

基于非线性迭代的开关功率变换器仿真

尹有为¹, 马西奎^{2,3}, 边岗莹¹

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 西安交通大学 电气工程学院, 陕西 西安 710049; 3. 重庆大学 高电压与电工新技术教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要:开关功率变换器仿真的关键是精确确定开关元件换相的时刻,而一般开关函数为超越方程,很难求得解析解。采用将超越方程转化为微分方程,然后利用微分方程的数值解法求取超越方程的零点,同时用精细历程积分法求取方程的指数矩阵。相对传统方法,非线性迭代法具有收敛范围宽、求解精度高、求解过程不需要使用导数,迭代效率高的优点。典型开关功率变换器仿真实例表明了该方法的正确性及迭代效率,是开关电路仿真的一种新思路。

关键词:非线性迭代;微分方程数值法;开关换相;开关变换器

中图分类号:TM131 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2005)01-0073-05

随着开关功率变换器的广泛应用,尤其是PFC功率因数校正器的发展,在国际上对PWM型开关功率变换器的建模和仿真逐渐成为一个研究热点。

目前,电力电子电路大信号时域仿真主要有两种方法:通用仿真软件仿真法和专用开关电路仿真法。前者如Spice和Saber,它支持电路含有非线性元件,无需列写电路方程,但在非线性段需要迭代,因此它仿真可能出现收敛困难和仿真时间长,效率低,尤其对于需要长时间波形仿真的时候。相对而言,专用开关电路仿真工具,如文献[1,2,6],基于简化的、分段线性的元件模型,在非线性段不需要迭代,因此具有更快的仿真速度。文献[3]基于Taylor级数展开式提出的查表法具有较好的速度和精度,文献[4]以结点法为基础,用牛顿法确定边界条件,文献[5]采用Chebyshev级数积分法来求解微分方程。这些方法的一个共同点是边界条件的确定很繁琐,且不易实现变步长仿真。

开关换相点的确定问题,主要用于确定开关状态变化的时间,由于开关函数一般是超越方程,很难求得解析解,因此宜采用数值迭代法求得近似值。目前采用较多的换相点确定的方法主要有:二分法、搜索法、二次插值法、线性插值(假如步长足够小,如文献[7])、牛顿迭代法(包含改进的牛顿迭代法,牛顿-拉夫逊迭代法)等等。使用较广泛的是牛顿迭代法及其改进型,但当选取的初始值距真解较远时,可能出现不收敛或得到增根,即存在局部收敛问题;而其它的方法如二分法有时迭代次数较多,效率低;插值法求解换相点则误差较大。当步长取得过小,则仿真的效率太低。所以,换相点的求解一直是开关变换器仿真的关键点。

本文提出采用微分方程的非线性迭代^[8]来求解非线性方程的方法,用于精确确定开关的换相点。与代数方程的迭代方法相比较,这种方法收敛范围宽、求解精度高、求解过程不需要使用导数,迭代的效率较一般的迭代方法高。仿真实例表明了这种方法的正确性和迭代效率,是开关电路仿真的一种新思路。

1 开关网络的模型

1.1 开关网络模型

基于理想开关模型或分段线性开关模型,开关功率变换器可以建模为分段线性时不变电路,如图1所

收稿日期:2004-07-13

基金项目:高等学校重点实验室访问学者基金资助项目

作者简介:尹有为(1968-),男,江西井冈山人,博士生,主要从事开关网络建模和仿真研究;

马西奎(1958-),男,陕西大荔人,教授,博士生导师,主要从事电磁场及非线性电路的教学与研究。

示。假设变换器波形周期为 T , t_i 表示换相时刻, 电路一个周期有 $N(N < 2^k, k$ 为开关元件的数目) 个拓扑结构, 则每个拓扑电路可用以下线性状态微分方程表示。

$$\begin{aligned} x(t_1) &= \Phi_1 x(t_0) - \Omega_1 v_s \\ x(t_2) &= \Phi_2 x(t_1) - \Omega_2 v_s \\ &\dots \\ x(t_i) &= \Phi_i x(t_{i-1}) - \Omega_i v_s \\ &\dots \\ x(t_N) &= \Phi_N x(t_{N-1}) - \Omega_N v_s \end{aligned} \quad (1)$$

