

三维波形复合夹层体系半解析法有限单元分析

赵德辉^{1,2}, 许金余^{1,2}, 朱笃美¹

(1. 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038; 2. 西北工业大学力学与建筑工程学院, 陕西西安 710072)

摘要: 将有限单元半解析法用于求解三维填充式波形空间结构。构造了结构受弯窄条的反力矩阵。根据有限单元半解析法将位移场表示成两个方向位移的组合: 一个方向以函数形式给定位移形状; 另一方向为求解有限单元法的代数方程组。最后通过算例验证表明: 有限单元半解析法对于求解空间填充式结构非线性问题具有精度高, 收敛快, 易于计算机编程的优点。

关键词: 有限单元半解析法; 三维填充式波形结构; 薄壁空间体系; 几何非线性

中图分类号: TU3 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2005)04-0088-03

三维填充式波纹体系作为一种新型的复合式结构, 广泛应用于土木工程中的各个领域, 尤其在军事防护领域, 其卓越的抗爆性和稳定性被越来越多的军事防护专家所认可。对填充式复合结构以及薄壁体系的计算求解的方法很多, 但是主要集中在平板结构^[1], 现有的计算方法比较少且精度不足^[2]。有限单元法中的半解析法基于三角函数的正交性, 将实际位移转化为无量纲的坐标向量, 分解为谐波且对于每一谐波进行独立计算。该方法克服了传统计算方法的不足, 具有计算精度高, 便于编程计算的优点。本文将有限单元半解析法应用于求解三维填充式薄壁空间结构取得了十分满意的效果。

1 由单曲波形壳体切出窄条的反力矩阵的获得

为了得到体系反力矩阵, 首先从壳体结构中切出一窄条来进行分析。

1.1 求解过程的基本假定

本文计算过程中采用如下假定: ①三维夹层结构厚度相对于整个体系的体积可以忽略; ②承重层的材料正交异性且承重层对于中央平面对称, 变形过程中保持等距; ③板平面中的正应力仅由薄承重层承受, 沿厚度均匀分布; 假设剪应力沿填充料厚度均匀分布; ④相应于薄膜应力状态的位移场给定线性, 相应于弯曲应力状态的位移场给定三次抛物线状。

1.2 广义位移向量的选取

图1表示由体系切出的窄条。假定曲率方向与x及y轴一致。将位移场用二函数乘积的形式表示: $\varphi\Phi(\eta)\cos\pi\xi; \psi = \Psi(\eta)\sin\pi\xi; \omega = W(\eta)\sin\pi\xi$ 此处 $\xi = x/l; \eta = y/(b/2) = 2y/b$ 。相应与 $\eta = 1$ 和 $\eta = -1$ 的值代入上述函数得到: $\Phi(-1) = \Phi_1; \Psi(-1) = \Psi_1; W(-1) = W_1; \Phi(1) = \Phi_2; \Psi(1) = \Psi_2; W(1) = W_2$ 。将这些位移合并成为广义位移向量 $Z = [\Phi_1 \ \Psi_1 \ W_1 \ \Phi_2 \ \Psi_2 \ W_2]$ 由假定可以将位移场表示为

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & n_3 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 & 0 & n_4 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot Z \quad (1)$$

