

# 双基地雷达定位误差模型与保精度空域划分方法

朱永文, 娄寿春

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

**摘要:**在分析影响定位精度因素的前提下,采用合理的假设对定位方程泰勒展开,建立距离和-角度定位算法的误差模型;在此基础上利用双基地雷达接收站的双基地角和与目标的距离,将误差模型进行分解,建立双基地雷达距离和-角度定位跟踪的保精度空间区域划分方法;通过仿真算例,可以看出建立的误差模型符合实际情况,保精度空域划分方法可行。

**关键词:**距离和-角度定位算法;泰勒展开;误差分析;空域划分

**中图分类号:** TP391.9    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1009-3516(2006)01-0020-03

双基地雷达是将收、发设备分置于不同地域,利用电波的时空特性实现对空中目标的探测与跟踪。在雷达定位误差模型研究方面,文献[1]在考虑了雷达自身定位误差和目标位置误差的情况下,建立了多站警戒雷达多数据融合定位误差模型;文献[2]利用极大似然估计建立了两坐标雷达网目标定位误差分析。但有关双基地雷达距离和-角度定位算法误差模型、保精度空域划分方法研究文献很少。本文在分析影响定位精度因素的前提下,利用双基地平面关系将空间问题降为平面二维处理,建立距离和-角度定位算法误差分析模型和保精度空域划分方法。

## 1 建模思路

为了将空间三维问题降为平面二维处理,将双基地雷达照射站  $T_x$ 、接收站  $R_x$  与空中目标  $T_g$  组成双基地平面,运用双基地平面关系实现空间三维问题的降维处理,建立如图1所示的双基地平面坐标系<sup>[3]</sup>,图中  $x$  轴以发射站  $T_x$  到接收站  $R_x$  为正,  $y$  轴以指向天顶为正。假设目标的真实位置  $(x_0, y_0)$ , 定位估计位置  $(x, y)$ ;  $\theta_{T0}, \theta_{R0}$  为目标真实位置与照射站  $T_x$ 、接收站  $R_x$  组成的双基地角;  $r_{T0}, r_{R0}$  为目标真实位置与  $T_x, R_x$  的距离;  $T_x$  的位置  $(x_T, y_T)$ ;  $R_x$  的位置  $(x_R, y_R)$ ;  $\beta$  为双基地角;  $L$  为双基地基线距离。

