

高斯型良导体随机粗糙面散射系数的数值计算

闫沛文, 童创明, 邓发升

(空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800)

摘要: 采用矩量法计算狄利克莱边界条件下一维高斯型随机粗糙面的收发分置的散射系数, 运用脉冲基函数和点匹配的矩量法, 在入射波为锥形波条件下, 分析了两种频谱函数下的仿真结果。结果表明, 该随机面仿真粗糙导体面效果较好, 为电磁环境建模提供了一种方法。

关键词: 矩量法; 高斯粗糙面; 收发分置的散射系数

中图分类号: TN011 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2005)04-0091-04

随机粗糙面的电磁散射理论和研究近年来发展很快, 尤其在雷达探测、材料物理、光学、天文学等领域有广泛应用。研究方法主要包括近似方法和数值方法, 近似方法主要是基尔霍夫近似和微扰法近似, 这种方法公式简单, 计算速度快, 但精度较低; 数值方法主要是矩量法^[1]外加各种快速算法, 其精度较高, 仿真结果能更准确地反映实际物理意义。本文运用高斯粗糙面仿真一维粗糙导体面, 用矩量法求得散射场, 给出了散射角和散射系数的关系。

1 基本理论

1.1 一维随机粗糙面的产生

粗糙面采用高斯谱、海洋谱的两种高斯型粗糙面。产生粗糙面的算法如下: 给定一个种子, 产生 N 个均值为 0、方差为 1 的高斯分布的随机数 r_1, r_2, \dots, r_n ; 粗糙面的方程^[2]为

$$f(x_m) = \frac{1}{L} \sum_{n=-N/2+1}^{N/2} b_n e^{\frac{j2\pi n x_m}{L}} \quad (1)$$

其中

$$b_0 = \sqrt{2\pi L W(0)} r_\alpha \quad (2a)$$

$$b_{\pm \frac{N}{2}} = \sqrt{2\pi L W\left(\frac{\pi N}{L}\right)} r_\beta \quad (2b)$$

α, β 为其中任意两个不同的随机数。当 $n = -\frac{N}{2} + 1, \dots, -2, -1$ 时

$$b_n = \sqrt{2\pi L W(|K_n|)} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (r_\sigma + jr_\xi) \right\} \quad (\sigma, \xi \text{ 为其它 } N-2 \text{ 个相异的随机数}) \quad (3)$$

$$\text{当 } n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \text{ 时 } \quad b_n = b_{-n}^* \quad (4)$$

式中: N 为粗糙面上的取样点数; L 为粗糙面长度; $W(|k_x|)$ 为高斯谱或海洋谱函数, 采用不同的谱函数, 粗糙面的性质有所差异。下面分别介绍这两种谱函数。

1) 高斯谱函数^[3]

收稿日期: 2004-09-17

基金项目: 空军工程大学学术(联合)基金资助项目(KGD-XL02-2004-02)

作者简介: 闫沛文(1980-), 男, 甘肃景泰人, 硕士生, 主要从事电磁场数值计算研究;

童创明(1964-), 男, 湖北黄冈人, 教授, 主要从事雷达系统、电磁场数值计算研究。

$$W(|k_x|) = \frac{h^2 l}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{k_x^2 l^2}{4}} \tag{5}$$

式中 l 为相关长度, h 为均方根高度。

2) 海洋谱函数^[3]

$$W(|k_x|) = \frac{S(|k_x|)}{2} \tag{6a}$$

其中

$$S(k_\rho) = \begin{cases} \frac{a_0}{k_\rho^3} \left(\frac{bk_\rho u_*^2}{g^*} \right)^{\text{alog}_{10}(\frac{k_\rho}{k_j})} & k_\rho > k_j \\ \frac{b_0}{k_\rho} \exp\left[-0.74 \left(\frac{k_c}{k_\rho}\right)^2\right] & k_\rho \leq k_j \end{cases} \tag{6b}$$

