第7卷第1期　　空军工程大学学报(自然科学版)　　Vol. 7 No. 1
2006年2月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Feb. 2006

具有下层目标的多组线性二次微分对策的非劣 Nash 开环策略

梁晓龙[1]，　李炳杰[1,2]，　杨　源[3]

(1. 空军工程大学 理学院，陕西 西安　710051;2. 西安电子科技大学 理学院，陕西 西安　710071;
3. 空军工程大学 工程学院，陕西 西安　710038)

摘　要:引进多组线性二次微分对策的非劣 Nash 策略的概念,证明非劣 Nash 策略存在的充分必要条件。在组与组之间 Nash 竞争而组内部合作的前提下考虑组内第二对策目标,以组内合作权向量为变量构造组与组之间的静态对策问题,得到使第二对策目标平衡的最优合作权向量,进一步得到同时满足第一目标非劣,第二目标平衡的非劣 Nash 开环策略。最后,以两组经济对策为算例说明该策略的有效性。

关键词:多组对策;Nash 均衡点;非劣 Nash 策略;非劣反应集

中图分类号: O225　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 - 3516(2006)01 - 0087 - 05

多组线性二次微分对策在军事、经济等领域应用广泛,该类问题是一类组与组之间不合作而组内部局中人之间合作的复杂对策系统,求解其非劣 Nash 策略需结合非合作和合作对策理论进行研究。文献[1 - 3]分别研究了非劣 Nash 平衡点集本质连通区的存在性问题以及线性二次非零和开环 Nash 均衡点的存在性问题[4-5]。研究了多组对策问题处理组内局中人权重问题的诸多方法。文献[6]研究了静态多组对策系统的非劣 Nash 策略,给出了二组矩阵对策以及二组静态二次对策非劣 Nash 策略存在的充分必要条件。本文研究组内具有第二目标的线性二次多组动态对策问题,现代战争以及现代工业不但要求每一个对策联盟使主体对策结构达到最优或至少非劣,而且要求其它从属第二对策目标达到最优或至少与敌对联盟平衡。而衡量这些主体指标和从属指标的目标函数是不同的。本文首先利用多组线性二次微分对策组与组之间非劣理性反应集的概念得到非劣 Nash 开环策略的最优性条件,证明该策略存在的充要条件。其次优化含参(合作权重)策略对应的从属第二目标,得到各组非劣 Nash 策略所对应的各组内部合作的权向量。本文的主要特点是依据各类目标函数的内在性质确定而不是人为地确定组内合作权向量,使各类目标同时达到最优或非劣。非劣 Nash 策略客观公正,无主观性。最后,以简单线性二次微分对策问题为算例验证本文方法的有效性。

1　多组微分对策非劣 Nash 开环策略的概念

本文仅考虑两组对策问题,对多于两组的情形,类似处理。为简单起见,仅考虑每个局中人单输入的情形,对多输入的情形,类似讨论。考虑下列问题:

$$\min_{u} J_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}[\boldsymbol{x}(T_0)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{x}(T_0) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{u})\mathrm{d}t \tag{1}$$

$$\min_{v} G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}[\boldsymbol{x}(\mathrm{T}_0)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(T_0) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_j\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_j\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_j\boldsymbol{u})\mathrm{d}t \tag{2}$$

收稿日期:2005 - 05 - 25
基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2003 A09)
作者简介:梁晓龙(1981 -),男,江苏徐州人,硕士生,主要从事分布参数最优控制算法研究.

