定状态。因而要使系统保持稳定就必须对系统施加控制,这里采用基于状态的反馈使系统稳定。通过反馈矩阵对系统进行闭环极点配置^[5]。设计步骤为①考查系统的可控性和可观测性;②设计反馈矩阵。

若记式(2)中系统状态方程为: $\dot{X} = AX + Br$,则当采用负反馈 $u = -FX$ 进行控制时,有 $\dot{X} = (A - BF)X + Bd$ 。通过适当的选取 F ,能够实现系统极点的任意配置,即 $\lambda(A - BF)$ 的任意配置,因而只需要事先设定系统的期望极点,然后令系统的特征多项式 $\det[sI - A + BF]$ 的系数与期望的特征多项式的系数对应相等就可以得出反馈矩阵 F ,同时使系统具有期望的极点。

2.2 基于变结构理论的控制系统设计

上面基于状态反馈对倒立摆系统设计的控制方法,在适当的干扰和一定的初始偏差的情况下是稳定的,但控制的效果却不是令人满意的;特别是在出现系统建模不准确和出现未建模特性时,控制的效果就变得更差了。本节在上面闭环系统的基础上,采用变结构控制的方法对系统进行一定的改进^[6]。系统的原理框图如图2所示。

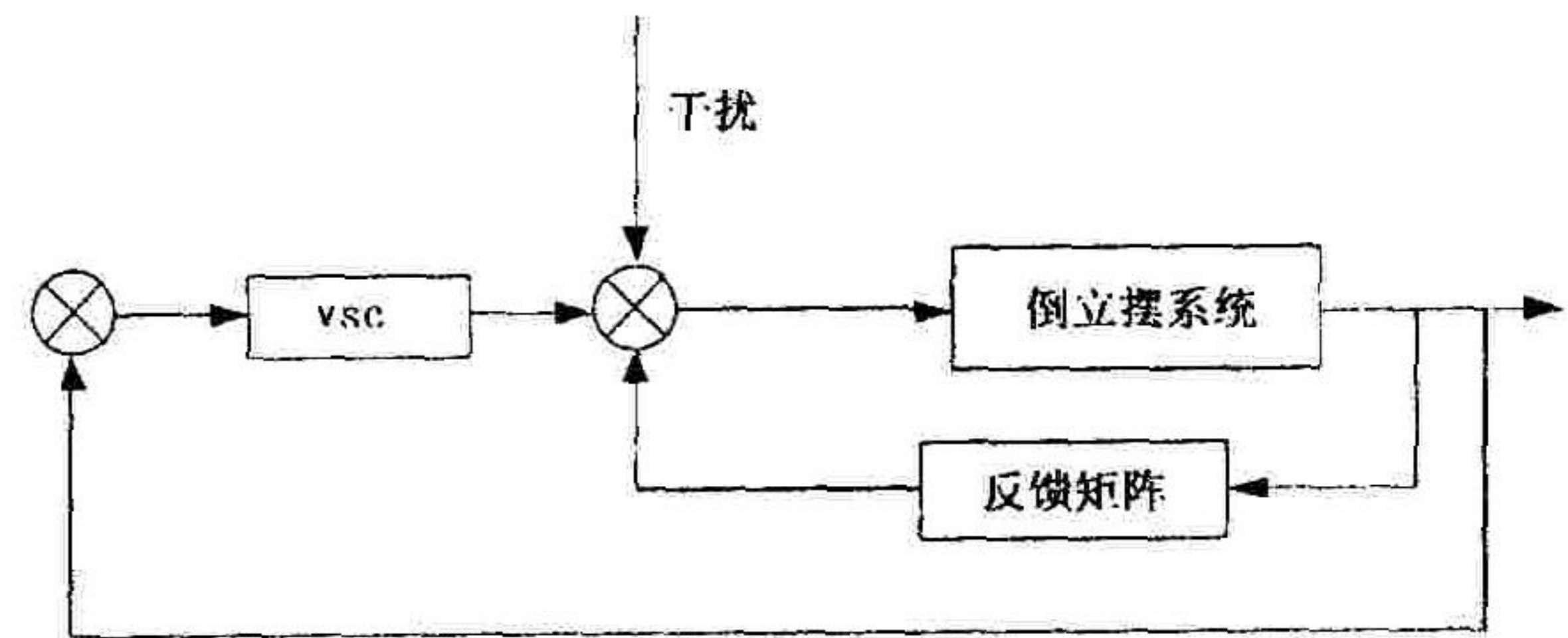


图2 系统原理框图

如果记上面的闭环系统状态方程为: $\dot{X} = \bar{A}X + Br$,并且假定建模不确定引起的摄动 $\Delta A, \Delta B$ 满足: $\|\Delta A\| \leq \varphi_a, \|\Delta B\| \leq \varphi_b$,且外界扰动 $f(t)$ 满足: $\|f(t)\| \leq \varphi_f$,则在出现建模不确定时,状态方程变为