式(6) 有关参数见文献[3]。

1.2 积分方程和矩阵方程

考虑入射波 $\Psi_{inc}(\mathbf{r})$ 入射到随机粗糙面上,其散射模型如图 1。在二维散射问题中, $\mathbf{r} = x\hat{x} + z\hat{z}$, 波函数为 $\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}(\mathbf{r}) + \Psi_s(\mathbf{r})$, $\Psi_s(\mathbf{r})$ 为散射波,波函数满足方程 $(\nabla^2 + k^2)\Psi = 0$, 二维格林函数满足 $(\nabla^2 + k^2)g(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ 。在粗糙面的上半空间,利用格林第二恒等式,应用波函数和格林函数满足的方程,得积分方程^[2]

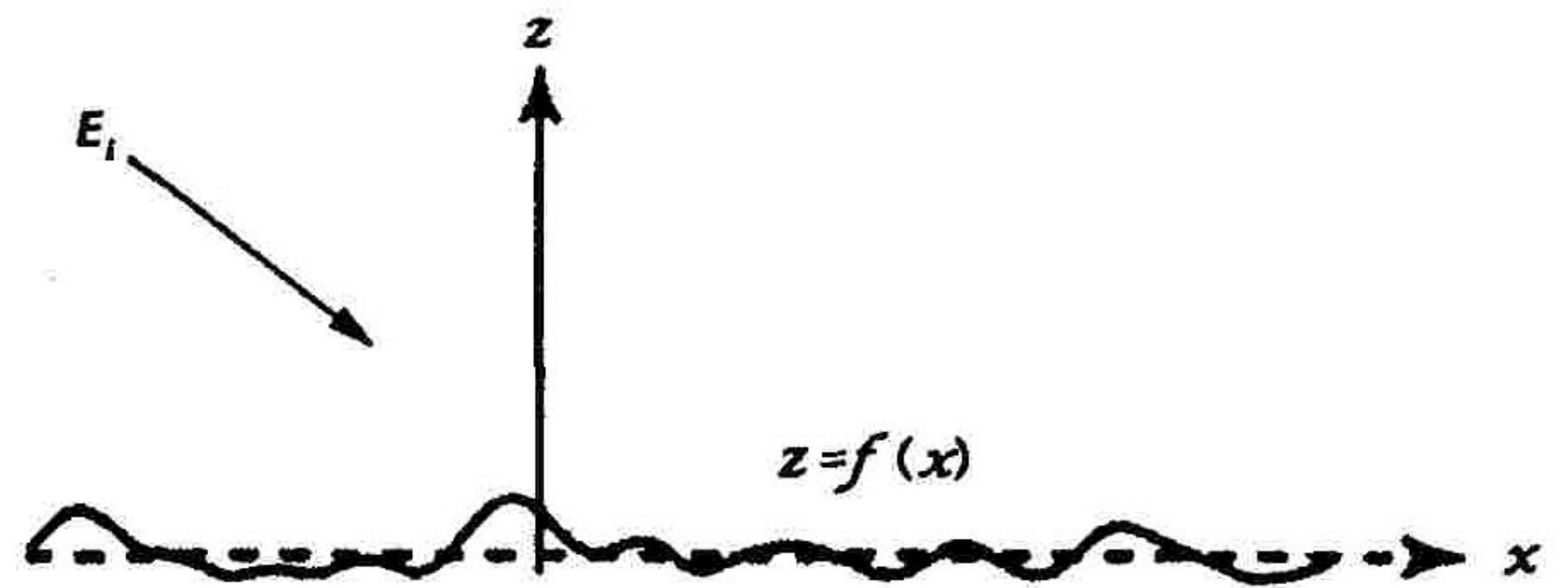


图 1 一维粗糙面的散射模型

$$\Psi_{inc}(\mathbf{r}') + \int_S \hat{n} \cdot [\Psi(\mathbf{r})g(\mathbf{r},\mathbf{r}') - g(\mathbf{r},\mathbf{r}')\nabla\Psi(\mathbf{r})] ds = \begin{cases} \Psi(\mathbf{r}') & \mathbf{r}' \in V_0 \\ 0 & \mathbf{r}' \in V_1 \end{cases} \tag{7}$$

