

基于 Laguerre 展开的时、频域同时外推技术

耿方志, 童创明, 钞钢, 项春望

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:考虑到散射体在高斯脉冲平面波激励下感应电流的能量几乎全部集中在有限时间和频率的范围内这一因素,将时域响应用 Laguerre 函数展开,并由傅里叶变换,可得到相应的频域响应。采用时间步进法(MOT)和矩量法(MOM)分别得到早时和低频响应,由早时响应和低频响应信息的互补关系,联合外推得到整个时、频响应。用本方法分析计算了理想金属导线的时、频域电磁散射响应,结果表明了该方法与频域 MOM、时域 MOT 的精确数值解非常接近。

关键词:Laguerre 函数;时域响应;频域响应;外推法

中图分类号:O441、TN011 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)04-0088-03

在电磁问题的分析中,基于频域电场积分方程 EIEF (electric field integration equation) 求解的 MOM (method of moments) 常常被用在频域分析中。在进行宽频带分析时,由于矩量法需要在逐个频率点重复求解矩阵方程,而且在高频段内,矩阵会变得非常巨大,所以 MOM 要耗费大量的计算时间。相比之下,时域方法更适合分析宽频带电磁问题,然而这种方法的缺点是在晚时响应区域会出现高频振荡似的不稳定性^[1]。

由傅里叶变换的特性知,频域响应中的低频成分和高频成分主要决定其对应的时域响应中的晚时响应和早时响应^[2]。基于这方面的考虑,本文采用了一种有效克服晚时响应区域振荡的方法,即利用 MOM 获得的低频响应信息和 MOT (method of marching - on - in - time) 获得的稳定的早时响应信息来联合外推得到整个时、频域响应。

在有限带宽的脉冲信号激励下,散射体上感应电流的能量几乎全部集中在有限时间和频率的范围内,因而最佳选择是用能量相对集中的基函数来同时表示时域和频域响应信息,如 Hermite 函数^[3]或 Laguerre 函数。本文选用 Laguerre 函数作为电磁响应的展开基函数,它较 Hermite 函数更为优越^[4]。Hermite 函数的定义域为 $[-\infty, +\infty]$,必须进行一定的时延才能和响应信号匹配,而且,该时延一旦选择不合适,会对结果影响很大;Laguerre 函数定义在 $[0, +\infty]$ 的范围之内,不需要进行任何时延就能和响应信号匹配。

1 公式

1.1 Laguerre 多项式及电磁响应展开

Laguerre 多项式存在如下的递推关系^[5]

$$L_0(t) = 1, \quad L_1(t) = 1 - t, \quad L_n(t) = \frac{2n-1-t}{n}L_{n-1}(t) - \frac{n-1}{n}L_{n-2}(t) \quad (1)$$

式中, $n \geq 2, t \geq 0$ 。归一化连带 Laguerre 函数表示如下

$$l_n(t) = e^{-\frac{1}{2}t} L_n(t) \quad (2)$$

几个低阶连带 Laguerre 函数 $L_n(t)$ 的波形如图 1 所示。具有因果关系的电磁响应用连带 Laguerre 函数 $L_n(t)$ 展开为

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \phi_n(t, l_i) \quad , \quad \phi_n(t, l_i) = l_n(t/l_i) / \sqrt{l_i} \quad (3)$$

式中, a_n 为待定系数, l_t 为时域尺度因子。上式进行傅立叶变换, 可得频域响应为

$$X(f) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \Phi_n(f, l_f), \Phi_n(f, l_f) = (-0.5 + jf/l_f)^n / \sqrt{2\pi l_f} (-0.5 + jf/l_f)^{n+1} \quad (4)$$

式中, l_f 为频域尺度因子, 它与时域尺度因子的关系是 $l_f = 1/2\pi l_t$ 。尺度因子 l_t 的选择非常关键, 它直接影响频域尺度因子 l_f , 它们分别决定了基函数在时域、频域的展开范围。