$$\dot{X} = (\bar{A} + \Delta A)X + (B + \Delta B)r + f(x) \quad (3)$$

选择滑动超平面为

$$S(X, T) = CX$$

选取变结构控制律为

$$u = -g(t)(CB)^{-1} \text{sgn}(s) \quad (4)$$

式(4)中 $g(t) = \frac{(\|\bar{C}A\| + \varphi_a \|C\|) \|X\| + \varphi_f \|C\|}{1 - \varphi_b \|C\| \cdot \|(CB)^{-1}\|} + \varepsilon$, ε 为一个小的正常数。

同时,为了消除颤振,用边界层法对其进行光滑处理,采用下面的函数代替 $\text{sgn}(s)$:

$$M(s) = \frac{s}{|s| + \delta}, \delta \text{ 取为一个小的正常数。} \quad (5)$$

3 控制系统的仿真与比较

这里对两种设计下的系统分别进行了数字仿真并进行了一定的分析对比。其仿真条件为:选取小车质量为 $M = 2.0 \text{ kg}$;小球的质量为 $m = 0.1 \text{ kg}$;小车驱动力为 u ;摆杆的长度为 $l = 0.5 \text{ m}$;同时认为摆杆为轻杆,其质量在计算过程中忽略不计。在基于状态反馈的控制系统的设计中选取期望的极点为

$$[-9.63, -2.2 + 2.85i, -2.2 - 2.85i, -1.98] \quad (6)$$

经过极点配置可以得到: $F = [-130, -29, -26, -26]$ 。

在变结构控制律中代入系统参数后可以得到: $C = [3.13, 0.7, 1.33]$, 选择 $\varepsilon = 0.1, \delta = 0.5, \varphi_a = 1, \varphi_b =$

0.5, $\varphi_f = 0.5$, 由上述 $g(t)$ 计算公式和式(5)可得: $g(t) = -7.2244 \|X\| + 0.1$, $M(s) = \frac{s}{|s| + 0.5}$ 。

当只有干扰 $f = 0.5\sin(2t)$, 同时初始偏差为 $\delta x = 5, \delta\theta = 5$ 而没有出现系统建模不准确, 分别采用两种控制方法的控制仿真结果如图3所示。图中虚线表示基于状态反馈控制方法时的结果; 实线表示采用变结构控制以后的结果。图3(a)表示系统中 $\delta\theta$ 的变化规律对比; 图3(b)表示系统中 δx 的变化规律对比。从图中可以看出采用变结构控制以后系统的控制精度和控制的反应时间以及控制的超调量都有明显的改善, 采用变结构控制以后, 系统的动态性能明显提高。

当干扰 $f = 0.5\sin(2t)$, 同时初始偏差为 $\delta x = 5, \delta\theta = 5$, 同时出现系统建模不准确时分别采用两种控制方法控制的仿真结果如图4所示。图中虚线表示基于状态反馈控制方法的结果; 实线表示采用变结构控制以后的结果。图4(a)表示系统中 $\delta\theta$ 的变化规律对比; 图4(b)表示系统中 δx 的变化规律对比。从图中可以看出采用基于状态反馈控制时, 系统发散, 该控制方法不能使系统稳定在平衡点; 而当采用变结构控制以后系统的建模不准确对系统的影响较小, 对系统稳定性没有影响。