狄利克莱边界条件表示波为 TE,即横电波的情况,表面为良导体。则电场为 $\mathbf{E} = \hat{y}\Psi$, 即 $\Psi(\mathbf{r})|_S = 0$, 代入上面积分方程,如果 \mathbf{r},\mathbf{r}' 都趋向于粗糙面表面,则得表面积分方程为

$$\Psi_{inc}(\mathbf{r}') = \int_S g(\mathbf{r},\mathbf{r}') \hat{n} \cdot \nabla\Psi(\mathbf{r}) ds \tag{8}$$

即 EFIE。

选取脉冲基函数和点匹配法^[4] 将表面积分方程式(8) 转化为矩阵方程,且表面限制在 $-L/2$ 令

$$b(x') = \Psi_{inc}(x',f(x')) \tag{9}$$

再令 $U(x) = \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2} (\hat{n} \cdot \nabla\Psi(\mathbf{r}))E = f(\mathbf{r})$ 为未知量,则

$$\Delta x \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N K(x_m, x_n) U(x_n) + \left(\int_m K(x_m, x) dx \right) U(x_m) = b(x_m) \tag{10}$$

其中, $m = 1, 2, \dots, N$ 。

当 $n = m$ 时,需作奇异性处理^[4], 当 $|\omega| \rightarrow 0$ 时,汉克尔函数的近似表达式为

$$H_0^{(1)}(\omega) \approx 1 + j \frac{2}{\pi} \text{Ln}\left(\frac{\gamma\omega}{2}\right) \tag{11}$$

其中欧拉常数 $\gamma = 1.781 07$, 再作进一步近似

$$-f(x_m) + f(x) \approx f'(x_m)(x - x_m) \tag{12}$$

$$\text{则 } \int_{\Delta S_m} K(x_m, x) dx \approx \frac{j}{2} \int_0^{\Delta x/2} \left[1 + j \frac{2}{\pi} \text{Ln}\left(\frac{\gamma k x \sqrt{1 + (f'(x_m))^2}}{2}\right) \right] dx = \frac{j\Delta x}{4} \left\{ 1 + j \frac{2}{\pi} \text{Ln}\left(\frac{\gamma k}{4e} \Delta l_m \right) \right\} \tag{13}$$

其中

$$\Delta l_m = \Delta x \sqrt{1 + (f'(x_m))^2} \tag{14}$$

则矩阵方程和矩阵元素^[2] 为

$$\sum_{n=1}^N A_{mn} U_n = b_m \tag{15}$$

$$A_{mn} = \begin{cases} \Delta x K(x_m, x_n) & \text{当 } m \neq n \\ \left[\frac{j\Delta x}{4} \left[1 + j \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k}{4e} \Delta l_m \right) \right] \right] & \text{当 } m = n \end{cases} \quad (16)$$

1.3 入射波和收发分置的散射系数

在数值计算中,粗糙面的范围是 $|x| \leq L/2$, 即假定 $|x| > L/2$ 时表面电流为零;选取入射波为锥形波^[1], 这样便避免了表面电流的突变。忽略边界效应, 即为

$$\Psi_{inc}(\mathbf{r}) = \exp[jk(x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)(1 + \omega(\mathbf{r}))] \exp\left[-\frac{(x + z \tan \theta_i)^2}{g^2}\right] \quad (17)$$

$$\omega(\mathbf{r}) = \frac{\left[2 \frac{(x + z \tan \theta_i)^2}{g^2} - 1\right]}{(kg \cos \theta_i)^2} \quad (18)$$