其中组 1 有 m 个局中人,组 2 有 n 个局中人, $\boldsymbol{u} = (u_1,u_2,\cdots,u_m)^{\mathrm{T}}$ 为组 1 的控制输入。$\boldsymbol{v} = (v_1,v_2,\cdots,v_n)^{\mathrm{T}}$ 为组 2 的控制输入。$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_1 \times \boldsymbol{U}_2 \times \cdots \times \boldsymbol{U}_m$、$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}_1 \times \boldsymbol{V}_2 \times \cdots \times \boldsymbol{V}_n$分别表示控制输入$\boldsymbol{u}(t)$ 和$\boldsymbol{v}(t)$ 的容许函数集,$\boldsymbol{x}(t)$ 为 l 维状态向量函数。

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \end{cases} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{S}_i$、$\boldsymbol{K}_j$是 l 阶常值对称矩阵,$i = 1,2,\cdots,m$、$j = 1,2,\cdots,n$;$\boldsymbol{W}_i(t)$ 、$\boldsymbol{Q}_j(t)$ 是 l 阶对称矩阵;$\boldsymbol{D}_i(t)$、$\boldsymbol{M}_j(t)$ 为 n 阶对称矩阵;$\boldsymbol{E}_i(t)$ 、$\boldsymbol{R}_j(t)$ 为n为 阶对称矩阵;$\boldsymbol{A}(t)$、$\boldsymbol{B}(t)$、$\boldsymbol{C}(t)$ 分别为 l 阶、$l \times n$阶和$l \times m$ 阶矩阵;T_0为常数。

假定每组所对应的 Nash 均衡策略是 Markov 无效的,即每组合作对策的最优值严格优于不合作对策的 Nash 均衡值(文献[7] Theorem 3.1 中泛函梯度不等式严格成立),则组 1 内部局中人实行合作对策,寻求权向量$\boldsymbol{\xi} = (\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)$ (其中, $0 \leqslant \xi_i \leqslant 1$, $\sum\limits_{i=1}^{m} \xi_i = 1$) 以及非劣对策 $\hat{\boldsymbol{u}} = (\hat{u}_1,\hat{u}_2,\cdots,\hat{u}_m)$ 为问题 $\min\limits_{u \in U} \sum\limits_{i=1}^{m} \xi_i J_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ 的解。类似于组 1,组 2 寻求权向量 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ (与组 1 的定义类似) 及非劣对策 $\hat{\boldsymbol{v}} = (\hat{v}_1,\hat{v}_2,\cdots,\hat{v}_n)^{\mathrm{T}}$为问题$\min\limits_{v \in V} \sum\limits_{i=1}^{m} \omega_i G_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ 的解。

由于组与组之间不合作,非劣 Nash 策略是组与组竞争的 Nash 均衡点。故对组 1 给出的任意对策$\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}$,组 2 选择相应的策略 $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$,即存在映射 $\varphi:\boldsymbol{U} \to \boldsymbol{V}$,使得对一切 $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$ 有 $\sum\limits_{j=1}^{n} \omega_j G_j(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{u},\varphi(\boldsymbol{u})),\boldsymbol{u},\varphi(\boldsymbol{u})) \leqslant \sum\limits_{j=1}^{n} \omega_j G_j(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}),\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$。一般情况下,映射 φ 是多值映射,称$\{\boldsymbol{v} \mid \boldsymbol{v} = \varphi(\boldsymbol{u}),(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) \in \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{V}\}$ 为组 2 的非劣反应集。同理,对组 2 的任意对策$\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$,类似可定义组 1 的非劣反应集。假设其相应的映射为$\psi:\boldsymbol{V} \to \boldsymbol{U}$,由于 $(\hat{\boldsymbol{u}},\hat{\boldsymbol{v}})$是两组非劣反应集的交集中的元素。故非劣Nash策略$(\hat{\boldsymbol{u}},\hat{\boldsymbol{v}})$一定同时满足$\hat{\boldsymbol{u}} = \psi(\hat{\boldsymbol{v}})$和$\hat{\boldsymbol{v}} = \varphi(\hat{\boldsymbol{u}})$。

定理1:若容许集合 $\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{V}$ 是凸紧集合,所有支付函数关于$(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ 连续且对任意 $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$ 关于 $\boldsymbol{u}$ 是严格凸函数,对任意 $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{U}$ 关于 $\boldsymbol{v}$ 也是严格凸函数,则对任意权向量$(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\omega})$,存在非劣 Nash 策略 $(\hat{\boldsymbol{u}},\hat{\boldsymbol{v}})$(依赖于权向量$(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\omega})$)。

