

# 一种新的变换域变步长批处理 LMS 算法及其应用

童宁宁, 冯存前, 张永顺

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

**摘要:**将变换域 LMS 算法和变步长 LMS 算法及批处理 LMS 算法相结合,提出了一种新的变换域变步长批处理 LMS 自适应算法,该算法融合了前面 3 种算法的优点,可以有效地降低输入信号的自相关程度,克服了固定步长因子所导致算法在快的收敛速度和较低的稳态误差之间存在的矛盾,并且实时性较好。计算机仿真结果表明该算法具有更快的收敛速度和更小的失调噪声,可以有效地应用于自适应收发隔离系统。

**关键词:**变换域 LMS 算法;变步长 LMS 算法;批处理 LMS 算法;自适应收发隔离

**中图分类号:** TJ07 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2006)01-0070-05

LMS 算法因其结构简单、稳定性好,一直是自适应滤波经典、有效的算法之一,被广泛地应用于自适应控制、雷达、系统辨识及信号处理等领域。但是这种固定步长的 LMS 自适应算法在收敛速率、跟踪速率及权失调噪声之间的要求是相互矛盾的,而且该算法在处理相关信号时,其收敛速度显著下降。为了克服这些缺点,人们发展了各种各样的 LMS 自适应改进算法。这些改进型算法归结起来有两个最为著名的研究方向,即:①变步长 LMS 算法<sup>[1~2]</sup>;②变换域 LMS 算法<sup>[3]</sup>。在本文的研究中,将这两种思想统一起来,结合 BLMS (Block LMS) 算法,提出了一种基于变换域和数据批处理技术的变步长 LMS 自适应滤波算法 (TDVSS - BLMS),并将其应用于干扰机的自适应收发隔离系统中进行了仿真,仿真结果表明该算法融合了变换域算法和变步长算法及 BLMS 算法的优点,具有更快的收敛速度和更小的权失调噪声,使得干扰机侦察接收信号的信干比大大提高。

## 1 变换域 LMS 算法 (TD - LMS)

我们知道,LMS 算法的收敛速度对输入信号的自相关函数阵特征值的分布很敏感,当信号为高度相关信号,其特征值分布太分散时(即最大特征值与最小特征值差异太大),算法的收敛速度就会很慢。基于这一点,人们提出了变换域 LMS 算法,其主要思想是将输入信号矢量进行正交变换以降低其自相关程度,并在变换域递归地估计各个采样点的功率,从而对自适应滤波器的各个权系数采用归一化的收敛因子,使各个权系数都获得最佳的收敛速率。这种算法明显提高了 LMS 算法的收敛速度。

设自适应滤波器的阶数为  $N$ ,在时刻  $n$  的输入信号向量为

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T \quad (1)$$

对输入信号向量进行正交变换后,得到一组新的输入样点,即时刻  $n$  相应的变换域向量  $\mathbf{X}(n) = [X_0(n), X_1(n), \dots, X_{N-1}(n)]^T$ ,用公式表示为

$$\mathbf{X}(n) = T[\mathbf{x}(n)] \quad (2)$$

而自适应滤波器的权系数向量为

$$\mathbf{W}(n) = [\omega_0(n), \omega_1(n), \dots, \omega_{N-1}(n)]^T \quad (3)$$

相应的,经过正交变换后得到变换域的权矢量  $\mathbf{W}(n)$  为

收稿日期:2005-04-15

基金项目:军队科研基金资助项目

作者简介:童宁宁(1963-),女,江苏太仓人,教授,主要从事雷达系统和雷达信号处理研究。



$$\mathbf{W}(n) = T[\mathbf{x}(n)] \quad (4)$$

则滤波器的输出信号为

$$y(n) = [\mathbf{W}(n)]^T \mathbf{X}(n) \quad (5)$$

因此误差信号为

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - [\mathbf{W}(n)]^T \mathbf{X}(n) \quad (6)$$

权系数的迭代方程变为

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mu e(n) \mathbf{D}^{-1} \mathbf{X}(n) \quad (7)$$

式中,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} E[X_0^2(n)] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E[X_1^2(n)] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E[X_{M-1}^2(n)] \end{bmatrix} \quad (8)$$