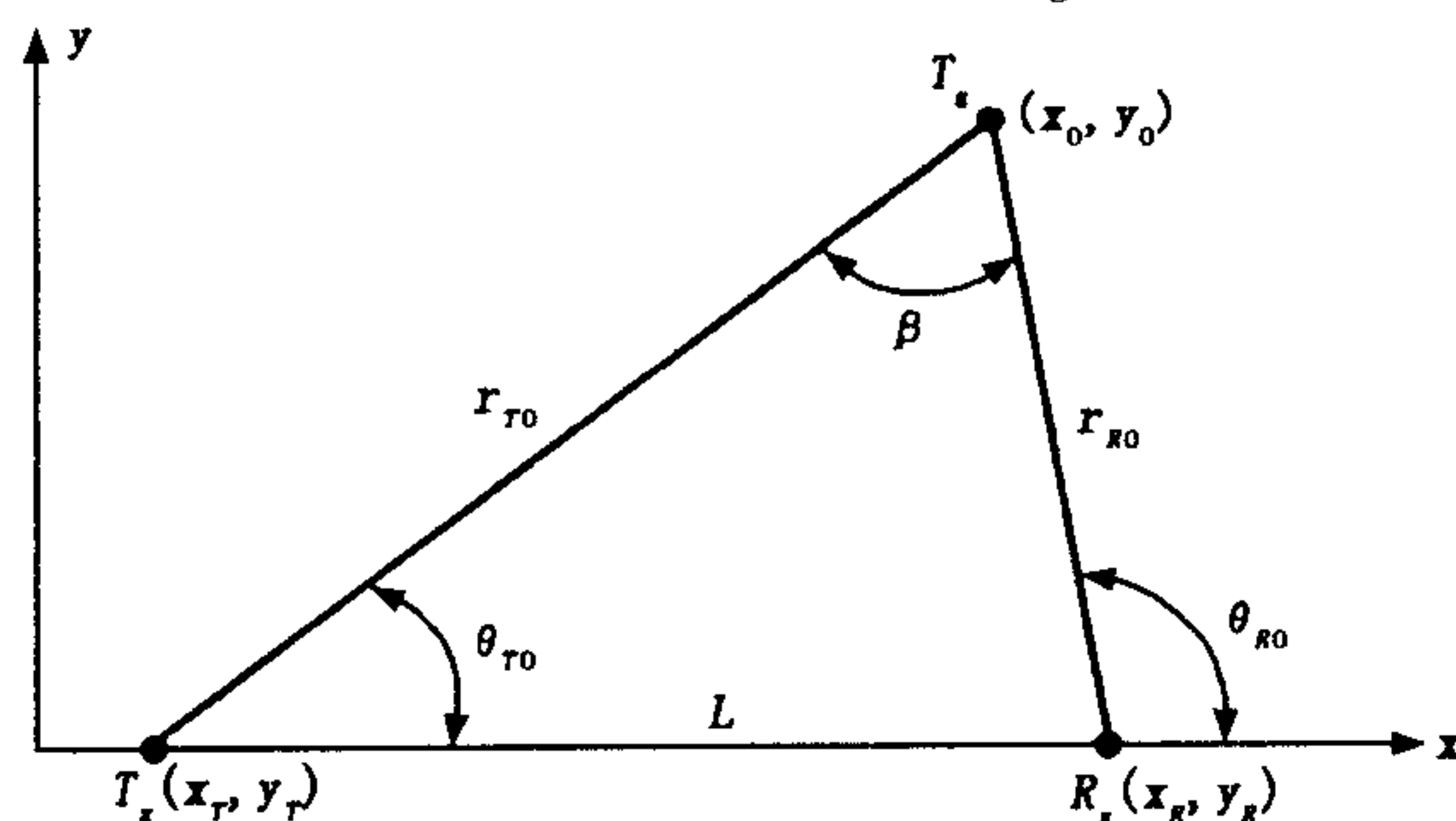


图1 双基地雷达平面几何关系

双基地雷达距离和-角度定位误差分为3部分:一是测量因素引起的误差,如角度、距离测量误差等,误差一般可以假定它们服从高斯分布;二是几何因素,如目标与双基地雷达收、发设备相对位置关系;三是参数因素,如在距离和-角度定位算法中雷达收、发设备定址误差。对于参数误差,随着技术的发展,它的精度可以达到很高,在影响距离和-角度定位精度中,测量因素、几何因素是最主要,从而可以忽略参数误差的影响。根据距离和-角度定位算法,可得:

收稿日期:2005-04-07

基金项目:国防科技预研基金资助项目(41306020202)

作者简介:朱永文(1978-),男,安徽天长市人,博士生,主要从事作战建模与仿真研究;

娄寿春(1940-),男,河北清县人,教授,博士生导师,主要从事防空装备体系论证研究。

$$R_s = \sqrt{(x-x_T)^2 + (y-y_T)^2} + \sqrt{(x-x_R)^2 + (y-y_R)^2} + n_s \quad (1) \quad ; \quad \theta_R = \arctan \frac{y-y_R}{x-x_R} + n_\theta \quad (2)$$

其中:  $R_s$  为测量的距离和;  $\theta_R$  为测量的双基地接收角;  $n_s$  为距离和测量噪声, 服从零均值的高斯分布;  $n_\theta$  为测角噪声, 服从零均值的高斯分布。

