

量子细胞神经网络中的分岔与混沌

王 森¹, 蔡 理², 刘河潮¹

(1. 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038; 2. 空军工程大学理学院, 陕西西安 710051)

摘 要: 以量子细胞的极化率和量子相位作为状态变量, 以细胞内量子点间的能量比例系数为分岔参数, 对由三个量子细胞自动机耦合而成的量子细胞神经网络所呈现的丰富的混沌动力学行为进行了理论分析和计算机仿真研究。通过数值计算得到了最大 Lyapunov 指数谱, 分岔图和功率谱, 结果表明该系统通过拟周期分岔进入混沌且系统只有一个混沌区域, 在混沌区中没有周期窗口。

关键词: 量子细胞神经网络; 拟周期分岔; 混沌

中图分类号: O415 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2005)03-0085-03

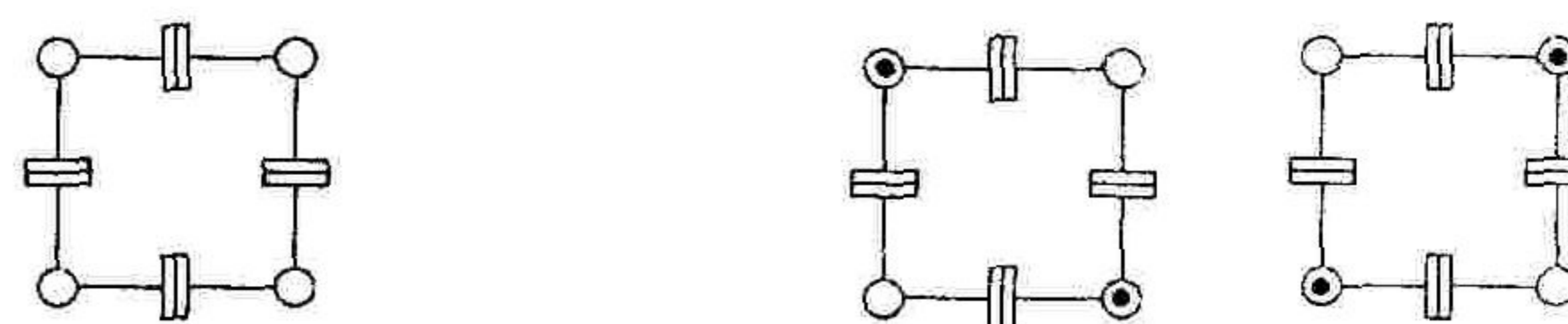
量子细胞自动机(Quantum Cellular Automata, QCA)的研究已有十年多的历史了,它是基于纳米结构尺度的电子器件,具有超高集成密度和超低功耗等特点。经过众多学者的研究,不仅将它成功用在数字电路设计上^[1],而且还将它用在模拟结构上。国外有学者以 Schrödinger 方程为基础利用蔡氏细胞神经网络(Cellular Neural Network, CNN)^[2]的结构用 QCA 构造了细胞局部耦合的网络,即所谓的量子细胞神经网络(Quantum Cellular Neural Network, QCNN)^[3-4]。关于量子细胞神经网络的非线性特性研究已见报道^[5],但以前的研究基本上是证明量子细胞神经网络能产生混沌运动,而对于系统进入混沌的道路,系统产生混沌的参数范围等内容未见有研究。

1 量子细胞神经网络(QCNN)的数学模型

QCNN 是由 QCA 局部耦合而成的。图 1(a)所示为由 4 个单电子隧道结(带横线的方框符号)构成的环,其角上是 4 个量子点,若再包含另外的两个电子则可实现一个 QCA 细胞,如图 1(b)所示,电子能够在细胞内的量子点间遂穿。