证明:(略,见文献[6]Theorem 3.1)。

2 非劣 Nash 开环策略存在的充分必要条件

对任意权向量(ξ,ω) ,构造下列两组之间非合作对策问题:

$$J(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}[\boldsymbol{x}(T_0)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{x}(T_0) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{u})\mathrm{d}t \tag{4}$$

$$G(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{x},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}[\boldsymbol{x}(T_0)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(T_0) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{u})\mathrm{d}t \tag{5}$$

其中

$$S = \sum_{i=1}^{m} \xi_i S_i;\quad W(t) = \sum_{i=1}^{m} \xi_i W_i(t);\quad D(t) = \sum_{i=1}^{m} \xi_i D_i(t)$$

$$K = \sum_{j=1}^{n} \omega_j K_j;\quad E(t) = \sum_{i=1}^{m} \xi_i E_i(t);\quad Q(t) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j Q_j(t)$$

$$M(t) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j M_j;\quad R(t) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j R_j(t)$$

定理2:对权向量$(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\omega})$,设矩阵$\boldsymbol{E}(t)$,$\boldsymbol{M}(t)$ 在$[0,T_0]$ 上可逆,则上述问题存在 Nash 均衡点的充分必要条件是终端矩阵 $\boldsymbol{H}(T_0) = \boldsymbol{H}_{11}(T_0) + \boldsymbol{H}_{12}(T_0)\boldsymbol{S} + \boldsymbol{H}_{13}(T_0) + \boldsymbol{K}$ 可逆。其中,$\boldsymbol{H}_{11} = \exp(-\boldsymbol{A})$,$\boldsymbol{H}_{12} = \exp(\boldsymbol{C}\boldsymbol{E}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})$,$\boldsymbol{H}_{13} = \exp(\boldsymbol{B}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})$ 。

证明:引进两组伴随向量函数$\boldsymbol{\lambda}_1 = (\lambda_{11},\lambda_{12},\cdots,\lambda_{1l})^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{\lambda}_2 = (\lambda_{21},\lambda_{22},\cdots,\lambda_{2l})^{\mathrm{T}}$,则两组 Hamilton 函数分别为

$$H_1(\xi,x,u,v,\lambda_1) = \frac{1}{2}(x^TWx + v^TDv + u^TEu) + \lambda_1^T(Ax + Bv + Cu) \tag{6}$$

$$H_2(\omega,x,u,v,\lambda_2) = \frac{1}{2}(x^TQx + v^TMv + u^TRu) + \lambda_2^T(Ax + Bv + Cu) \tag{7}$$

该问题微分对策的最优解为 $u^*(\xi,\omega,t) = -E^{-1}C^T\lambda_1, v^*(\xi,\omega,t) = -M^{-1}B^T\lambda_2$。而状态向量函数 $x(\xi,\omega,t)$,伴随向量函数 $\lambda_1(\xi,\omega,t)$ 和 $\lambda_2(\xi,\omega,t)$ 满足如下微分方程组

$$-\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x(\xi,\omega,t) \\ \lambda_1(\xi,\omega,t) \\ \lambda_2(\xi,\omega,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A & CE^{-1}C^T & BM^{-1}B^T \\ W & A^T & 0 \\ Q & 0 & A^T \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(\xi,\omega,t) \\ \lambda_1(\xi,\omega,t) \\ \lambda_2(\xi,\omega,t) \end{pmatrix} \tag{8}$$

边值条件为 $x(\xi,\omega,0) = x_0$, $\lambda_1(\xi,\omega,T_0) = Sx(\xi,\omega,T_0)$, $\lambda_2(\xi,\omega,T_0) = Kx(\xi,\omega,\mathrm{T}_0)$。