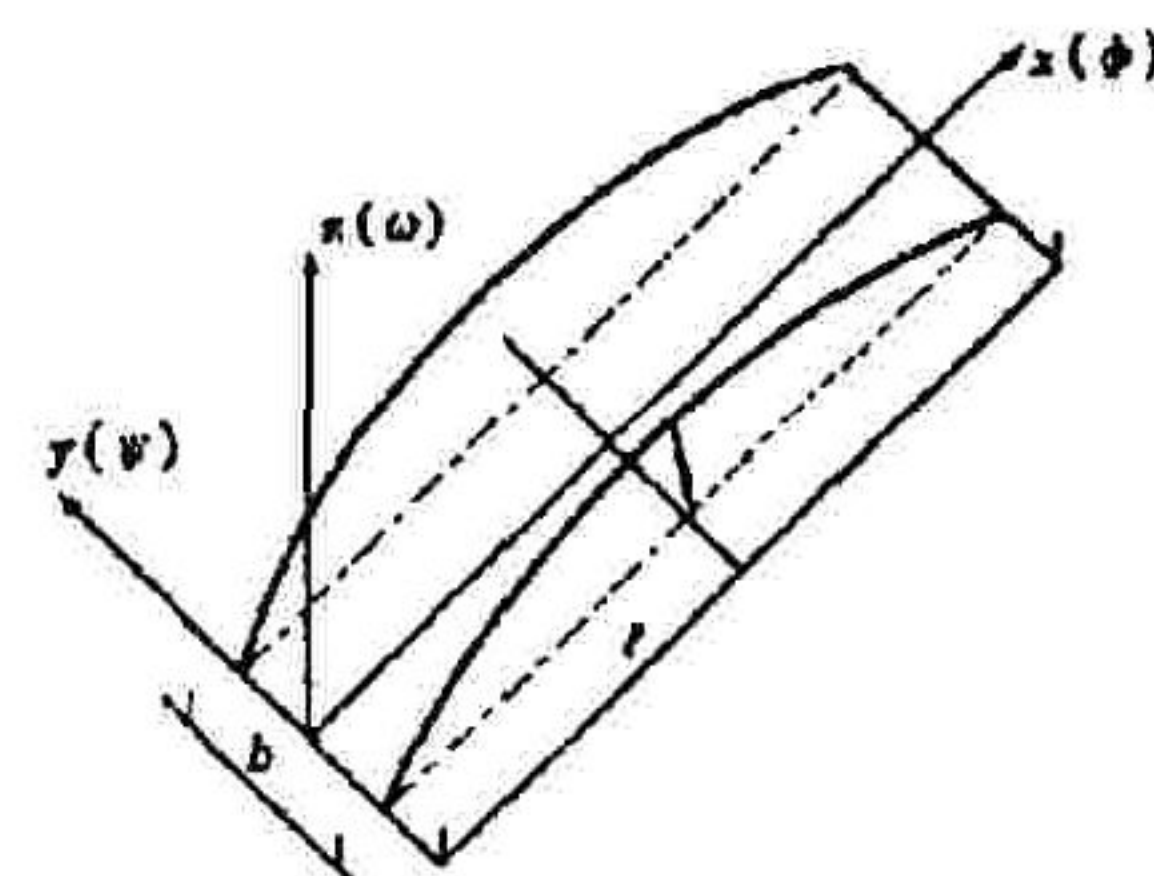


图1 由体系切出的窄条

收稿日期: 2004-10-12

基金项目: 总后科研资助项目(HX99502)

作者简介: 赵德辉(1978-), 男, 山西霍州人, 博士生, 主要从事结构工程、防护工程研究;

许金余(1963-), 男, 吉林靖宇人, 教授, 博士生导师, 主要从事防护工程, 结构工程及岩土工程研究。

式中: $n_1 = \frac{1}{2}(1 - \eta) \sin n\pi\xi$; $n_2 = \frac{1}{2}(1 - \eta) \cos n\pi\xi$; $n_3 = \frac{1}{2}(1 + \eta) \sin n\pi\xi$; $n_4 = \frac{1}{2}(1 + \eta) \cos n\pi\xi$; $m_1 = \frac{1}{4}(2 - 3\eta + \eta^3) \sin n\pi\xi$; $m_4 = \frac{1}{4}(2 + 3\eta - \eta^3) \sin n\pi\xi$ 。

1.3 窄条相对变形的计算

考虑到研究的结构物为夹层结构,取相对变形^[3]为

$$[\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}]^T = [\frac{h+t}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + k_1 \omega - \frac{h+t}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \frac{h+t}{2} (\frac{\partial \Psi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}) \frac{\partial \omega}{\partial x} + \Psi; \frac{\partial \omega}{\partial x} - \varphi] = B \cdot Z \quad (2)$$

此处 $B = kB(\xi) \cdot B(\eta)$, 并且式中

$$B(\xi) = \begin{bmatrix} \frac{h+t}{2} \sin n\pi\xi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h+t}{2} \sin n\pi\xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h+t}{2} \cos n\pi\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos n\pi\xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin n\pi\xi \end{bmatrix}; B(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 0 & 9 & 10 & 0 \\ 0 & 11 & 12 & 0 & 13 & 14 \\ 15 & 0 & 16 & 17 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$B(\eta)$ 中 1~18 的取值见如表 1。