式中 g 为锥形参数, 本文取 $g = L/4$ 。

收发分置的散射系数为^[3]

$$\sigma(\theta_s) = \frac{|\psi_s^{(N)}(\theta_s)|^2}{8\pi kg \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cos \theta_i \left[1 - \frac{1 + 2 \tan^2 \theta_i}{2k^2 g^2 \cos^2 \theta_i}\right]} \quad (19)$$

其中

$$\psi_s^{(N)}(\theta_s) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) e^{-jk(\sin \theta_s x + f(x) \cos \theta_s)} dx \quad (20)$$

为散射场。

2 计算结果

下面通过计算两种谱函数粗糙面的散射系数来检验仿真结果的正确性。

1) 高斯谱函数的高斯粗糙面^[2]

图 2 为粗糙面高度和横坐标的关系, 图 3 为收发分置的散射系数和散射角的关系, 有关参数: 划分点数 $N = 256$, 种子数 $seed = 123\ 456$, 波长 $\lambda = 1.0\text{ m}$, 间隔 $\Delta x = 0.1\text{ m}$, 粗糙面长度 $L = 25.6\lambda$, 入射角 $\theta_i = 30^\circ$, 均方根高度 $h = 0.05$, 相关长度 $L = 0.35$, 锥形数 $g = L/4$, 结果为计算 100 个随机粗糙面散射系数的平均值。