1.2 联合矩阵方程

当确定方程(3)、(4)的未知系数时, 展开阶数必须取有限值且设为 N 。取早时、低频响应采样点分别为 M_t, M_f , 则方程(3)、(4)离散为

$$x(t_p) \approx \sum_{n=0}^N a_n \phi_n(t_p, l_t) \quad X(f_q) \approx \sum_{n=0}^N a_n \Phi_n(f_q, l_f) \quad (5)$$

式中, $p = 1, 2, \dots, M_t, q = 1, 2, \dots, M_f$ 。上式写成矩阵方程为

$$[\varphi][a] = [x] \quad (6)$$

式中, $[a] = [a_0, a_1, \dots, a_N]^T$ 为待求系数向量, 矩阵 $[\varphi]$ 、向量 $[x]$ 的元素分别为

$$\varphi_{mn} = \begin{cases} \phi_n(t_m, l_t), & (1 \leq m \leq M_t) \\ \Phi_n(f_m, l_f), & (M_t + 1 \leq m \leq M_t + M_f) \end{cases} \quad \begin{cases} x(t_m), & (1 \leq m \leq M_t) \\ X(f_m), & (M_t + 1 \leq m \leq M_t + M_f) \end{cases} \quad (7)$$

其中早时响应采样 $x(t_m)$ ($1 \leq m \leq M_t$) 和低频响应采样 $X(f_m)$ ($1 \leq m \leq M_f$) 要采用时域法和频域法预先得到。值得指出的是, 所应计算的早时响应和低频响应信息应占整个时域响应和频域响应的 50% - 60%。一般地, 矩阵 $[\varphi]$ 的条件数较差, 矩阵方程(6)的求解需采用奇异值分解(SVD)^[6]。

2 计算结果

照射散射体的高斯型平面波的电场及其频谱为

$$E^{inc}(t) = \hat{y} \frac{E_0}{\sigma \sqrt{\pi}} e^{-\gamma} \quad E(\omega) = \frac{E_0}{c} \exp\left(-\left[\frac{(\omega\sigma)^2}{4c^2} + j\omega t_0\right]\right) \quad (8)$$

这里, $\gamma = (t - t_0 - r \cdot k) / \sigma, E_0 = 1 \text{ v/m}, \sigma = 10/3 \text{ ns}, t_0 = 20 \text{ ns}$ 。

本文以理想金属导线的电磁散射为例来检验上述时、频域联合外推法, 如图 2 所示。设导体置于 xoy 平面且对称于 x 轴。“ θ 角折线”: $R = 2 \text{ m}, r = 0.01 \text{ m}, \theta = 2\pi/3$, 折线被均匀剖分为 20 段。Laguerre 展开参数 $N = 70, l_t = 1.8$ 。计算的电磁响应是导体对称中心的时、频域感应电流。本文中, 时域响应由 MOT 法获得, 频域响应由 MOM 获得, 在计算过程中, MOM 和 MOT 对导体进行相同形式的剖分离散, 整个响应范围: 时域为 0 ~ 500 ns, 频域为 0 ~ 0.512 GHz。Laguerre 外推区在图中“竖虚线”右段, 左段为初始响应或低频响应区。计算结果如图 3 所示。Laguerre 外推结果与 MOM 和 MOT 单独计算结果基本重合。