由于库仑排斥作用,每个细胞中的两个电子易于占据对角线上的量子点。因此,单个细胞具有两个完全极化状态。若将每个 QCA 细胞与其邻近细胞相耦合,则可形成局部耦合结构的 QCNN。在一个 QCA 中,每个量子点上的电子密度用 ρ_i 表示,则可定义量子点细胞的极化率 P 为 $P = ((\rho_1 + \rho_3) - (\rho_2 + \rho_4)) / (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4)$ 实际上,每个细胞极化率的变化是受其邻近细胞极化率的影响,有一个变化的过程^[6],因此,极化率 P 可看作在 -1 和 +1 之间连续变化。由于单个 QCA 细胞的极化率 P 构成宏观自由度,因此,可将它作为一个状态变量,而量子相位 φ 可作为另一个状态变量,用这两个状态变量可完整地描述一个 QCA 细胞的状态。

由 3 个细胞耦合的 QCNN 的状态方程^[5]为



(a)4 个隧道结构成的环 (b)QCA 细胞的两个完全极化态

图 1 隧道结环实现的 QCA 细胞

收稿日期:2004-10-09

基金项目:陕西省自然科学基金(2002F34)和空军工程大学学术基金资助项目(2002X12)

作者简介:王 森(1979-),男,安徽合肥人,硕士生,主要从事滤波器理论和设计,单电子器件理论及应用等研究;

蔡 理(1959-),女,福建永春人,教授,博士生导师,主要从事滤波器及单电子器件的理论及应用等研究。

$$\begin{aligned}
 \dot{P}_1 &= -2b_1\sqrt{1-P_1^2}\sin\varphi_1; & \dot{\varphi}_1 &= -w_1(P_1-P_2-P_3) + 2b_1P_1\cos\varphi_1/\sqrt{1-P_1^2}; \\
 \dot{P}_2 &= -2b_2\sqrt{1-P_2^2}\sin\varphi_2; & \dot{\varphi}_2 &= -w_2(P_2-P_1-P_3) + 2b_2P_2\cos\varphi_2/\sqrt{1-P_2^2}; \\
 \dot{P}_3 &= -2b_3\sqrt{1-P_3^2}\sin\varphi_3; & \dot{\varphi}_3 &= -w_3(P_3-P_2-P_1) + 2b_3P_3\cos\varphi_3/\sqrt{1-P_3^2}.
 \end{aligned} \quad (1)$$

其中 b_1 、 b_2 和 b_3 与每个细胞内量子点间的能量成正比,若细胞均相同,则有 $b_1 = b_2 = b_3$ 。而 w_1 、 w_2 和 w_3 表示对相邻细胞极化率之差的加权影响,相当于传统 CNN 中的 A 模板。

在文献[5]中,通过空间相图、状态变量波形图初步说明了该系统具有混沌动力学特性,并采用 d_∞ 参数方法对其 Lyapunov 指数进行了近似估算。本文通过数值计算给出最大 Lyapunov 指数谱、分岔图和功率谱,从而确定出该系统的混沌区域以及通往混沌的道路。

2 数值仿真结果与分析

本文的数值仿真是基于式(1)的状态方程进行的,式中取权值 $w_1 = 0.5$ 、 $w_2 = 0.3$ 和 $w_3 = 0.2$,并令 $b_1 = b_2 = b_3 = b$,取 b 为分岔参数,变化范围为 $0 \sim 0.5$ 。

分岔图通过如下方式获得:首先将分岔参数 b 固定在某一值上,然后以 $(P_1, P_2, P_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ 为初值在仿真时长 $[0, 8000]$ 中进行迭代,去掉前面的 1000 个迭代值,将剩下的迭代值示于分岔图中。图 2 和图 3 分别是 b 为 $0 \sim 0.5$ 范围内的分岔图和相应的最大 Lyapunov 指数(LLE)谱。从图 2 可见,随着 b 的减少,该系统响应从拟周期解进入混沌,在 $b = 0.42$ 处发生了拟周期分岔,它与图 3 的变化趋势是一致的。由图 2、图 3 还可看出系统在混沌区域没有周期窗口,当选取合适的分岔参数 b 使得系统处在混沌状态时,如果分岔参数有微小的扰动系统将依然保持混沌状态而不会跳出混沌区域。为了进一步验证该系统进入混沌的道路,我们分别给出了 $b = 0.42$ 和 $b = 0.28$ 时波形图和功率谱,见图 4、图 5。

