

新的多重网格算法在压气机流场计算中的应用

王学德, 周敏, 张相毅, 徐学邈
(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:根据在流场数值计算中使用多重网格方法可以加速收敛的原理,在叶栅流场控制方程使用有限体积差分法进行离散的前提下,提出了一种新的4重网格方法来加速求解压气机叶栅可压缩流动,该方法可以与显式时间推进法有效配合使用。通过对NASA67超音速轴流压气机叶栅流场的数值计算表明,该方法明显加快了流场计算的收敛速度,并且计算结果与试验结果吻合较好。

关键词:多重网格法;有限体积差分;时间推进法

中图分类号: V21, O354 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009 - 3516(2006)02 - 0013 - 02

目前多重网格法已广泛应用于流场计算。其中英国剑桥大学的Denton教授采用显式时间推进法、有限体积差分格式和多重网格法在叶轮机器的数值计算方面作了大量的卓有成效的工作。本文按照有限体积差分格式的基本思想,提出了一种新的4重网格算法,该算法可以与显式时间推进法有效地配合使用,并且采用Denton教授关于“粘性体积力”^[1]的思想来准确地模拟粘性力对流体流动的影响。

1 多重网格算法

本文使用支配风扇转子三维流场的N-S方程^[2]来描述压气机叶栅流场。

$$\int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV + \int_{\Omega} F(WdA) + \int_{\Omega} pdG - \int_{\Omega} BdV = 0 \quad (1)$$

变量含义见文献[2],应用有限体积差分并采用改进的Lax - Wendroff格式进行时间推进,则上式可离散为式(2)。式中: $V_{i,j,k}$ 为有限单元体积, $U_{i,j,k}^n$ 为第n步迭代的通量解; $R_{i,j,k}^{n-1}$ 为第n-1步迭代的网格残差。

$$U_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^n + \Delta t R_{i,j,k}^{n-1} / V_{i,j,k} \quad (2)$$

采用4重网格,计算所取的每个2重网格内包含的微元网格数为 $I_R \times J_R \times K_R$ (简记为 I, J, K),同理3重包含的2重为 $I_{RR} \times J_{RR} \times K_{RR}$ (简记为 I_R, J_R, K_R),4重包含的3重为 $I_{RBB} \times J_{RBB} \times K_{RBB}$ (简记为 I_B, J_B, K_B)。下面以连续方程求解为例,由式(2)可知每个微元网格内的质量变化率为

$$\Delta m_1(i, j, k) = (\rho_{i,j,k}^{n+1}) V_{i,j,k} / \Delta t \quad (3)$$

每个2重、3重、4重网格内质量变化率与该网格内 $IJK, I_R J_R K_R, I_B J_B K_B$ 个微元网格质量变化率关系分别是 $\Delta m_2 = \sum_{l=1}^{IJK} \Delta m_1(l)$ 、 $\Delta m_3 = \sum_{l=1}^{I_R J_R K_R} \Delta m_2(l)$ 、 $\Delta m_4 = \sum_{l=1}^{I_B J_B K_B} \Delta m_3(l)$ 。具体迭代计算过程如下:

1) 每一次时间推进计算同时在微元网格、2、3、4重网格上进行。然后将2、3、4重网格内质量变化率同时插值到微元网格上^[3-5]。

2) 对微元网格内质量变化率迭代插值计算,采用下式进行计算,单个微元网格内质量变化率为

$$\Delta m_1(i) = \Delta m_1(i) + 0.4 \frac{IJK\rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{l=1}^{IJK} \rho(l)\Delta V(l)} \Delta m_2 + 0.2 \frac{IJKI_R J_R K_R \rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{l=1}^{IJKI_R J_R K_R} \rho(l)\Delta V(l)} \Delta m_3 + 0.1 \frac{IJKI_R J_R K_R I_B J_B K_B \rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{l=1}^{IJKI_R J_R K_R I_B J_B K_B} \rho(l)\Delta V(l)} \Delta m_4 \quad (4)$$

3) 粗网格修正量插值回细网格时,会给细网格计算带来一定的高频误差和累计误差,为尽量减少这些误差,因此式(4)在代入差分公式前,需要先进行修正。本文将上式求得的单个微元网格的质量变化率代入差分格式计算前,对上式进行修正如下:

$$\Delta m_1(i) = \Delta m_1(i) / (1 + D \Delta m_1(i) | i_m 1 \times j_m 1 \times k_m 1 / \sum_{l=1}^{i_m j_m k_m} \Delta m_1(l)) \quad (5)$$