## 2 误差模型

在不考虑发射站、接收站定位误差情况下, 对式(1)、式(2)进行泰勒展开, 可得:

$$R_s = R_{s0} + \left( \frac{x_0 - x_T}{r_{T0}} + \frac{x_0 - x_R}{r_{R0}} \right) (x - x_0) + \left( \frac{y_0 - y_T}{r_{T0}} + \frac{y_0 - y_R}{r_{R0}} \right) (y - y_0) + n_s \quad (3)$$

$$\theta_R = \arctan \frac{y-y_R}{x-x_R} + \left[ -\frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} \quad \frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} \right] \Delta X + n_\theta = \theta_{R0} + \left[ -\frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} \quad \frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} \right] \Delta X + n_\theta \quad (4)$$

其中:  $R_{s0}$  为真实目标位置的距离和;  $\Delta X = [x - x_0 \quad y - y_0]^T$  为空中目标的位置估计偏差。根据图 1 中的几何关系得:

$$\cos \theta_{T0} = \frac{x_0 - x_T}{r_{0T}} \quad ; \quad \sin \theta_{T0} = \frac{y_0 - y_T}{r_{0T}} \quad ; \quad \cos \theta_{R0} = \frac{x_0 - x_R}{r_{0R}} \quad ; \quad \sin \theta_{T0} = \frac{y_0 - y_R}{r_{0R}}$$

可以进一步将式(3)、式(4)改写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} R_s \\ \theta_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s0} \\ \theta_{R0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_{T0} + \cos \theta_{R0} & \sin \theta_{T0} + \sin \theta_{R0} \\ -\frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} & -\frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_s \\ n_\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

进一步, 令  $D = [R_s \quad \theta_R]^T$ ;  $D_0 = [R_{s0} \quad \theta_{R0}]^T$ ;  $N = [n_s \quad n_\theta]^T$ ;  $X_0 = [x_0, y_0]^T$ ;  $X = [x, y]^T$

$$H = \begin{bmatrix} \cos \theta_{T0} + \cos \theta_{R0} & \sin \theta_{T0} + \sin \theta_{R0} \\ -\frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} & -\frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} \end{bmatrix}$$

则式(5)可以写成

$$D = D_0 + H\Delta X + N \quad (6)$$

假定测量噪声彼此独立,  $P_N = E[NN^T] = \text{diag}(\sigma_s^2, \sigma_\theta^2)$  为测量噪声协方差矩阵。设定双基地雷达距离和-角度定位测量是在理想情况下取得, 对应下式(7)取得极小值:

$$J = E[N^T P_N^{-1} N], \quad N = D - D_0 - H\Delta X \quad (7)$$

可以得到:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta X} = -2H^T P_N^{-1} [D - D_0 - H\Delta X] = 0 \quad (8)$$

由式(8)得到:

$$\Delta \hat{X} = \Delta X + (H^T P_N^{-1} H)^{-1} H^T P_N^{-1} N \quad (9)$$

其中,  $\Delta \hat{X}$  为理想位置测量偏差,  $\hat{X}$  为理想位置测量值。对于  $\hat{X} = X + \Delta \hat{X}$ ,  $X = X_0 + \Delta \hat{X}$  来说, 可得到

$$\hat{X} = X + (H^T P_N^{-1} H)^{-1} H^T P_N^{-1} N \quad (10)$$

利用式(10), 可得目标定位的协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{\sigma_x \sigma_y} \\ \rho_{\sigma_x \sigma_y} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = E[(\hat{X} - X)(\hat{X} - X)^T] = H^{-1} P_N (H^{-1})^T \quad (11)$$

对矩阵  $H$  求逆, 可得:

$$H^{-1} = \frac{r_{R0}}{1 + \cos \beta} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} + (\sin \theta_{T0} + \sin \theta_{R0}) \\ \frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} + (\cos \theta_{T0} + \cos \theta_{R0}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(12)带入式(11), 可得协方差

$$\sigma_x^2 = \frac{r_{R0}^2}{(1 + \cos \beta)^2} \left[ \left( \frac{\cos \theta_{R0}}{r_{R0}} \right)^2 \cdot \sigma_s^2 + (\sin \theta_{T0} + \sin \theta_{R0})^2 \sigma_\theta^2 \right] \quad (13)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{r_{R0}^2}{(1 + \cos \beta)^2} \left[ \left( \frac{\sin \theta_{R0}}{r_{R0}} \right)^2 \sigma_s^2 + (\cos \theta_{T0} + \cos \theta_{R0})^2 \sigma_\theta^2 \right] \quad (14)$$