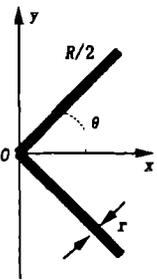


图 2 金属导线电磁散射模型

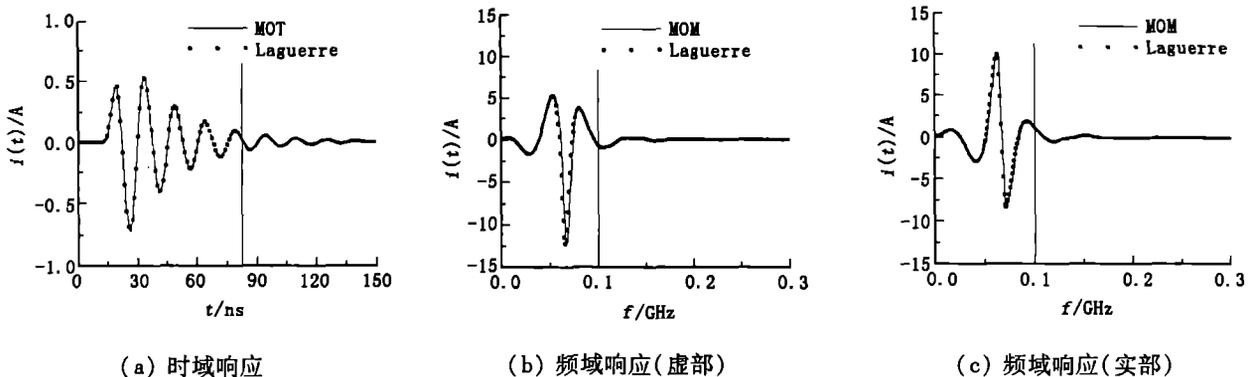


图 3 “ θ 角折线”O 点感应电流的时、频响应

3 结束语

本文利用早时响应和低频响应信息,研究了时、频域同时外推技术,这可以运用 Laguerre 多项式展开来完成。由于外推计算时只需要计算量较小的早时响应和低频响应信息,而且这种方法只需要求解一个规模很小的矩阵方程,因而这种技术是非常有效且计算量是最小的。计算结果表明, Laguerre 外推结果与频域 MOM、时域 MOT 的精确数值解非常接近,并且同时获得了完整的时域和频域响应,从而证明了该外推方法的有效性。

参考文献:

- [1] 张晨新,王积勤,王光明,等. 二维复杂目标电磁散射的计算机仿真[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2000,1(1): 50 - 54.
- [2] Adve R S, Sarkar T K, Pereira - Filho O M. Extrapolation of Time - domain Responses From Three - dimensional Conducting Objects Utilizing the Matrix Pencil Technique[J]. IEEE Trans. on AP, 1997,45(1): 147 - 156.
- [3] Murli Mohan Rao, Tapan K, Sarkar Tricha Anjali, et al. Simultaneous Extrapolation in Time and Frequency Domains Using Hermite Expansions[J]. IEEE Trans. on AP, 1999,47(6):1108 - 1115.
- [4] Tapan K, Sarkar, Jinhwan Koh. Generation of a Wide - Band Electromagnetic Response Through a Laguerre Expansion Using Early - Time and Low - Frequency Data[J]. IEEE Trans. on MTT, 2002,50(5): 1408 - 1416.
- [5] 柳重堪. 正交函数及其应用[M]. 北京:国防工业出版社,1980.
- [6] Murli Mohan Rao, Raviraj S, Adve, Tricha Anjali, et al. Extrapolation of Electromagnetic Responses from Conducting Objects in Time and Frequency Domains[J]. IEEE Trans. on MTT, 1999,47(10):1964 - 1973.

(编辑:田新华)

Simultaneous Extrapolation in Time and Frequency Domains Based on Laguerre Expansions

GENG Fang - zhi, TONG Chuang - ming, CHAO Gang, XIANG Chun - wang
(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: In consideration of the factor that the energy of the induced current on a scattering object excited by a plane wave with a Gaussian pulse almost all concentrates on a finite time and frequency - domain, by expanding the response in time with Laguerre function, a corresponding frequency - domain response is attained by using Fourier transform. According to the characters of Fourier transform, the low - frequency and high - frequency responses determine the late - time and early - time responses respectively. In this paper, the early - time and low - frequency responses are generated through the use of a time - and - frequency hybrid method including MOT and MOM and they are mutually complementary and contain all the necessary information. So the whole response can be attained by simultaneous extrapolation in time and frequency domains. The electromagnetic scattering responses in the time and frequency domains of the ideal metal conductors are calculated and analyzed by using this method.

Key Words: Laguerre function; time response; frequency response; extrapolation