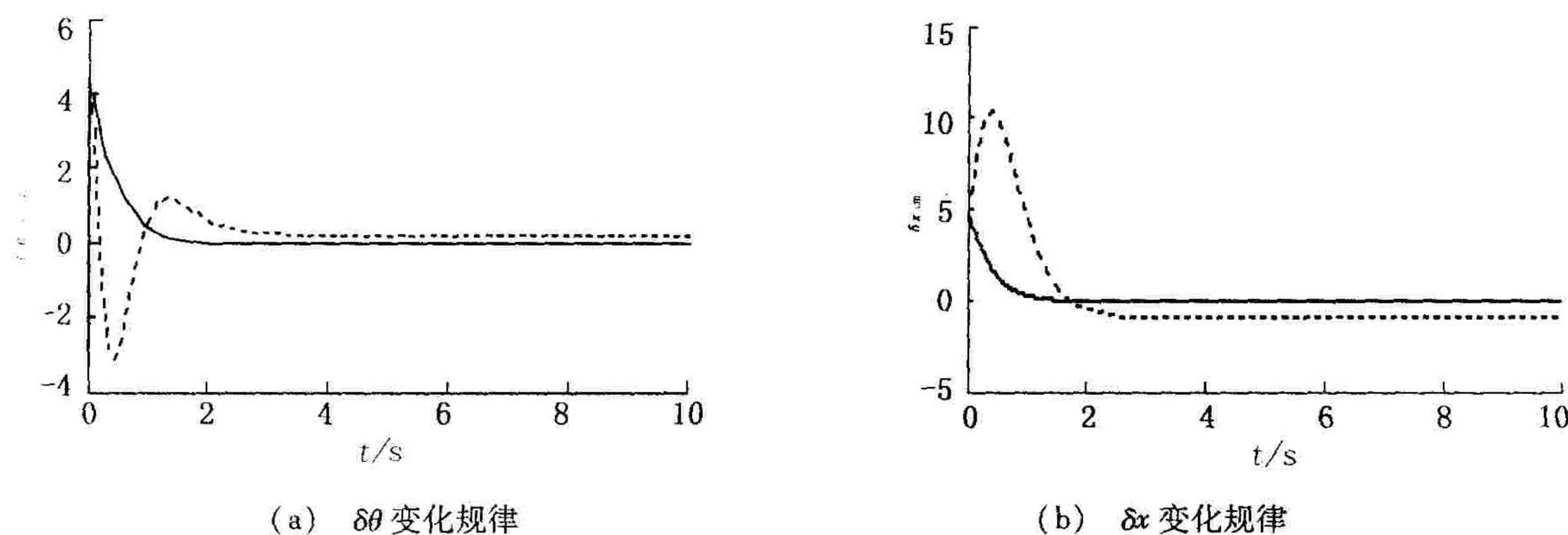


图3 只有干扰, 没有出现系统建模不准确时的仿真结果

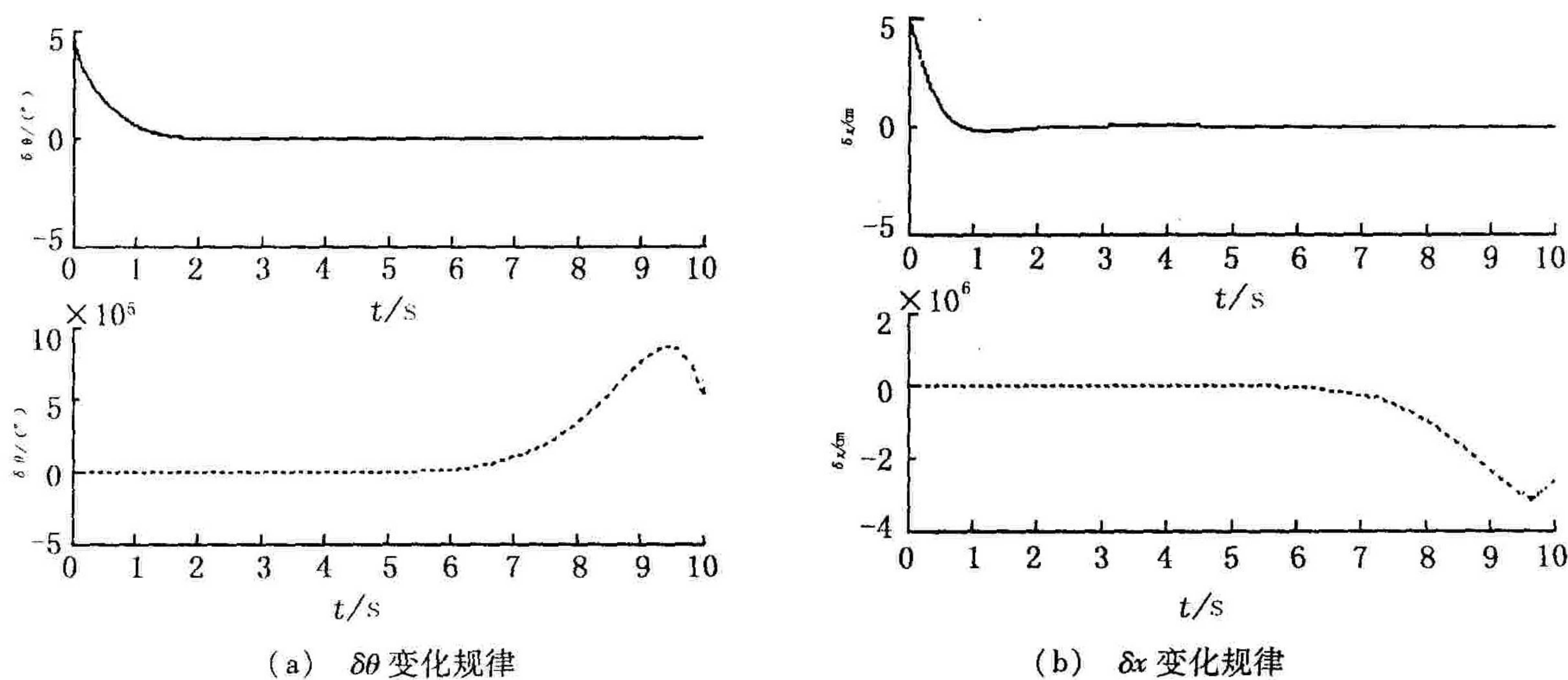


图4 系统建模不准确和干扰同时存在时的仿真结果

4 结论

采用状态反馈法为倒立摆系统设计的控制方案, 可以实现对倒立摆系统的一定条件下的稳定控制, 但没有鲁棒性, 受系统建模误差的影响较大; 而且控制的效果也不是很好。采用变结构理论进行控制后, 能够使系统具有一定的鲁棒性, 从仿真结果看系统的控制效果也较好。

参考文献:

[1] 刘兴堂. 应用自适应控制[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2003.
 [2] 李言俊, 张科. 自适应控制理论及应用[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2005.

- [3] 周凤歧,郭建军,周 军. 基于扩展滑动模态的末制导律设计[J]. 西北工业大学学报,2005,23(2):13-15.
- [4] 赵文峰. MATLAB 控制系统设计与仿真[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2002.
- [5] 胡寿松. 自动控制原理(第四版)[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [6] Fu Kuang Yeh, Kai Yuan Cheng, Li Chen Fu. Variable Structure - Based Nonlinear Missile Guidance/Autopilot Design With Highly Maneuverable Actuators[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2004,12(6)944-949.

(编辑:田新华)

The Comparison and Simulation of Control Idea for a Inverted Pendulum System

QI Feng, WAN Shao- song

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: Inverted pendulum system is a complicated and absolutely unstable nonlinear system. This paper provides a dynamic model of it, and gives the control methods based on the State - feedback and Variable Structure Control (VSC) respectively; the comparison based on digital simulation shows that the Variable Structure Control is more effective and robust.