记矩阵

$$\tilde{H} = (\xi,\omega,t) = \begin{pmatrix} -A & CE^{-1}C^T & BM^{-1}B^T \\ W & A^T & 0 \\ Q & 0 & A^T \end{pmatrix}$$

$$\exp(\tilde{H} = (\xi,\omega,T_0)) = \begin{pmatrix} H_{11}(T_0) & H_{12}(\xi,T_0) & H_{13}(\omega,T_0) \\ H_{12}(\xi,T_0) & H_{12}(T_0) & 1 \\ H_{31}(\omega,T_0) & 1 & H_{33}(T_0) \end{pmatrix}$$

由文献[8]定理 1 以及文献[2, 3]线性二次微分对策开环 Nash 均衡点存在的充分必要条件知,如果记 $H(\xi,\omega,T_0) = H_{11}(T_0) + H_{12}(\xi,T_0)S + H_{13}(\omega,T_0)K$,则上述问题存在非劣 Nash 开环策略的充分必要条件是 $H(\xi,\omega,T_0)$ 可逆。证毕。

求解方程组(8)得到依赖于权向量(ξ,ω)的伴随向量函数 $\lambda_1(\xi,\omega,t)$ 和 $\lambda_2(\xi,\omega,t)$,进一步得到最优解 $u^*(\xi,\omega,t)$、$v^*(\xi,\omega,t)$ 和相应的状态函数 $x^*(\xi,\omega,t)$ 以及最优值 $J(\xi,\omega)$ 和 $G(\omega,\xi)$ 。如果权向量(ξ,ω)满足定理 2 的充分必要条件,则对组 1 给定的合作权重 $\xi = (\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)$,$v^*(\xi,\omega,t)$ 都是组 2 的非劣 Nash 策略。同样,对组 2 给定的合作权重 $\omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$, $u^*(\xi,\omega,t)$ 都是组 1 的非劣 Nash 策略[8]。

3　具有第二对策目标的非劣 Nash 开环策略

上节得出的非劣 Nash 策略在实际对策过程中是无效的,至少是不全面的,因为对手的合作权向量是未知的。因此有必要考虑第二对策目标。由于组与组之间不合作,因此在确定组内合作权向量时仍然是不合作的。设每组局中人中存在一个首席决策者;该决策者负责确定本组合作权向量以及第二对策目标函数。假定两组的第二对策目标分别是 $\bar{J}(x,u,v)$ 和 $\bar{G}(x,u,v)$,首席决策者的对策目的是使得该目标达到最小,对满足定理 2 充分必要条件的权向量(ξ,ω) ,显然有 $\bar{J}(x^*,u^*,v^*) = \bar{J}(\xi,\omega)$,$\bar{G}(x^*,u^*,v^*) = \bar{G}(\xi,\omega)$ 此时,确定第二对策目标的非劣 Nash 开环策略问题转化为关于权向量(ξ,ω)的满足 $H(\xi,\omega,T_0)$ 可逆约束条件下的非合作连续型静态对策问题 $\min\limits_{\xi}\bar{J}(\xi,\omega)$ 和 $\min\limits_{\omega}\bar{G}(\xi,\omega)$ 。

静态对策 $\min\limits_{\xi}\bar{G}(\xi,\omega)$ 和 $\min\limits_{\omega}\bar{G}(\xi,\omega)$ Nash 平衡点的存在性定理与定理 1 类似[6]。