在实际中,只能用  $E[X_i^2(n)]$  的统计估计值  $\hat{\sigma}_{X_i}^2(n)$  来近似计算,并且常常使用时间平均来代替集合平均,时间平均的方法有:线性平均和指数平均。因为指数平均方便进行数值计算,且更有利于对时变信号进行估计,所以这里采用指数平均来计算,即

$$\hat{\sigma}_{X_i}^2(n) = \beta \hat{\sigma}_{X_i}^2(n-1) + (1-\beta) X_i^2(n), \quad i=0,1,\dots,N-1 \quad (9)$$

这里  $\beta$  为遗忘因子,是一个接近但小于1的正数,通常取值为0.99~0.999。

以上各式就构成了变换域 LMS 算法。这里对正交变换的选择有两个要求:一是变换后信号的正交性要好,即该变换应尽量接近理想的正交变换;二是变换应具有快速算法,可以大大减少变换的计算量。常用的正交变换有离散傅里叶变换(DFT)、离散 Hartley 变换(DHT)、离散余弦变换(DCT)等。其中 DCT 被认为是理想正交变换的较好近似,在变换域自适应滤波器中研究较多,因此在本文中也采用该变换。

## 2 新的变换域变步长批处理 LMS 算法(TDVSS - BLMS)

对式(7)进行分析,可知对于第  $i$  个权系数来说,它由下式

$$W_i(n+1) = W_i(n) + \frac{\mu}{\hat{\sigma}_{X_i}^2(n)} e(n) X_i(n) \quad (10)$$

给出,则第  $i$  个权系数的步长值为

$$\mu_i(n) = \frac{\mu}{\hat{\sigma}_{X_i}^2(n)} \quad (11)$$

由上式可以发现,在变换域算法中,实际上是采用功率归一化技术实现了变步长算法,这样就减少了收敛速度对输入信号功率的依赖性,进一步提高了算法的收敛速度。而且,由式(11)还可以得出,原算法中仅仅是采用功率归一化技术对每个权系数采用不同的收敛步长因子,而对整个算法的收敛步长因子  $\mu$  则没有采取任何措施。可以将  $\mu$  看作一个全局的收敛步长因子,因为它对于每个权系数来说都是相同的;那么相对于  $\mu$  来说,  $\mu_i(n)$  是因每个权系数而相异的,可以称其为局部收敛步长因子。也就是说,在变换域算法中,只有局部收敛步长因子  $\mu_i(n)$  是时变的,而全局收敛步长因子  $\mu$  是固定的。这样对于整个算法来说,只要  $\mu$  是固定不变的,就一定具有含固定步长的 LMS 自适应算法在收敛速率、跟踪速率及权失调噪声之间的要求上的相互矛盾。据此我们可以设想,如果依据变步长 LMS 算法对步长因子进行调整的原则,对  $\mu$  进行一定的有效控制,就一定能够得到比原来算法更好的结果。

另外,由于变换域 LMS 算法中引入了正交变换和功率归一化技术,虽然提高了算法的收敛速度和性能,但是不可否认地是,这些措施在客观上增加了运算量,不利于算法的实时性能。文献[4]在 BLMS 算法中利用数据分块处理技术减少了算法的迭代次数,那么我们也可以设法将此项技术巧妙地应用于变换域变步长 LMS 算法之全局收敛因子  $\mu(n)$  的调整中,以便能在不损害算法性能的前提下减少  $\mu(n)$  的调整次数,从而将在一定程度上减小运算量,我们称其为数据分批处理技术。注意,在 BLMS 算法中是每隔一个数据块调整一次权系数,而这里是每隔一个数据块调整一次全局收敛因子,这是二者的区别。实际上在这里我们只是