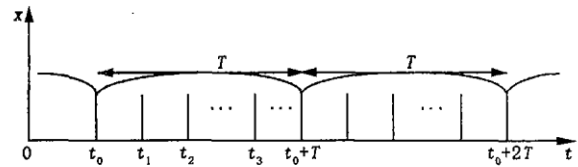


图1 变换器的拓扑图

其中 $x(t_i)$ 是状态变量在 t_i 时刻的值, 状态变量取电感电流和电容电压; Φ_i 是第 i 个拓扑电路的状态转换矩阵, 其值为 $\Phi_i = e^{A_i(t_i - t_{i-1})}$, A_i 是第 i 个拓扑状态方程的系统矩阵, 由电路结构和元件值确定; Ω_i 是第 i 个拓扑电路的系数矩阵, 其计算表达式为 $\Omega_i = A_i^{-1}(\Phi_i - I)B_i$ (假设输入电压为恒定值), 式中 I 是单位矩阵, B_i 是输入源列向量, 为已知量。

其结点电压或支路电流为

$$y = Cx + Dv_s$$

1.2 指数矩阵的精细积分计算方法

文献[9]给出了指数矩阵的精细算法, 主要是利用指数函数的尺度性质, 设

$$e^{A \cdot \tau} = [e^{A \cdot \tau/m}]^m \quad (2)$$

其中可选用 $m = 2^N$, 如 $N = 20$, 则 $m = 1\,048\,576$ 。由于 τ 本身是不大的时间段, 令 $\Delta t = \tau/m$, 将是非常小的一个时间段, 因此有

$$\begin{aligned} e^{A \cdot \Delta t} &\cong I + A\Delta t + (A\Delta t)^2/2! + (A\Delta t)^3/3! + (A\Delta t)^4/4! = \\ &I + A\Delta t + (A\Delta t)^2 \times [I + (A\Delta t)/3 + (A\Delta t)^2/12]/2 \end{aligned}$$

由于 Δt 很小, 幂级数的 5 项展开式精度已较高, 此时指数矩阵 T 与单位阵 I 相差较小, 因此

$$e^{A\Delta t} = I + T_a$$

$$T_a = A\Delta t + (A\Delta t)^2 [I + (A\Delta t)/3 + (A\Delta t)^2/12]/2$$

T_a 是一个小量, 为提高指数矩阵 T 的计算精度, 减少舍入误差的影响, 对式(2)进行分解

$$T = (I + T_a)^m = (I + T_a)^{2^N} = (I + T_a)^{2^{N-1}} \times (I + T_a)^{2^{N-1}} \quad (3)$$

一直分解下去, 共 N 次, 因为有以下关系

$$(I + T_a) \times (I + T_a) = I + 2T_a + T_a \times T_a$$

因此式(3)相当于

$$T_a = 2T_a + T_a \times T_a$$

当上式循环结束后再

$$T = I + T_a$$

以上就是指数矩阵 T 的精细计算公式, 这是一种 2^N 类的算法。

2 边界条件的求解

用常微分方程及其数值解的理论和方法来构造解非线性方程组的方法。

设非线性方程

$$f(x) = 0 \quad (4)$$

的全部实根包含在 (c, d) 内, x^* 为方程(4)的任一固定实根, $[a, b]$ 内仅含方程(4)的一个实根 x^* , $[a, b]$ 上连续可导且在 $[a, b]$ 上不变号。

为求方程(4)在 $[a, b]$ 内的根, 建立与方程相关的常微分方程自治系统

$$dx/dt = -\omega f(t) \quad (5)$$

$$x(0) = x_0 \quad x_0 \in [a, b] \quad (6)$$

其中, $\omega = \begin{cases} 1 & \text{当 } f \geq 0, x \in [a, b] \\ -1 & \text{当 } f \leq 0, x \in [a, b] \end{cases}$, 则该自治系统的奇点恰好是非线性方程(4)在 $[a, b]$ 内的根。