4　仿真算例

以下考虑两组(二对二)竞争模型。状态函数 $x = (x_1,x_2)^T$,输入函数 $u = (u_1,u_2)^T$、$v = (v_1,v_2)^T$、$x_0 = (3,2.4)^T$、$T_0 = 4$ 。

$$\min_u J_1(x,u,v) = -\frac{1}{2}(3x_1^{\,2}(T_0) - x_2^{\,2}(T_0)) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}[-2v_1^2(t) - v_2^2(t) + 4u_1^2(t)]dt$$

$$\min_u J_2(x,u,v) = -\frac{1}{2}(2x_1^{\,2}(T_0) - x_2^{\,2}(T_0)) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}[-v_1^2(t) - 3v_2^2(t) + 2u_2^2(t)]dt$$

$$\min_v G_1(x,u,v) = -\frac{1}{2}(3x_2^{\,2}(T_0) - x_1^{\,2}(T_0)) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}[-4u_1^2(t) - u_2^2(t) + 2u_1^2(t)]dt$$

$$\min_{v} G_1(x,u,v) = -\frac{1}{2}\left(x_2^{\,2}(T_0) - 2x_1^{\,2}(T_0)\right) + \frac{1}{2}\int_0^{T_0}[-u_1^2(t) - 2u_2^2(t) + 5v_2^2(t)]\mathrm{d}t$$

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = -0.1x_1 + 0.4u_1 + 0.1u_2\\ \dot{x}_2 = -0.08x_2 + 0.2v_1 + 0.3v_2\end{cases}$$

对各组权向量$(\xi,1-\xi)$ 和$(\omega,1-\omega)$,要使矩阵$\boldsymbol{E}(t)$ 、$\boldsymbol{M}(t)$ 可逆,必须有$0<\xi<1$,$0<\omega<1$ 。即每个局中人在对策中发挥作用。并可验证矩阵$\boldsymbol{H}(T_0)$ 可逆,因此存在依赖于权向量的非劣 Nash 开环策略。通过求解微分方程(8) 得伴随向量及状态函数,进一步得到依赖于权向量的非劣 Nash 开环策略为[9]

$$u_1^*(t) = 0.4(1-\xi)Z_1\mathrm{e}^{0.1(t-2T_0)} \quad ; \quad u_2^*(t) = 0.2\xi Z_1\mathrm{e}^{0.1(t-2T_0)}$$

$$v_1^*(t) = 0.4(1-\omega)Z_2\mathrm{e}^{0.08(t-2T_0)} \quad ; \quad v_2^*(t) = 0.24\omega Z_2\mathrm{e}^{0.08(t-2T_0)}$$

其中 $$Z_1 = \frac{(\xi+2)x_{10}}{4\xi(1-\xi) - (0.8-0.7\xi)(\xi+2)(1-\mathrm{e}^{-0.2T_0})}$$

$$Z_2 = \frac{(1+\omega)x_{20}}{4\omega(1-\omega) - (0.5-0.05\omega)(\omega+1)(1-\mathrm{e}^{-0.16T_0})}$$

$$x_1^*(T_0) = \frac{4\xi(1-\xi)Z_1(\xi)\mathrm{e}^{-0.1T_0}}{(\xi+2)} \quad ; \quad x_2^*(T_0) = \frac{4\omega(1-\omega)Z_2(\omega)\mathrm{e}^{-0.08T_0}}{(1+\omega)}$$

考虑组内第二从属目标,如果每个组同时考虑尽量使本组投入最小,同时希望对方联盟的最终市场占有量最小,则第二静态对策问题为

$$\min_{\xi}\bar{J}(\xi,\omega) = x_2(T_0) + \int_0^{T_0}(u_1^*(t) + u_2^*(t))\mathrm{d}t$$

$$\min_{\omega}\bar{G}(\xi,\omega) = x_1(T_0) + \int_0^{T_0}(v_1^*(t) + v_2^*(t))\mathrm{d}t$$

求解该静态对策的 Nash 平衡点为$\xi^* = 0.62$、$\omega^* = 0.46$ 。图 1 显示了$\omega = 0.46$ 时静态目标$\bar{J}(\xi,\omega)$ 随组 1 局中人 1 权重ξ (相应地局中人 2 权重为$1-\xi$)的变化规律。图 2 显示了$\xi = 0.62$ 时静态目标$\bar{G}(\xi,\omega)$ 随组 2 局中人 1 权重ω(相应地局中人 2 权重为$1-\omega$)的变化规律(用 Mathematica 作图软件做出局部图像)。