表 1 数值对应的结论

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{-n\pi(1-\eta)}{2l}$	$\frac{k(2-3\eta+\eta^3)}{4}$	$\frac{-n\pi(1\eta)}{2l}$	$\frac{k(2+3\eta\eta^3)}{4}$	$\frac{1}{b}$	$-\frac{1}{b}$	$\frac{-n\pi(1-\eta)}{2l}$	$-\frac{1}{b}$	$\frac{-n\pi(1-\eta)}{2l}$
10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\frac{1}{b}$	$\frac{n\pi(1-\eta)}{2l}$	$\frac{n\pi(2-3\eta+\eta^3)}{4l}$	$\frac{n\pi(1+\eta)}{2l}$	$\frac{n\pi(2+3\eta-\eta^3)}{4l}$	$\frac{-n\pi(1-\eta)}{2l}$	$\frac{(-3+3\eta^2)}{2b}$	$\frac{-n\pi(1+\eta)}{2l}$	$\frac{(3-3\eta^2)}{2b}$

1.4 窄条反力矩阵的获得

得到了结构物的相对变形值后,利用下式进行反力矩阵的建立 $R = \frac{bl}{2} \int_0^1 \int_{-1}^1 B^T DB d\xi d\eta$ 。其中考虑到夹层结构包括上下层承重板和中间的填充层,根据基本假定 3,4 取

$$D = \begin{bmatrix} 2tE_x' & 2tE'' & 0 & 0 & 0 \\ 2tE'' & 2tE_y' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2tG & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_j h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_j h \end{bmatrix}$$

将式(1)代入式(2)中可以得到 $R = \frac{bl}{2} \int_0^1 \int_{-1}^1 B^T(\eta) B^T(\xi) DB(\xi) B(\eta) d\xi d\eta$

这样就得到了单曲波形壳体切出窄条的反力矩阵。应用矩阵计算软件可快速得出该种结构的解。

2 算例

本文通过得到的反力矩阵计算了单跨夹层波形薄壳如图 2。夹层薄壳参数如下:长度 $l = 24 \text{ m}$; 宽度 $b = 12 \text{ m}$, 简化取为圆柱壳体的一半,厚度 $t = 25 \text{ mm}$, 泊松比 $\mu = 0.15$, 弹性模量 $E = 3 \times 10^5 \text{ N/mm}$, 剪切模量 $G = 0.15$; 填充物厚度 $h = 50 \text{ mm}$, 泊松比 $\mu = 0.15$, 剪切模量 $G_3 = 0.15$ 。约束形式为四边绞支。通过编程计算得到夹层壳体在横向均布荷载 p 作用下,壳体各部分某些点的位移和内力,并且与 ANSYS 解以及相同形状的非夹层圆柱形薄壳的样条元法相比较,如表 2 所示。

从计算列表可以分析得出:利用得出的反力矩阵进行的计算结果与大型计算机计算软件得出的结论比较一致,说明反力矩阵精度比较高;该方法适应于计算机编程求解,并且集成化程度较高,应用内存较少,优

势明显。

表2 三维夹层波纹体系某些关键点的内力比较

方法	支座	1/4 边跨	跨中
半解析	0.895 1	2.904 9	5.256 0
样条元	1.262 7	4.210 0	7.299 9
ANSYS	0.903 1	3.012 1	5.121 1