利用了 BLMS 算法的思想,并不是将其生搬硬套到新算法中。

根据文献[1]中关于变步长 LMS 算法的研究以及文献[4]中对于批处理 LMS 算法(BLMS)的讨论,我们将变换域 LMS 算法中的步长因子  $\mu$  设为时变值  $\mu(n)$ ,并且它的变化受以下各式约束:

$$p(n) = \alpha\mu(n) + \frac{\gamma}{L} \sum_{i=n-L+1}^n e(i)^2 \quad (12)$$

$$\mu(n+1) = \begin{cases} p(n) & n = kL, p(n) \in (\mu_{\min}, \mu_{\max}) \\ \mu_{\max} & n = kL, p(n) \geq \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & n = kL, p(n) \geq \mu_{\min} \\ p(n) & n \neq kL \end{cases} \quad (13)$$

这里,  $0 < \alpha < 1, \gamma > 0$ ;  $L$  是分批处理误差时数据块长度,它的选择要合适,既要选择得足够大以保证算法中使用误差数据块的均值特性,又不能取值太大以免算法的权值迭代过程太少而导致算法性能变差;参数  $k = 1, 2, 3, \dots$ , 即为正整数;算法开始之初的  $\mu(n)$  取  $\mu_{\max}$ , 并且根据文献[1]的论述,  $\mu_{\max}$  的选择应接近标准 LMS 算法不稳定的步长点,以提供最大的可能收敛速度,而  $\mu_{\min}$  则在稳定状态下,根据所预期的失调和算法的收敛速度做出一个合适的选择。因此,这时式(11)变为

$$\mu_i(n) = \frac{\mu(n)}{\sigma_{x_i}(n)} \quad (14)$$

相应的,权系数的迭代方程变为

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mu(n)e(n)\mathbf{D}^{-1}\mathbf{X}(n) \quad (15)$$

其中  $\mu(n)$  由式(12)、(13)给出。

以上式(12)、(13)、(14)、(15)即构成了新的变换域变步长批处理 LMS 算法——TDVSS - BLMS 算法。算法的特点是:在长为  $L$  的批处理数据块内的迭代过程中,整个算法的步长因子  $\mu(n)$  是固定不变的,只有每个权系数的步长值  $\mu_i(n)$  依据式(14)作相应的调整,这时新算法实际上是标准的变换域 LMS 算法;在每个数据块的结尾,计算过去  $L$  个误差数据的均方值,并将其代入式(12),依据式(12)、(13)对步长因子  $\mu(n)$  作出修正。这样一来,当自适应过程输出误差较大时,导致步长也比较大,这使得收敛速度加快;当自适应过程接近稳态时,输出误差将变得很小,从而导致步长减小,因此在最佳权系数附近可以得到很小的失调。并且由于  $\mu(n)$  的调整是以误差数据块为单位进行调整,这样既保证了算法的性能,又减小了运算量,使算法具有良好的实时性能。

### 3 计算机仿真

为了验证本文提出的 TDVSS - BLMS 算法的性能,我们将该算法与 LMS 算法及 TD - LMS 算法应用于电子干扰机的自适应收发隔离系统<sup>[5]</sup>中,利用计算机仿真对其进行比较。

在仿真中,假设侦察天线接收到的雷达信号为单频正弦连续波雷达信号,为了检验 3 种算法处理相关输入信号的性能,设干扰机施放的是遮盖性强相关色噪声干扰;为了加快标准 LMS 算法收敛速度,将其步长选为  $\mu = 0.01$ ; TD - LMS 算法中正交变换采用 DCT 变换,步长为  $\mu = 0.007$ , 参数  $\beta = 0.99$ ; TDVSS - BLMS 算法的参数为:  $\beta = 0.99, \alpha = 0.97, \gamma = 0.02, \mu_{\min} = 0.0002, \mu_{\max} = 0.07, L = 10$ , 仍采用 DCT 变换;自适应滤波器阶数为  $N = 2$ 。