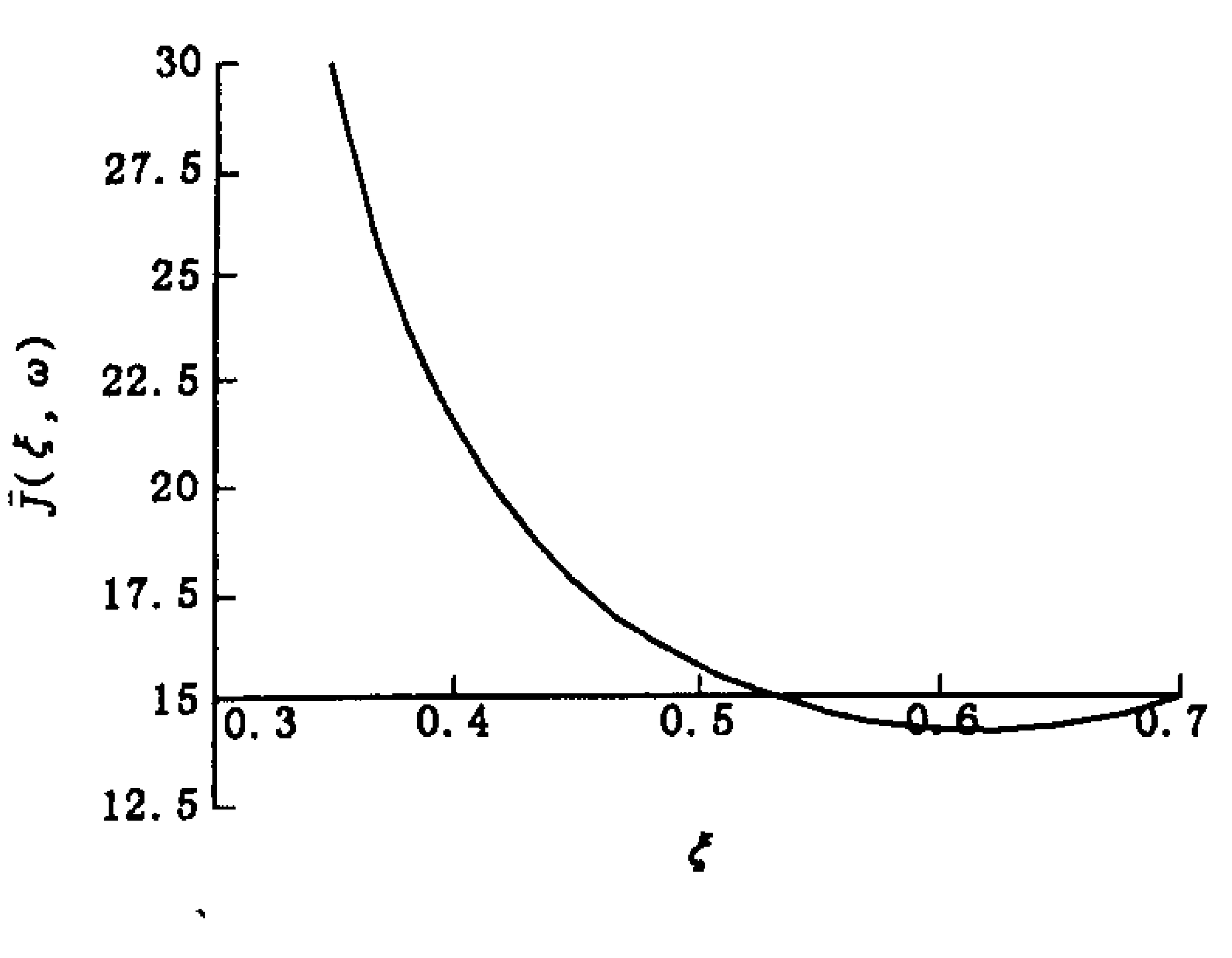

图 1 组 1 从属目标随ξ 的变化曲线图

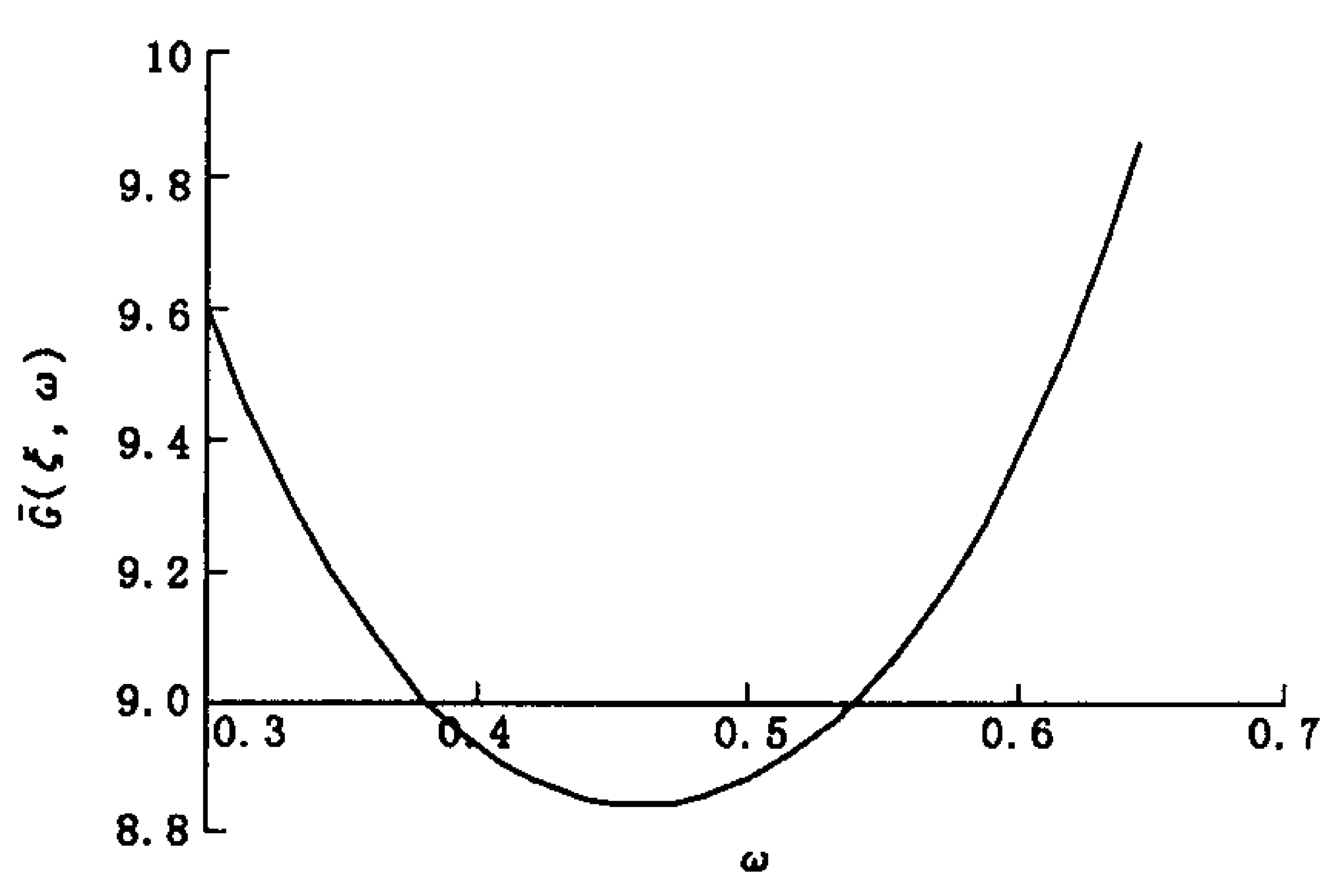

图 2 组 2 从属目标随ω 的变化曲线图

第二最优目标值分别为$\bar{J}^* = 11.57$、$\bar{G}^* = 4.28$。非劣 Nash 开环策略为$u_1^*(t) = 2.88\mathrm{e}^{0.1(t-8)}$、$u_2^*(t) = 2.35\mathrm{e}^{0.1(t-8)}$、$v_1^*(t) = 1.14\mathrm{e}^{0.08(t-8)}$、$u_2^*(t) = 0.58\mathrm{e}^{0.08(t-8)}$ 。两组最终的市场占有为 4.57 和 2.60。非劣 Nash 开环策略的最优值为 -10.75 和 0.093。

该算例尽管比较简单,但足以说明本文提出的非劣 Nash 开环策略的有效性。

5 结束语

本文提出了求解多组线性二次微分对策复杂动态系统的新方法,引入了非劣 Nash 策略的概念。该策略保证组内部局中人合作并得到非劣解,利用组与组之间的竞争得到 Nash 平衡解。证明了非劣 Nash 开环策略存在的充分必要条件,构造了以各组合作对策权重为变量的组与组之间的静态对策,求解该对策的 Nash

平衡点得到同时使第一目标非劣、第二目标最优或平衡的权向量,该向量由各类目标泛函的内在性质自适应确定,而不是人为评价获得。避开了人为构造组内合作权重的方法,使得问题的求解变的更加客观公正。

参考文献:

[1] Yang H, Yu J. On Essential Components of the Set of Weakly Pareto - Nash Equilibrium Points [J]. Applied Math Letter ,2002, 15 (3) : 553 -560.

[2] Engwerda J C. On the Open - Loop Nash Equilibrium in L - Q games [J]. J Economic Dynamics and Control , 1998 , 22 (5): 729 -763.

[3] Engwerda J C. Computational Aspects of the Open - Loop Nash Equilibrium in Linear Quadratic Games [J]. J Economic Dynamics and Control , 1998 , 22 (8 -9): 1487 - 1506.