根据式(13)、式(14)可得 GDOP(Geometric Dilution Of Precision) 为

$$\text{GDOP} = \sqrt{\frac{\sigma_s^2}{(1 + \cos \beta)^2} + \frac{2r_{R0}^2 \sigma_\theta^2}{(1 + \cos \beta)}} \quad (15)$$

从式(15)中可以看出,当双基地角为零,即目标处在基线的延长线上,并且是在接收基地一方,定位精度最高;当目标在双基地基线附近,双基地角接近  $180^\circ$ ,定位精度最差。式(15)所代表的距离和 - 角度定位算法的误差模型,它没有考虑到测量平台的定位误差,如果要考虑测量平台本身的定位误差,可以将它折算到距离和误差与测角误差中去。

### 3 保精度空间定位区域划分

对式(15)来说,当确定了双基地角  $\theta_{R0}$  和接收站到目标的距离  $r_{R0}$  就可以计算出相应的 GDOP 值。如果根据  $\text{GDOP} \leq \delta$  的要求,就可以在某个已知的  $\theta_{R0}$  情况下,确定一个  $r_{R0}$ 。现以接收站为基准建立直角坐标系,以双基地角  $\theta_{R0}$  和接收站到目标的距离  $r_{R0}$  完成对空域划分,形成以某个  $\theta_{R0}$  和  $r_{R0}$  围绕基线旋转形成的锥面剖分法。根据图 1 的几何关系可得:

$$r_{T0}^2 = L^2 + r_{R0}^2 - 2Lr_{R0} \cos(\pi - \theta_{R0}) \quad (16) \quad ; \quad \cos \beta = (r_{T0}^2 + r_{R0}^2 - L^2) / 2r_{T0}r_{R0} \quad (17)$$

由式(16)、(17)可得: 
$$\cos \beta = \frac{r_{R0} + L \cos \theta_{R0}}{\sqrt{L^2 + r_{R0}^2 + 2Lr_{R0} \cos \theta_{R0}}} \quad (18)$$

则,可以根据式(18)、式(15)计算出相应 GDOP 的数值。

算例:现有一个双基地雷达系统,基线长度为 60 km,距离和方差  $\sigma_s = 5$  m,测角误差  $\sigma_\theta = 5'$ ,对应满足  $\text{GDOP} \leq 40$  m。计算结果如图 2 所示。从图上可以看出,对应于不同的双基地角  $\theta_{R0}$ 、不同的  $r_{R0}$  可以算出不同的 GDOP 数值。图上用点表示的区域满足  $\text{GDOP} \leq 40$  m,用“\*”表示的区域不满足 GDOP 要求。当双基地角接近  $180^\circ$ ,  $\theta_{R0} = 3$  rad 明显看出定位误差增大。选择不同的  $\theta_{R0}$  值可以算出满足条件的  $r_{R0}$  值,从而完成整个保精度定位区域的划分。