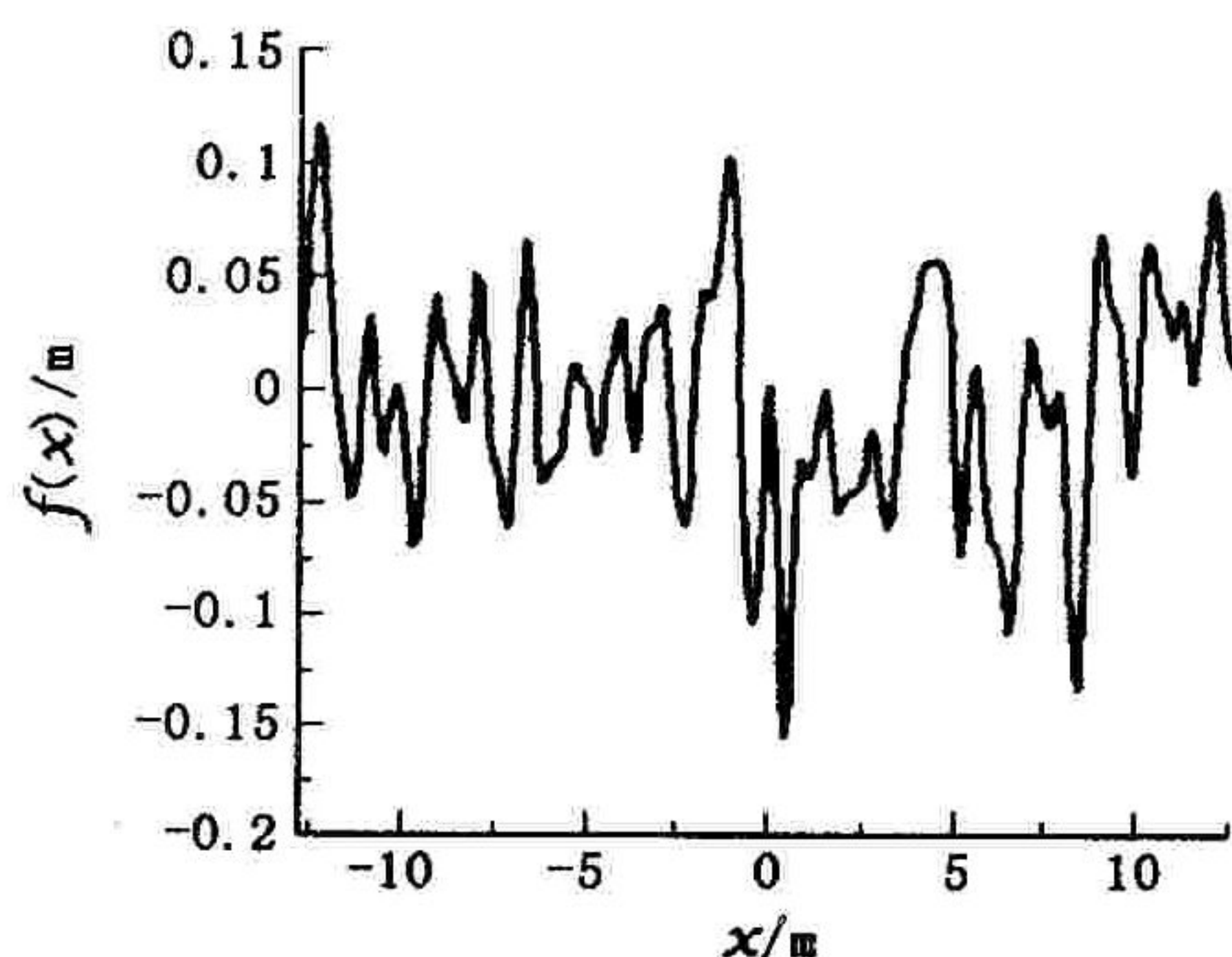


图 2 高斯谱粗糙面高度和横坐标的关系

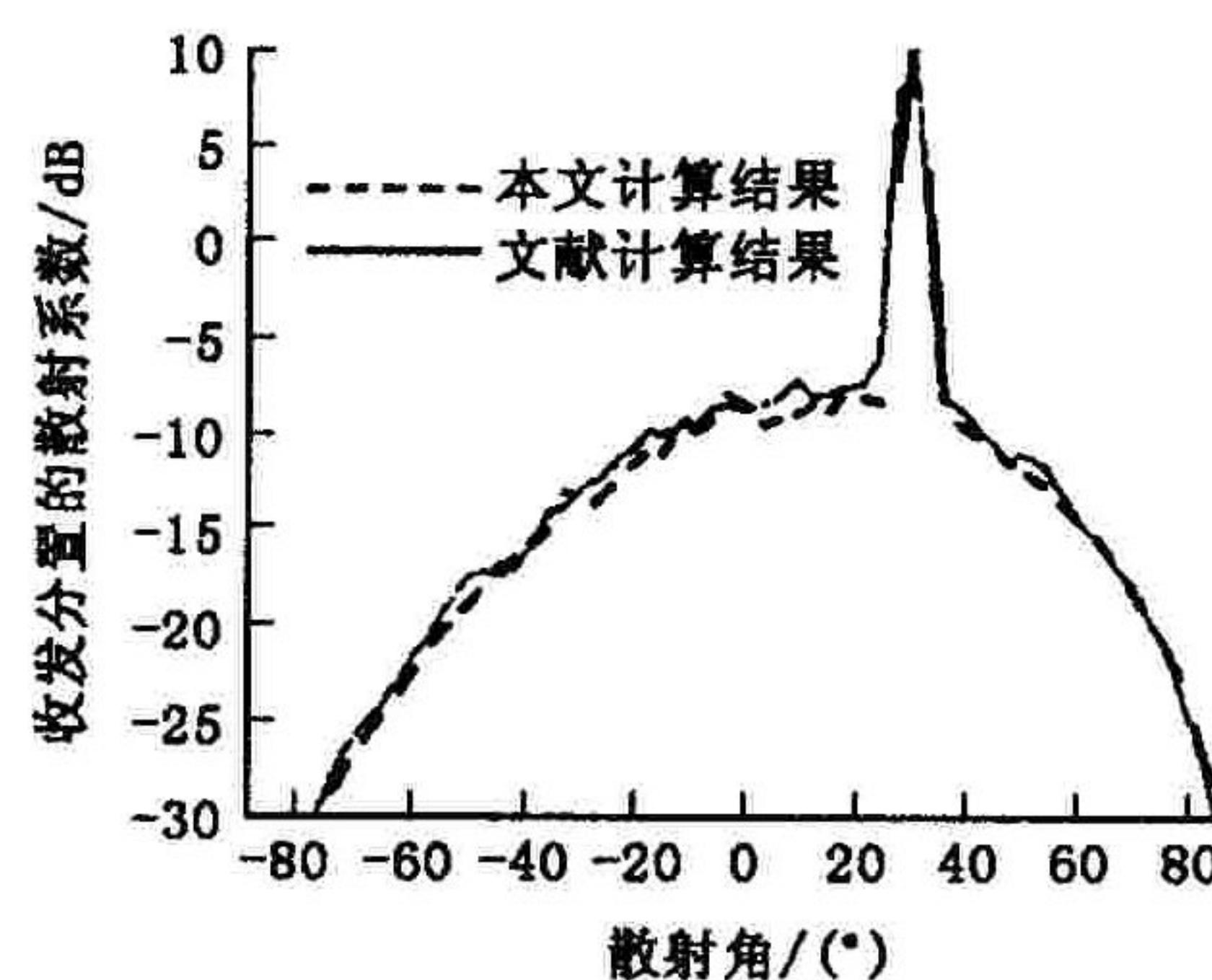


图 3 收发分置的散射系数与散射角的关系

2) 海洋谱的高斯粗糙面^[2]

图 4 为粗糙面高度和横坐标的关系, 图 5 为收发分置的散射系数和散射角的关系, 有关参数: $N = 256$, $\Delta x = \lambda/10$, $seed = 123\ 456$, $f = 19\text{ GHz}$, $L = 25.6\lambda$, $\theta_i = 50^\circ$, 低频截止 $k_L = 100\text{ m}^{-1}$, 高频截止 $k_U = 4\ 000\text{ m}^{-1}$, $g = L/4$, 结果为计算 100 个随机粗糙面散射系数的平均值。