[4] Khargonekar P P, Rotea M A. Multiple Objective Optimal Control of Linear Systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 36 (1): 14 -24.

[5] Salent S W ,Shaffer G. Optimal Asymmetric Strategies in Research Joint Ventures [J] . Lnternational Journal of Industrial Organization, 1998, 16 (2), 195 -208.

[6] Liu Y ,Simaan M A. Non - Inferior Nash Strategies for Multi - team Systems [J] . J Optim . Theory & Appl , 2004, 120 (1): 29 -51.

[7] Rincon - Zapatero J P, Martin - Herran G. Direct Method Comparing Efficient and Non - Efficient Payoffs in Differential Games [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2003, 119 (21): 395 -405.

[8] 年晓红,黄　琳. 微分对策理论及其应用研究的新进展[J]. 控制与决策,2004,19(2):128 - 133.

[9] 李登峰. 微分对策及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,2002.

(编辑:门向生)

Open - Loop Non - inferior Nash Strategies of Linear Quadratic Multi - Team Differential Games with Subordinate Objectives

LIANG Xiao - long[1], LI Bing - jie[1,2], YANG Yuan[3]

(1. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710053, China; 2. School of Science, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China; 3. The Engineering institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: The conceptions called non - inferior Nash strategies for linear quadratic multi - team differential games are introduced. The necessary and sufficient conditions for its existence are derived. The second objective within each team is investigated in the preconditions of Nash competition between the teams and of cooperation within each team. A static game between the teams for their cooperative weight vectors within each team is established, and the optimal weight vectors of satisfying the equilibrium for the second objectives between the teams are obtained. The open - loop non - inferior Nash strategies of satisfying the non - inferior optimum for the first objective and the equilibrium between the teams for the second objective are developed. Finally, an economic game example in two team systems is presented to illustrate the effectiveness of the strategy.

Key words: multi - team games; Nash equilibrium point; non - inferior Nash strategy; non - inferior reaction set