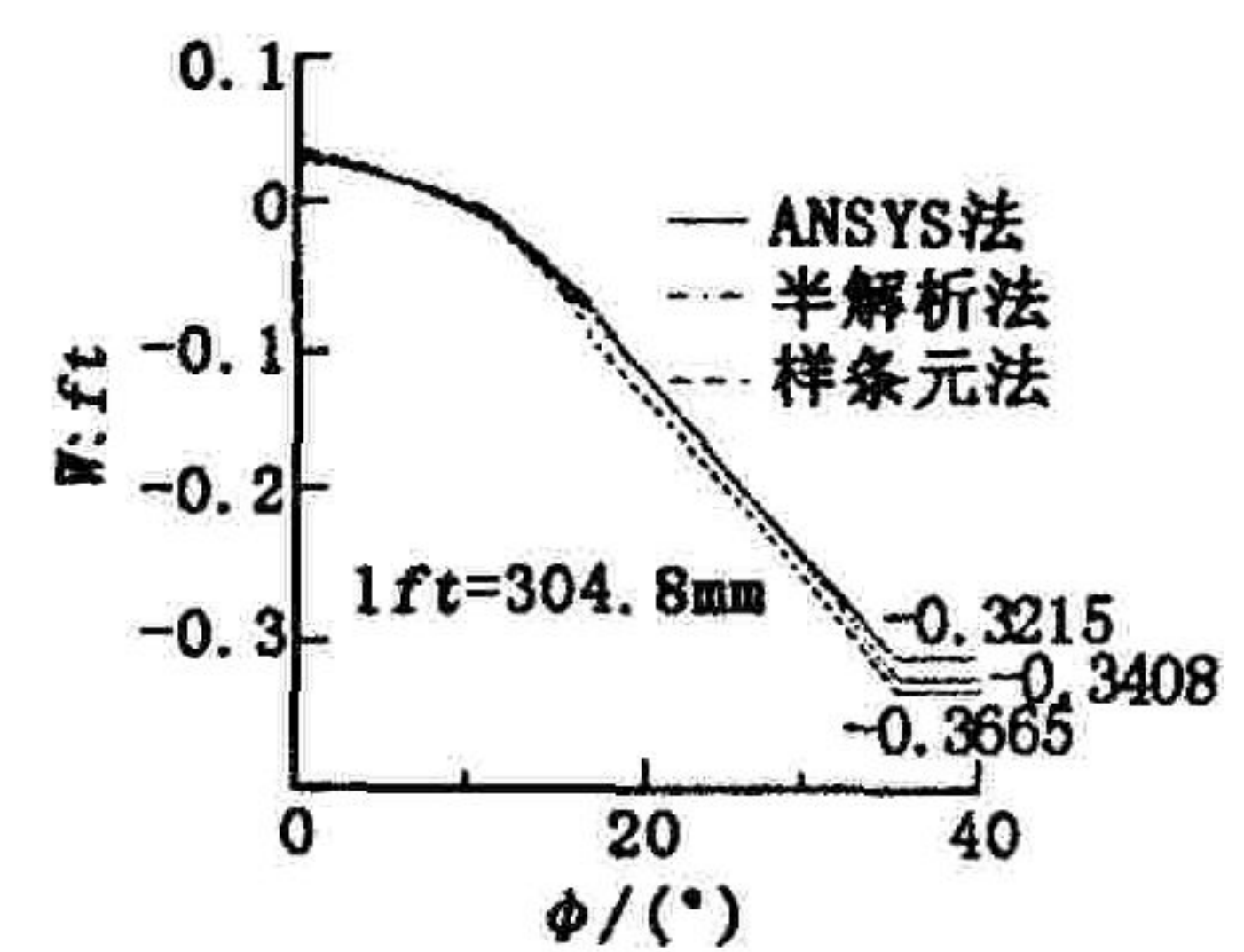
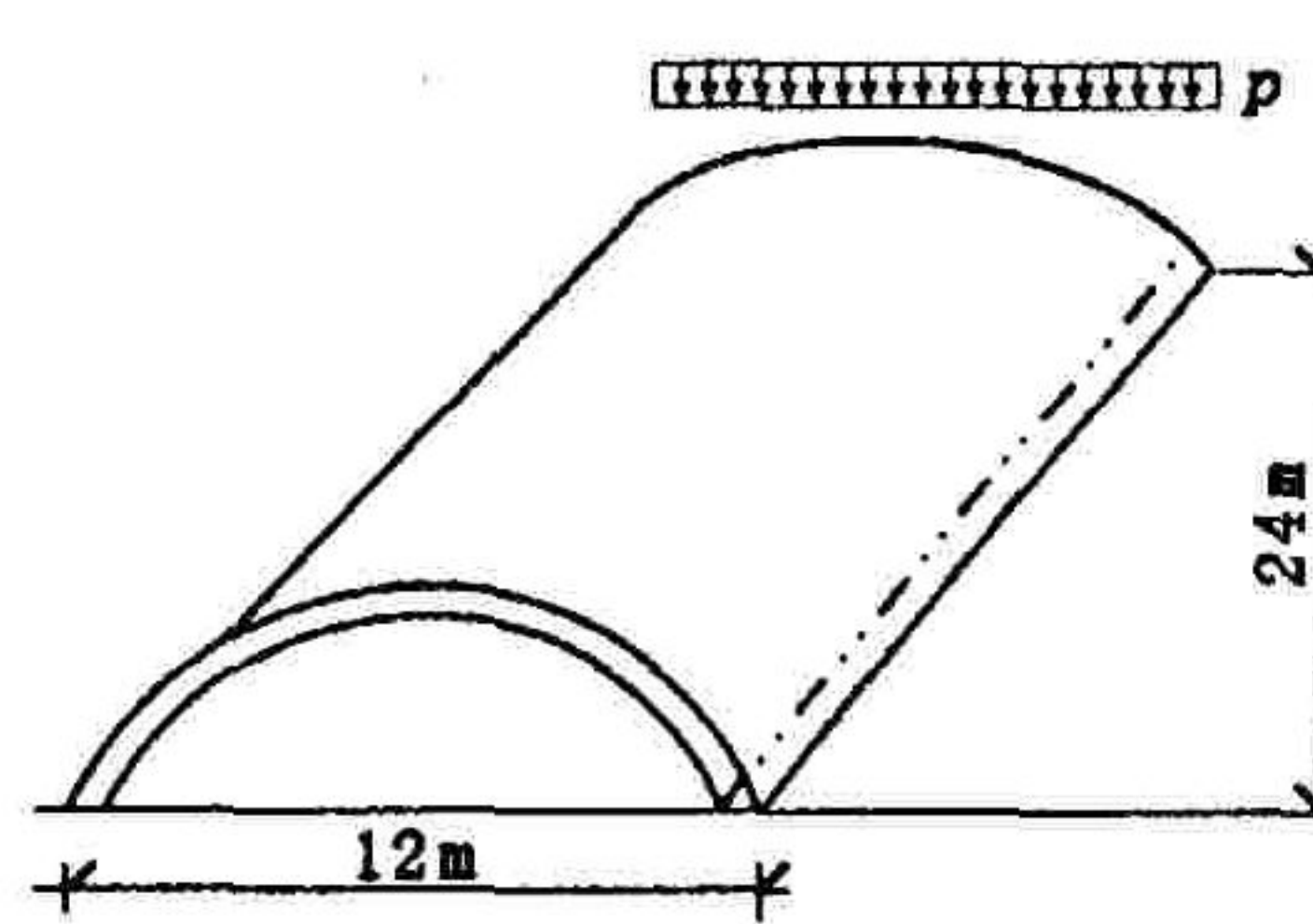