众所周知,除了极少数特殊情形能够给出初值问题式(5)、(6)解析解的具体表达式外,一般情况下难以得到它们的解析表达式,从而不能得到它们的精确解,因此考虑借助于常微分方程数值解法来给出 x^* 的近似值的方法。

这里,仅仅考虑用 Lambert^[10]中提出的一个非线性方法:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - h_n x_n f_n / (x_n + h_n f_n) \\ n &= 0, 1, 2, \dots, \quad x_0 \in [a, b], x_0 \neq 0 \end{aligned}$$

来解初值问题式(5)、(6),由此得到非线性迭代法:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - h_n \omega x_n f_n / (x_n + h_n \omega f_n) \\ n &= 0, 1, 2, \dots, \quad x_0 \in [a, b], x_0 \neq 0 \end{aligned}$$

其中 h_n 称为迭代步长,当 h_n 取固定值时,称为定步长非线性迭代公式,否则称为变步长非线性迭代公式。实际上,迭代公式提供的是沿着 $V(x)$ 在某一处 $x_0 \in [a, b]$ 处的渐近根轨迹来生成逼近 x^* 的迭代序列的。从常微分方程数值解的绝对稳定性考虑,每个迭代步长 h_n 必须受到严格限制,即存在 $H_0 > 0$,使得 h_n 必须满足

$$0 < h_n < H_0$$

然而要想按迭代公式严格沿着 $V(x)$ 的一条固定的渐近根轨迹来生成逼近 x^* 的迭代序列是不可能的,至少舍入误差是不可避免的,而事实上只要在每步上选取适当的步长 h_n 按迭代公式计算,使得

$$|x_{n+1} - x^*| < |x_n - x^*|$$

即满足

$$|f(x_{n+1})| < |f(x_n)|$$

成立即可,注意迭代初值 x_0 不能取为零,这是非线性方程本身的特点所决定的。最后得:

当 $f \geq 0, x \in [a, b]$ 时,迭代公式为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - h_n x_n f_n / (x_n + h_n f_n) \\ n &= 0, 1, 2, \dots, \quad x_0 \in [a, b], x_0 \neq 0 \end{aligned}$$

当 $f \leq 0, x \in [a, b]$ 时,迭代公式为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + h_n x_n f_n / (x_n - h_n f_n) \\ n &= 0, 1, 2, \dots, \quad x_0 \in [a, b], x_0 \neq 0 \end{aligned}$$

3 仿真步骤

1) 确定开关网络的初始状态和初值。为避免第一次迭代换相点接近零时,满足 $x_0 \neq 0$,可以采用 x_0 取 t_0 和 t_{out} 的中间值,其余换相点不存在此问题。

2) 判断电路的初始拓扑结构。

3) 仿真一个时间步长,并求取开关函数,判断开关状态。

4) 如果存在换相点,求取开关函数,构造 $f(x) = 0$ 函数,利用常微分方程的方法求解此函数的零点,即得换相点。

5) 确定开关电路的拓扑结构,如果不存在开关换相,则转3)继续循环,直到仿真时间结束。

4 仿真实例

实例:为验证所提方法的正确性,对电路图2所示典型电路进行了仿真,此电路在很多文献当中均作为仿真电路,其主要特点是电压反馈,带软起动电路,并且具有最大电感电流和最大占空比限制。主电路参数:

$E_s = 20\text{ V}; r_E = 0.005\ \Omega; L = 200\ \mu\text{H}; r_L = 0.25\ \Omega;$
 $C = 1\ \text{mF}; r_C = 0.1\ \Omega; R = 5\ \Omega; r_D = 0.05\ \Omega; r_T$
 $= 0.05\ \Omega$ 。控制电路参数: $C_1 = 2\ \mu\text{F}; r_{C1} = 0.1$
 $\Omega; C_2 = 3.3\ \mu\text{F}; C_3 = 1.8\ \mu\text{F}; r_{C3} = 0.1\ \Omega; R_1 = 600$
 $\Omega; R_2 = 3\ \text{k}\Omega; R_3 = 4.7\ \text{k}\Omega; R_4 = 1\ \text{k}\Omega; f_s = 20\ \text{kHz};$
 $E_{ref} = 5\ \text{V}; IL_{max} = 4\ \text{A}; d_{max} = 0.85; E_{ramp} = 10\ \text{V}$ 。