由图 4 可看出 $b = 0.42$ 时,系统响应为拟周期解, $b = 0.28$ 时系统响应具有明显的混沌特性。图 5 的功率谱也验证了这一结论。图 5(a)功率谱为双频,最大 Lyapunov 指数 $LLE = 0$,频率 f_1 和 f_2 不可相约,产生拟周期运动,相轨迹永不自行封闭,绕满在环面上,见图 6。进而由此失稳进入混沌态,这就是拟周期分岔。图 5(b)的功率谱为宽频,具有明显的混沌性质,表明系统此时处在混沌态。

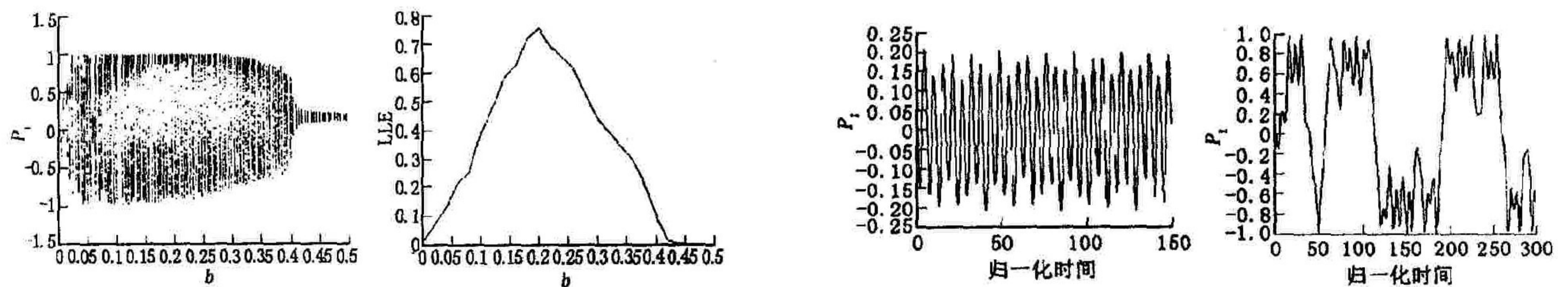


图 2 分岔图

图 3 Lyapunov 指数谱

(a) $b = 0.42$ (b) $b = 0.28$

图 4 波形图

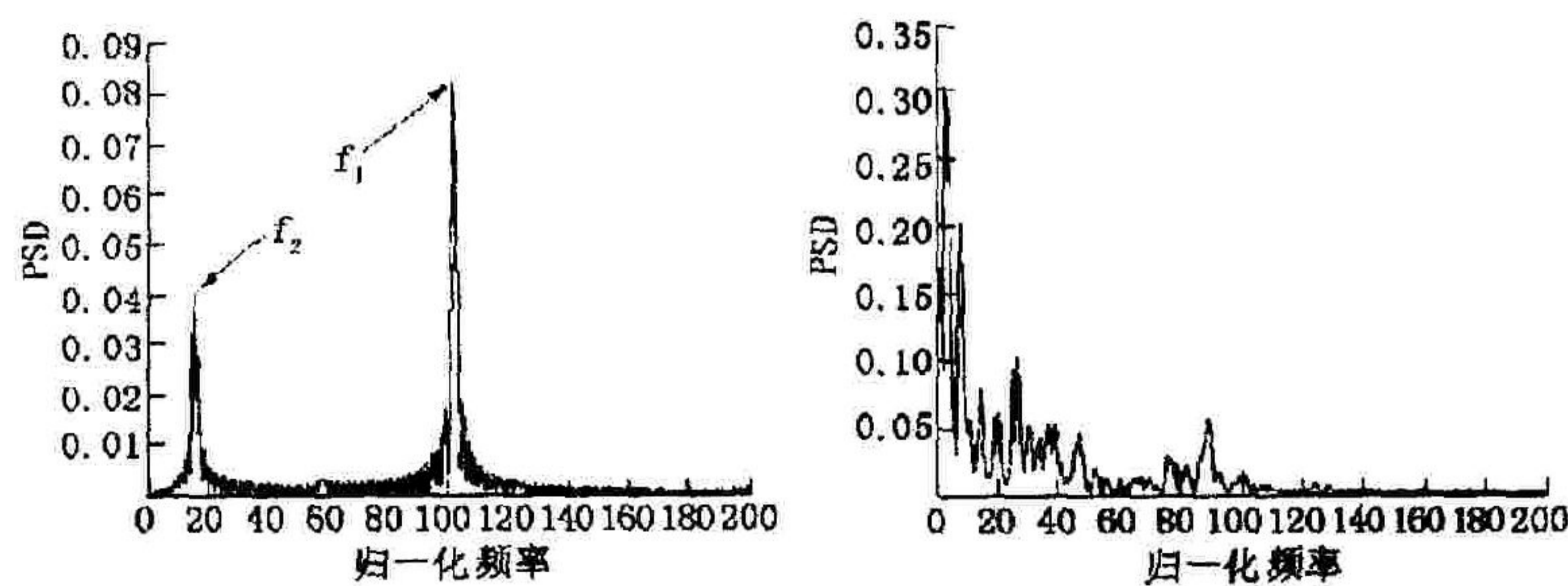
(a) $b = 0.42$ (b) $b = 0.28$

图 5 功率谱

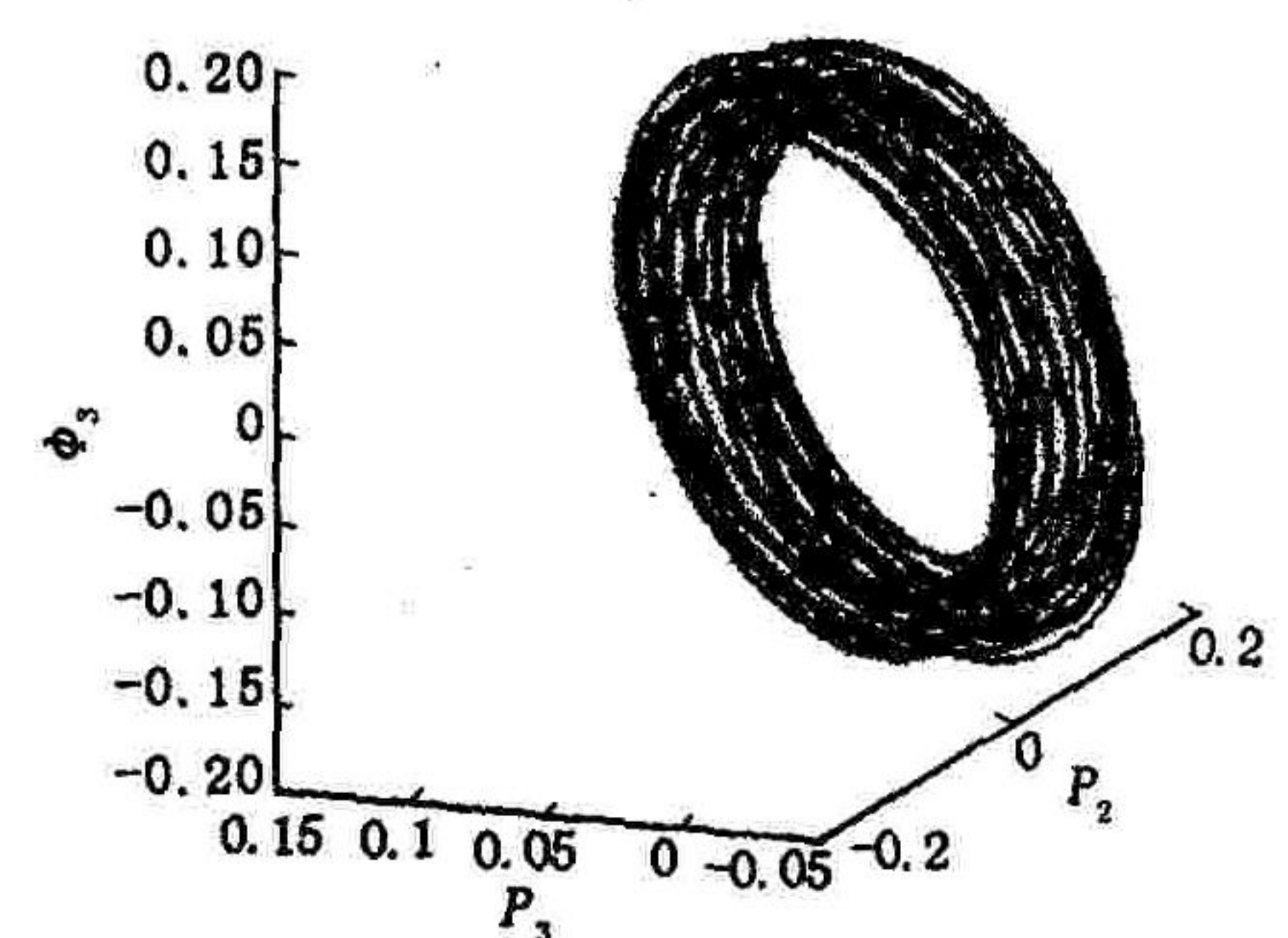


图 6 三维相轨迹图

另外,通过数值计算最大 Lyapunov 指数发现,当 $b > 0.42$ 时, LLE 恒不大于零,说明该系统在以 b 为分岔

参数时,只有一个混沌区域: $0 < b < 0.42$ 。

3 结论

由于 QCNN 是由基于纳米结构尺度的电子器件 QCA 耦合而成的,可看作将来在 CNN 领域的纳米级实现的一个重要的渠道。本文对由三个 QCA 耦合而成的 QCNN 的混沌产生机理以及混沌发生的范围进行了理论分析和计算机仿真研究,通过数值计算发现当分岔参数 $b = 0.42$ 时, $LLE = 0$, 系统发生拟周期运动,相轨迹绕满在环面上而不会自行封闭,由此失稳而进入混沌,发生拟周期分岔。另外该系统在以 b 为分岔参数时,只有一个混沌区域: $0 < b < 0.42$,系统在混沌区中没有周期窗口。随着对 QCNN 的非线性动力学特性的深入了解,可以预见其在将来的应用中可作为保密通信和控制中的超小混沌发生器。