图2 单跨夹层波形薄壳 图3 壳体中央截面的垂直位移

3 结论

算例表明,有限单元半解析法对于求解三维夹层波纹体系十分有效,具有广泛的应用前景。它具有计算精度高,便于编程计算的优点。当然,这只是对于单跨体系进行的计算,但是对于这种方法只需要稍加扩充就可得到广义三维多波纹夹层空间体系的计算结论,实用价值较大。

参考文献:

- [1] Antonio F Mateus, Joel A Witz. A parametric study of the post - buckling behavior of steel plates[J]. Engineering Structure, 2001, 23:172 - 185.
- [2] 雷光宇,邓照北.薄板大挠度广义有限元分析[J].工程力学,2003,20(2):11 - 14.
- [3] 斯米尔诺夫 A Φ.建筑力学 - 薄壁空间体系[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1988.
- [4] 张仲林.爆炸荷载作用下钢纤维混凝土梁的动力响应分析[J].空军工程大学学报(自然科学版),2004,(5):12 - 14.
- [5] Kanok - Nukulchal W, Taylor R L, Hughes T J R. A Large Deformation Formulation for Shell analysis by the Finite Element Method[J]. Computers & Structures, 1981, 13:19 - 30.
- [6] Shen Pengcheng, Wang Jianguo. A Semianalytical Method for Static Analysis of Shallow Shells[J]. Computers & Structures, 1989, (5):25 - 31.

(编辑:姚树峰)

Semi -Analytical Method FEM Analysis of Three -Dimensional Infilling

Wave Shape System

ZHAO De - hui^{1,2}, XU Jin - yu^{1,2}, ZHU Du - mei¹

(1. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China; 2. Mechanics and Civil Engineering Institute, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 71072, China)

Abstract: Using Semi - Analytical Method of FEM to computer three - dimensional infilling wave shape system, this article constructs a counterforce matrix. According to the Semi - Analytical Method of FEM, the placement field is expressed as a combination of the placements in two directions: one is a displacement showed by function; another is a system of algebraic equations used to solve FEM. In the end, the result shows that the Semi - Analytical Method of FEM has the advantages of high precision, quick convergence and easy to program.

Key words: Semi - Analytical Method of FEM; three - dimensional infilling wave shape system; thin wall three - dimensional system; geometric non -linear