仿真结果如图 1 所示,图 1(a)是传播到侦察接收机的雷达信号,图 1(b)是干扰机产生的压制性干扰信号,图 1(c)是侦察接收机实际接收到的信号,包含有噪声干扰和雷达信号,可以看出,有用信号被干扰噪声所淹没,很难检测出来。图 1(d)、(e)、(f)分别是 3 种算法的收敛情况,从中可以看出,虽然仿真时为了加快收敛速度而将标准 LMS 算法的步长选择得比 TD - LMS 算法的步长大,但是它直到第 1 000 次迭代时还没有收敛,TD - LMS 算法约到第 400 次迭代时收敛,显然其收敛速度比标准 LMS 算法要快很多,而本文提出的 TDVSS - BLMS 算法约在第 250 次迭代时收敛,其收敛速度较之 TD - LMS 算法又有了比较明显的提高。图 1(g)、(h)、(i)分别显示的 3 种算法收敛之后的结果,为了方便进行比较,在图中均显示的是采样点数 4 000 ~ 10 000 之间的波形。比较 3 种算法稳态时的结果,可知本文提出算法的稳态误差最小,收敛结果最好。因此,仿真结果充分说明了新算法的优越性。



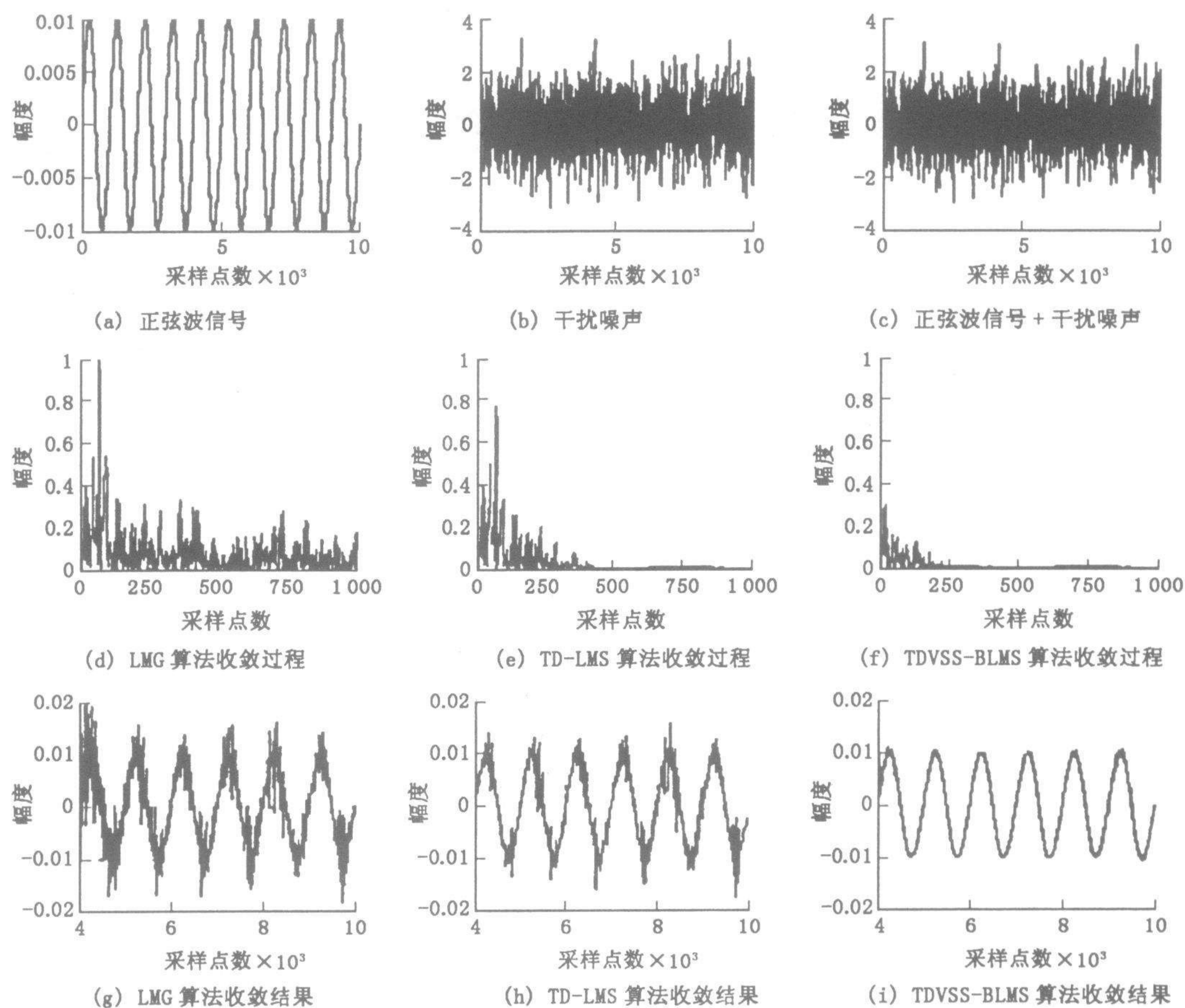


图1 3种算法的计算机仿真结果

## 4 结论

天线收发隔离问题是制约机载有源干扰系统的一个重要因素,而自适应收发隔离技术的核心问题又是自适应算法的研究。传统的 LMS 自适应算法在输入信号自相关矩阵的特征值分布较大时,算法收敛缓慢,同时,固定的步长因子又导致算法在快的收敛速度和较低的稳态误差之间存在矛盾,这样就影响了自适应收发隔离系统的性能和稳定性。因此,本文通过分析比较提出了一种新的变换域变步长批处理 LMS 自适应算法,并将其应用于干扰机自适应收发隔离系统进行了计算机仿真验证,理论分析和计算机仿真结果均表明新算法收敛速度快,失调小,具有良好的有效性和优越性。

### 参考文献:

- [1] Krstajic B, Stankovic LI, Uskokovic Z. An Approach to Variable Step - size LMS Algorithm[J]. Electronics Letters, 2002, 38(16): 927 - 928.
- [2] Aboulnasr T, Mayyas K. A Robust Variable Step - Size LMS - Type Algorithm; Analysis And Simulation[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1997, 45(3): 631 - 639.
- [3] Beaufays F, Widrow B. Transform - Domain Adaptive Filters; An Analytical Approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(2): 422 - 431.
- [4] Clark G A. Block Implementation of Adaptive Digital Filter[J]. IEEE Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, 1981, ASSP 29(3): 744 - 754.
- [5] 冯存前, 张永顺, 童宁宁. 基于小波变换的 LMS 自适应收发隔离算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2004, 5(5): 50 - 53.

(编辑:田新华)



## A New Transform Domain Variable Step - Size BLMS Algorithm and Its Application

TONG Ning - ning, FENG Cun - qian, ZHANG Yong - shun

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