参考文献:

- [1] Amlani I, Orlov A, Tóth G, et al. Digital Logic Gate Using Quantum - dot Cellular Automata[J]. Science, 1999, 284(9): 289 - 291.
- [2] Chua L O, Yang L. Cellular Neural Networks Theory[J]. IEEE Trans Circ Syst, 1988, 35: 1257 - 1272.
- [3] Porod W, Lent C S, Tóth G, et al. Quantum - Dot Cellular Nonlinear Networks: Computing with Locally - Connected Quantum Dot Arrays[A]. In Proc IEEE Int Symp Circuits Systems, Hong Kong: 1997, 745 - 748.
- [4] Porod W. Towards Nanoelectronics: Possible CNN Implementations using Nanoelectronic Devices[A]. In Proc IEEE International Workshop on Cellular Neural Networks and their Applications, London, England: 1998, 20 - 25.
- [5] 蔡 理,马西奎,王 森. 量子细胞神经网络的超混沌特性研究[J]. 物理学报,2003,52(12): 3002 - 3006.
- [6] 王传奎,高铁军,薛成山. 耦合量子细胞的非线性特性[J]. 物理学报,2000,49(10): 2033 - 2036.

(编辑:姚树峰)

Bifurcation and Chaos in a Quantum Cellular Neural Networks

WANG Sen¹, CAI Li², LIU He -chao¹

(1. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China; 2. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China)

Abstract :The analysis of the theory and simulation for the complicated and abundant chaotic dynamical behavior of a three - cell coupled QCNN have been done by using the polarization of a quantum - dot cell and quantum phase as state variables and parameter b as bifurcation parameter. By the practical numerical calculation the maximal Lyapunov exponents curve, bifurcation map and power curve are obtained. The results show that the route for the system response entering into chaos is quasi - period bifurcation and that the system only has one chaos region and there is no periodical window in the chaos region.

Key words: quantum cellular neural network; quasi - periodic bifurcation; chaos