表1列出了非线性迭代法和二分法前5次换相点的值及迭代次数比较。其中,非线性迭代法取步长为5 us,绝对误差值为 10^{-6} 。由此可见非线性迭代法的效率。

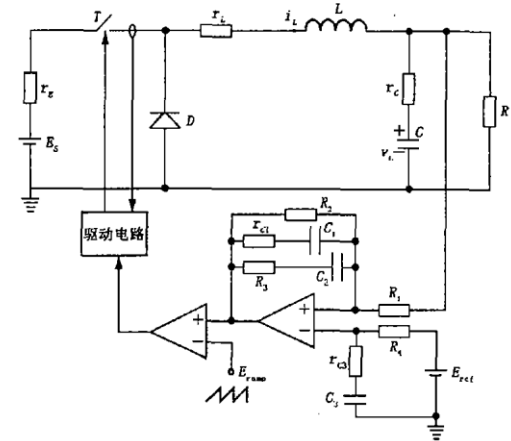
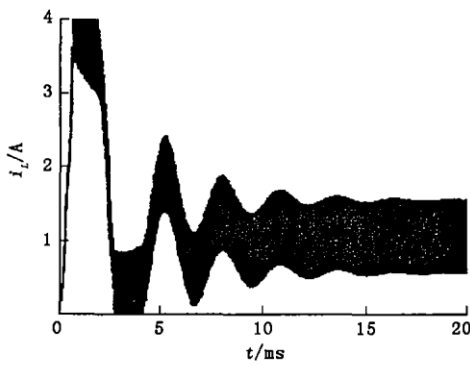


图2 Buck变换器电路原理图

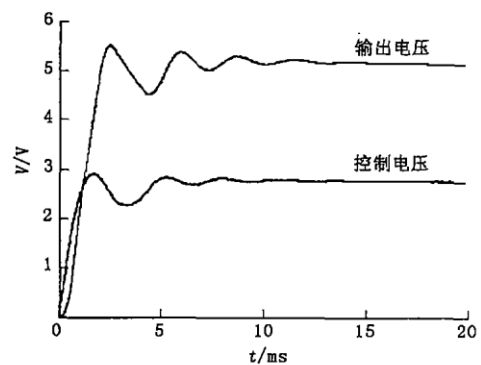
表1 非线性迭代法与二分法比较

	非线性迭代法		二分法	
	换相点时间/ μs	迭代次数	换相点时间/ μs	迭代次数
1	50.692 346 786 587 51	3	50.705 078 125 000 00	9
2	$1.014 172 222 631 965 \times 10^2$	3	$1.014 221 878 051 758 \times 10^2$	17
3	$1.521 470 649 948 124 \times 10^2$	3	$1.521 443 786 621 094 \times 10^2$	15
4	$2.028 514 131 819 443 \times 10^2$	3	$2.028 684 997 558 594 \times 10^2$	15
5	$2.535 816 432 720 429 \times 10^2$	3	$2.535 910 491 943 359 \times 10^2$	16

图3为启动瞬态波形图,其中图3(a)是仿真的电感电流,图3(b)是仿真的电容电压和控制电压;图4为输入电压从20 V跃变到40 V的电感电流和电容电压及控制电压的波形图。结果与文献[1,2,6]完全相同,可见本文方法的正确性及效率。但相对而言,本方法的收敛范围宽,迭代次数少,效率高。