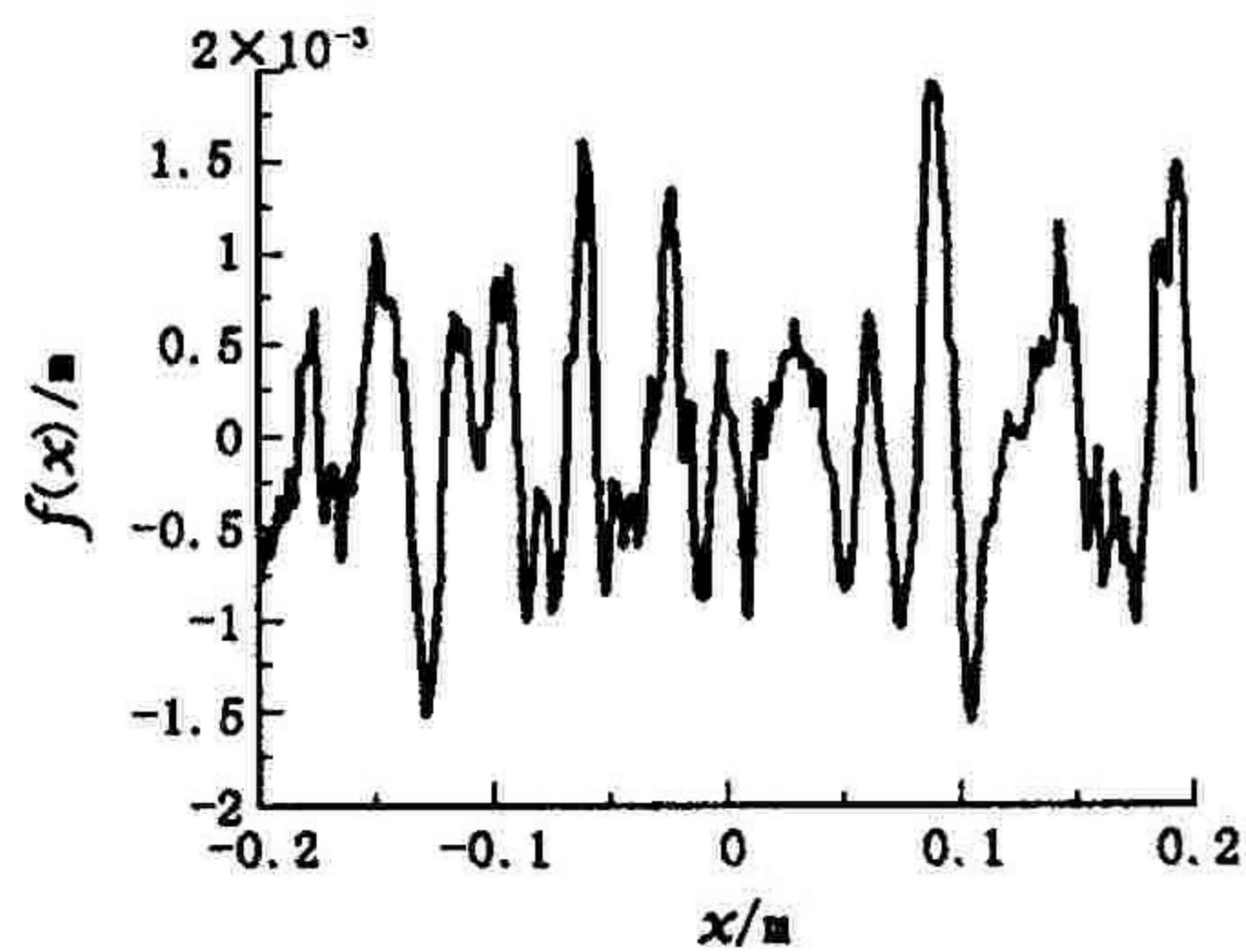


图4 海洋谱粗糙面高度和横坐标关系

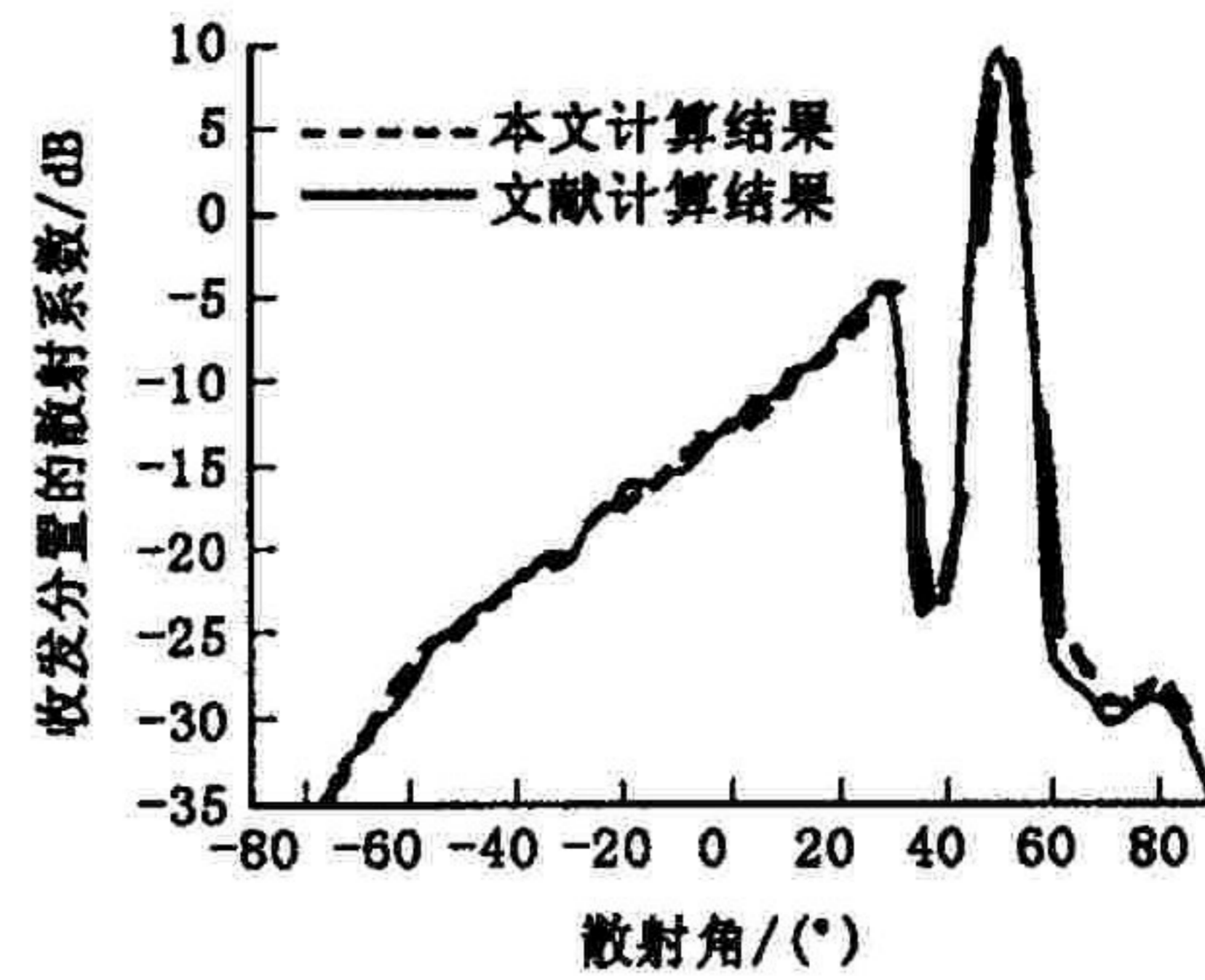


图5 收发分置的散射系数与散射角的关系

3 结论

从结果可以看出,选取谱函数不同,收发分置的散射系数有较大的差异,尤其在入射角附近;当 $\theta_r = \theta_i$ 时,散射系数最大,出现尖峰;通过与文献[3]结果比较,仿真结果吻合较好;在仿真粗糙导体面中,本文方法有参考价值。

参考文献:

- [1] 哈林登 R F,计算电磁场的矩量法[M]. 王尔杰. 北京:国防工业出版社,1981.
- [2] Jakov V. Toporkov. On the Discretization of the Integral Equation Describing Scattering by Rough Conducting Surfaces[J]. IEEE Trans,1998,46(1):150 - 161.
- [3] Tsang L, Kong J A, Ding K H. Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulation[M]. New York: John Wiley & sons, Inc. 2001.
- [4] Toporkov. Issues related to the use of a Gaussian - like incident field for low grazing angle scattering[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1999,8(2):28 - 39.
- [5] 李成,曹毅,童创明,等. AWE 技术加速计算圆环天线的宽带响应[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2003,4(2):31 - 33.

(编辑:田新华)

Numerical Computation of Scattering Coefficient from Gaussian

Perfect Conductor Random Rough Surface

YAN Pei - wen, TONG Chuang - ming, DENG Fa - sheng

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: In this paper, the Bistatic scattering coefficient from one - dimension Gaussian perfect conductor random rough surface is computed by the Moment method in Dirichlet boundary condition, and the basis function is taken as the pulse function and weighting function in the point matching method. A tapered incident wave is applied. By this method, two different spectrums in rough surface are analyzed. The results prove that the simulation of rough conducting surface with Gaussian surface is better in effect, which is a good method of modeling in electromagnetic environment.

Key words: MOM; Gaussian random rough surface; Bistatic scattering coefficient