式中: i_m 、 j_m 和 k_m 分别为微元网格的周向、轴向和径向网格数, D 为负反馈因子。

2 压气机叶栅流场计算结果分析

采用 NASA67 叶片^[6],通过输入该压气机转子叶片的叶型数据和边界条件,模拟叶栅三维粘性流场。

首先就收敛速度而言,在叶栅流场计算中,本文采用的收敛条件是:如果同时满足叶栅进出口流量相对差值 ECONT 和子午面速度平均变化量 EAVG 均小于 0.005 时,则认为计算过程收敛。在相同的收敛条件和收敛精度下,下面对采用本文提出的 4 重网格算法和采用 Denton 的 3 重网格算法以及另一种 2 重网格算法^[3]的收敛速度进行了比较,结果如图 1 所示,其中图 1 为叶栅进出口流量相对差值 ECONT 的对数值收敛过程,图 2 为子午面速度平均变化量 EAVG 的对数值收敛过程。由图 1 可见,达到收敛标准时,采用本文的 4 重网格算法需要 1 500 步,采用 Denton 的 3 重网格算法需要 2 000 步,而采用 2 重网格算法则需要 2 500 步以上。并且可以进一步看出,在 1 000 步左右时 3 种多重网格算法的收敛速度发生较大变化,两重网格算法和 3 重网格算法的收敛速度明显减弱,只有 4 重网格算法能够保持较高的收敛速率。对于这种现象,可作如下解释:在迭代的前 1 000 步,高频误差被明显消除,可见 3 种多重网格算法都具有较好的收敛速率,随着迭代次数的增加,高频误差被逐渐消除,低频误差逐渐占主导地位,而粗网格又有利于消除低频误差,因此本文采用的 4 重网格仍能保持很好的收敛性。

图 3 和图 4 给出了实验结果和本文计算结果的对比图,是在设计转速下,反压为 101 558 Pa 时,90% 和 70% 叶高处回转面等马赫数图。对比结果表明,计算所得的 90% 和 70% 叶高处叶栅通道流场内马赫数分布与实验结果比较一致,激波位置大致相同,具体位置的马赫数值与实验结果的误差在 8% - 3% 之间。其中计算结果与试验结果存在误差的原因是:首先 NASA67 风扇叶片叶尖存在间隙为 0.9 mm,但是在计算中没有考虑叶尖间隙流对流场的影响;其次在 NASA 试验报告^[6]中叶片几何构型坐标参数只给出了 14 个截面,而其余的 22 个截面的坐标参数是由作者自己线性插值得到的,这与试验之间存在着一定的误差,因此相应的计算结果也存在一些误差。但是从总体来看,计算结果还是可以和试验结果较好地符合。

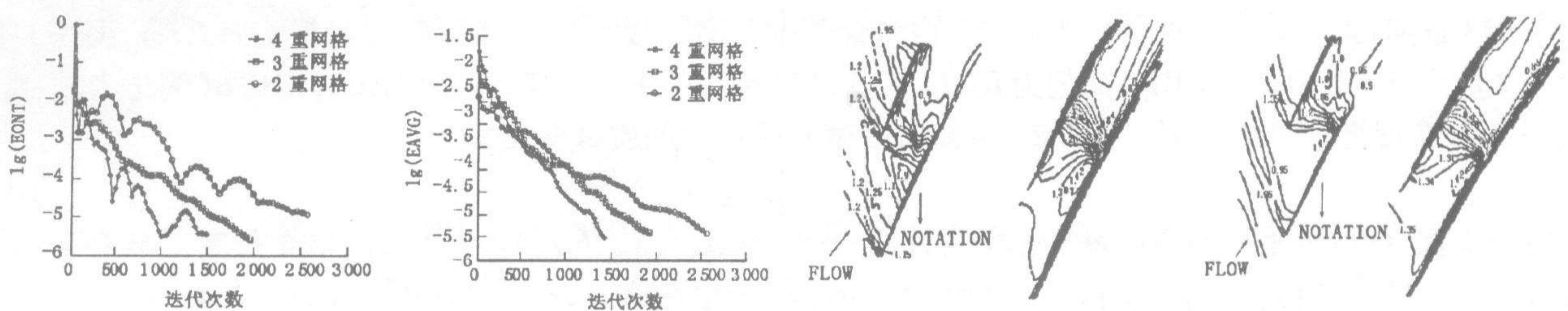


图 1 进出口流量数值收敛 图 2 子午面数值收敛 图 3 90% 叶高处等马赫数图 图 4 70% 叶高处等马赫数图

3 结束语

通过上面的数值计算表明,本文采用的 4 重网格法与 Denton 的 3 重网格法以及 2 重网格法相比,明显提高了计算的收敛速度。同时通过计算结果与试验结果比较可以发现数值计算结果与测量结果符合得较好,满足了工程应用要求。

参考文献:

- [1] 蔡兆麟,罗 晟. 用有限体积法计算叶轮机械内三维粘性流动[J]. 华中理工大学学报,2000,28(9):71-75.
- [2] 周 敏,王学德. 风扇前缘曲线相对前掠对风扇效率的影响[J]. 燃气涡轮试验与研究,2004,17(4):12-14.

(下转第 17 页)