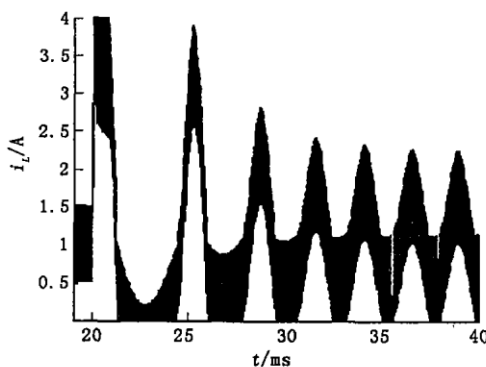


(a) 电感电流

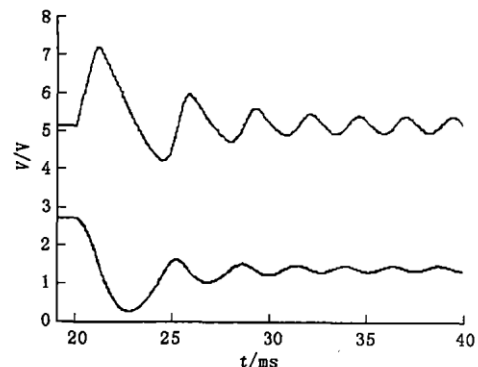


(b) 电容电压和控制电压

图3 启动瞬态波形



(a) 电感电流



(b) 电容电压和控制电压

图4 大信号瞬态波形仿真

5 结论

将代数超越方程转化为微分方程,然后应用微分方程的数值方法求解代数方程的零点,同时利用精细历程积分法求取指数矩阵。对典型闭环 Buck 变换器的暂态和大信号扰动进行了仿真,仿真结果和文献结果完全相同,证明了所用方法的正确性。但相对其它数值迭代法,非线性迭代法具有较高的效率,且收敛范围宽,是开关网络仿真的一种新思路。

参考文献:

- [1] Duwang L, Tymerski R, Ninomiya T. PECS - An Efficient Solution for Simulating Switched Networks with Nonlinear Elements [J]. IEEE Trans Ind Electron, 2001, 48(4): 367 - 376.
- [2] Tymerski R. A Fast Time Domain Simulator for Power Electronic Systems [A]. in Proc IEEE APEC 93 [C]. San Diego, CA: 1993. 477 - 483.
- [3] Wong R C. A fast Algorithm for The Time - Domain Simulation of Switched - Mode Piecewise - linear Systems [A]. PECS [C]. 1984. 281 - 296.
- [4] Hsiao C J. Circuit - oriented Discrete - time Modeling and Simulation for Switching Converters [A]. PECS [C]. 1997. 167 - 176.
- [5] 尹有为,赵录怀,马西奎. 不连续模式的 PWM 型 DC/DC 变换的广义平均法 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版) 2004, 5(4): 80 - 82.
- [6] Luciano A M, Strollo A D M. A Fast Time - domain Algorithm for the Simulation of Switching Power Converters [J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 1990, 5(3): 363 - 370.
- [7] Pejovic P, Maksimovic D. PETS - A Simulation Tool for Power Electronics [J]. in Proc IEEE Workshop Computers in Power Electronics, Portland, 1996, 14(8): 1 - 8.
- [8] 吴忠麟, 吴新元. 解非线性方程的一个非线性迭代法 [J]. 高等学校计算数学, 1995, 12(4): 318 - 322.
- [9] 钟万镒. 暂态历程的精细计算方法 [J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(1): 1 - 6.
- [10] Lambert J D. Nonlinear Method for Stiff System of Ordinary Differential Equations [J]. Lecture Notes in Mathematics, 1974, 10(3): 363 - 368.

(编辑:田新华)

A Method of Simulation for Switched Power Converter Based on Nonlinear Iterative

YIN You - wei¹, MA Xi - kui^{2,3}, BIAN Gang - ying¹

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China; 2. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Key Lab. for High Voltage Engineering and Electrical New Technology under the State Ministry of Education, Chongqing 400044, China)

Abstract: An algorithm for simulating switched networks based on nonlinear iterative method is presented. Using this algorithm, an algebra equation is transformed into an ordinary differential equation (ODE), and then the numerical method is used to obtain the steady state of the ODE. The steady state is just the root of the algebra equation. The commutation time can be evaluated precisely and exponential matrix can be requested by precise computation for transient analysis. Compared to the conventional approaches for algebra equation, the nonlinear iterative method is provided with wide convergence range, high precision, high efficient compare with other iterative methods and it has no need of using derivative in the course of iterative. The simulation results to illustrative example indicate the correctness and efficiency of the presented algorithm. It is a new thought to simulate switched power converters.

Key words: nonlinear iterative; numerical method for ordinary differential equation; switching instant; switched power converter