Key words: state - feedback ; pole placement; VSC ; inverted pendulum system

(上接第 9 页)

威胁排序问题,综合了主客观综合赋权法的特点,排序结果反映了主客观因素,多目标威胁排序更合理,多目标攻击决策结果更科学,更有助于提高多目标攻击的作战效能。

参考文献:

- [1] 程红斌,张凤鸣,张晓风. 多机协同空战目标分配算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2005,(2):7-10.
- [2] 董彦非,郭基联,张恒喜. 多机空战目标威胁评估算法[J]. 火力与指挥控制,2002,(4):73-76.
- [3] 刘纪文,史建国. 一种实用的多机空战威胁计算机算法[J]. 海军航空工程学院学报,2005,(5):533-535.
- [4] 陈华友. 多属性决策中的一种最优组合赋权方法研究[J]. 运筹与管理,2003,(3):6-10.
- [5] 王应明. 离差平方和的多指标决策方法及其应用[J]. 中国软科学,2000,(3):110-113.
- [6] 李登峰. 模糊多目标多人决策与对策[M]. 北京:国防工业出版社,2003.

(编辑:姚树峰)

Multi - object Threat Sequencing Based on Combination Determining Weights

LI Yong - bin¹, ZHANG Feng - ming², LI Jun - tao²

(1. Science Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Estimating the object threat degree is the key of multi - object attack decision making. In this paper air - combat situation and air combat ability are chosen as the threat indexes. Based on the sum of squares of deviations, an optimal combination weights method is proposed in order to calculate each index's weight, which is contained in many kinds of determining weights methods. Finally, an application example is given, and the result shows that the method is effective in multi - object attack decision - making.

Key words: threat sequencing; combination weights ; multi - object decision - making