**Abstract:** The transform domain LMS algorithm is integrated with variable step - size LMS algorithm and BLMS algorithm, from which a new transform domain variable step - size BLMS adaptive algorithm is presented. The algorithm, which has the advantages of the above three algorithms, can reduce the cross - correlation of input signals effectively and overcome the conflict, caused by the fixed step - size factor, between high convergence rate and low steady - state maladjustment in LMS algorithm, simultaneously it has a better real time behavior. The computer simulation results indicate that the new algorithm has higher convergence rate, lower maladjustment noise and can be applied effectively to the antenna adaptive transmitter - receiver isolation system of jammer.

**Key words:** transform domain LMS algorithm; variable step - size LMS algorithm; block LMS algorithm; adaptive transmitter - receiver isolation

.....  
(上接第 66 页)

- [6] Chun Loo, John S Butterworth. Land Mobile Satellite Channel Measurement and Modeling[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, 86(7): 1442 - 1463.
- [7] Rec. ITU - R P. 618 - 8. Propagation Data and Prediction Methods Required for the Design of Earth - space Telecommunication Systems[S].
- [8] 刘芸江, 黄国策, 甄蜀春, 等. 雨衰条件下卫星信道容量的性能分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2004, 5(4): 50 - 52.

(编辑: 门向生)

## A Study of Turbo - OFDM Technique for Land Mobile Satellite Channel in Ka Band

LI Yun - yun<sup>1</sup>, DA Xin - yu<sup>1,2</sup>

(1. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China; 2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** A Turbo coded OFDM ( Turbo - OFDM ) technique is proposed for Ka - band land mobile satellite communication channel. The propagating characteristics of Ka - band satellite communication channel are discussed and LMS channel models are constructed. According to the Ka - band LMS channel model presented by Chun Loo, A Turbo - OFDM system model is constructed, and its performance is analyzed. The results show that the technique is good in performance.

**Key words:** Ka band; Turbo code; orthogonal frequency division multiplexing; land mobile satellite