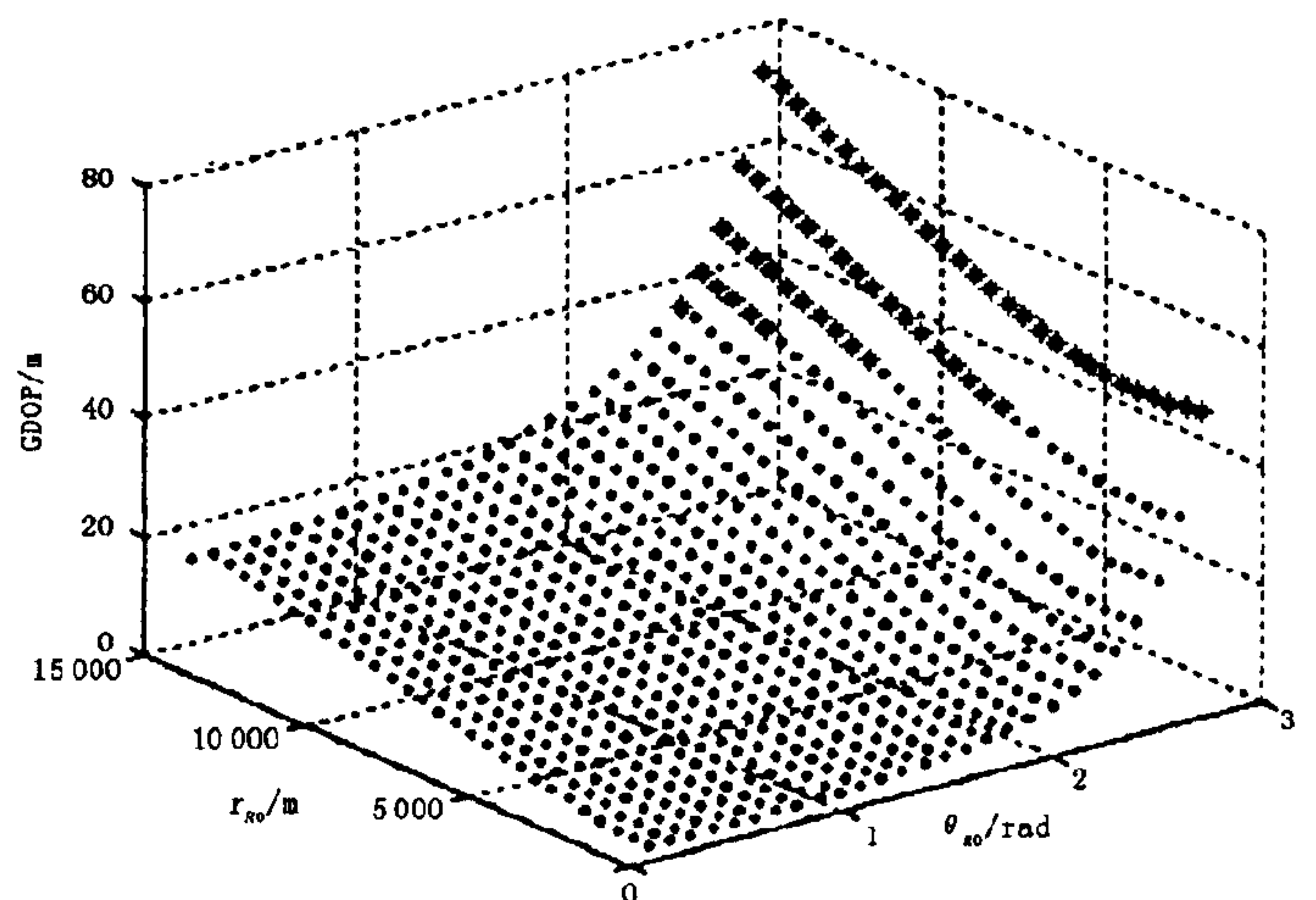


图 2 算例计算结果

#### 参考文献:

- [1] 赵振山,杨万海. 组网雷达对目标三维定位精度仿真分析[J]. 电子对抗技术. 2003,18(1):39-42.
- [2] 王国宏,许建峰,毛士艺. 2D 雷达组网中目标高度估计误差的 Cramer-Rao 限[J]. 航空学报,2004,25(1):66-68.
- [3] 杨振起,张永顺,骆永军. 双(多)基地雷达系统[M]. 北京:国防工业出版社,1998.
- [4] 张永顺. 双基地雷达对隐身涂敷小球探测面积计算[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(5):24-27.

(编辑:田新华)

## The Error Model of Azimuth and Elevation Measurements in Bistatic Radar

ZHU Yong-wen, LOU Shou-chun

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

**Abstract:** On the premise of analysis of the factors that influence the accuracy of position fixing, an error model of the azimuth and elevation measurement is built up by Taylor launch. The calculated example in simulation shows that the established error margin model tallies with the actual situation.

**Key words:** measurement of azimuth and elevation; Taylor launch; error margin analysis