

# 利用 RBF 神经网络实现对非相参积累检测系统中阈值的精确估计

杨 军<sup>1</sup>, 马晓岩<sup>1</sup>, 万山虎<sup>2</sup>, 张荣华<sup>1</sup>

(1 空军雷达学院 信息工程系, 武汉 430019; 2. 空军雷达学院 科研部, 武汉 430019)

**摘 要:**在非相参积累检测系统中,容易得到雷达虚警概率关于阈值的解析表达式,但难以得到阈值关于虚警概率的解析表达式,利用径向基函数(RBF)神经网络具有良好的逼近任意非线性映射和快速收敛的特点,提出了一种精确估计阈值的 RBF 神经网络方法。仿真结果表明,本方法可得到较高的阈值估计精度。

**关键词:**径向基函数;神经网络;阈值;检测概率

**中图分类号:**TN015 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)03-0024-04

在雷达检测系统性能分析中,先通过一给定虚警概率来获得相应的阈值,再根据检测概率与阈值的关系来得到雷达检测性能。一般情况下,容易得到雷达虚警概率关于阈值的解析表达式,但难以得到阈值关于虚警概率的解析表达式,此时,求取给定一虚警概率对应的阈值的方法可分两类,一类是采用搜索的方法,即首先预给定一初始阈值,并将其代入虚警概率关于阈值关系式中得到该阈值对应的虚警概率,然后将该虚警概率与给定虚警概率比较,若二者的误差在容许范围内,则预定的阈值即为所求,否则,对预定阈值增加或减少一增量作为新的阈值,重复前面步骤求解,直至满足终止条件为止。因此,该方法具有搜索时间较长的缺点。第二类求取阈值的方法主要是根据虚警概率与阈值之间存在的特定关系来确定。一般情况下,该类方法只适用于特定关系式,有时具有一定的局限性,如文献[1]提出的利用 Newton-Raphson (NR) 迭代来获得 Swerling 模型的阈值估计的方法,仅适用于一定虚警概率范围内求取阈值,若所要求的虚警概率超过该范围时,则无法得到正确的阈值。本文为获得求取给定虚警概率下的高精度的阈值估计方法,利用基于径向基函数(RBF)的神经网络具有良好的逼近任意非线性映射、处理系统内在难以解析表达的规律性能力和收敛速度快等优点<sup>[2-3]</sup>,将作者提出的改进 RBF 神经网络方法<sup>[4]</sup>应用于雷达性能分析,仿真结果表明,该方法实现了虚警概率与阈值之间的准确映射,从而得到了给定虚警概率下对应的阈值的精确估计。

## 1 雷达非相参积累检测系统模型

在雷达非相参积累检测系统中,目标起伏特征可用 Swerling 模型描述。Swerling 起伏目标的概率密度函数可表示为

$$f(A) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{\sigma}{\sigma_{av}}\right), \quad A \geq 0; \quad f(A) = \frac{4\sigma}{\sigma_{av}^2} \exp\left(-\frac{2\sigma}{\sigma_{av}}\right), \quad A \geq 0 \quad (1)$$

$$f(A) = \frac{4\sigma}{\sigma_{av}^2} \exp\left(-\frac{2\sigma}{\sigma_{av}}\right), \quad A \geq 0 \quad (2)$$

其中,  $\sigma$  表示目标的雷达截面积、 $\sigma_{av}$  表示目标的平均雷达截面积,式(1)为 Swerling I 和 Swerling II

收稿日期:2003-06-17

基金项目:国家“863”高技术研究发展计划资助项目(2002AA135320)

作者简介:杨 军(1973-),男,云南大理人,博士生,主要从事信号智能处理、检测与估计研究;

马晓岩(1962-),男,湖北蒲圻人,教授,主要从事信号检测与估计研究;

万山虎(1954-),男,安徽庐江人,教授、博士生导师,主要从事信号检测与处理研究。

型目标的概率密度函数,式(2)为Swerling III 和 Swerling IV 型目标的概率密度函数。且在非相参积累检测情况下,检测器阈值  $V_T$  与虚警概率  $P_{fa}$  的关系为<sup>[1]</sup>

$$P_{fa} = 1 - \Gamma_1\left(\frac{V_T}{\sqrt{n_p}}, n_p - 1\right) \quad (3)$$

其中,  $n_p$  为脉冲非相参积累数,  $\Gamma_1(x, N)$  为不完整 Gamma 函数,表示式为

$$\Gamma_1(x, N) = \int_0^x \frac{e^{-v} v^{N-1}}{(N-1)!} dv \quad (4)$$

对应的4种 Swerling 起伏目标模型的检测概率  $P_D$  分别为<sup>[1]</sup>

Swerling I 型:

$$P_D = \begin{cases} e^{-V_T/(1+SNR)}, n_p = 1 \\ 1 - \Gamma_1(V_T, n_p - 1) + \left(1 + \frac{1}{n_p NR}\right)^{n_p-1} \Gamma_1\left(\frac{V_T}{1 + \frac{1}{n_p SNR}}, n_p - 1\right) e^{-V_T(1+SNR)}, n_p > 1 \end{cases} \quad (5)$$

Swerling II 型:

$$P_D = \begin{cases} 1 - \Gamma_1\left(\frac{V_T}{1 + \frac{1}{n_p NR}}, n_p\right), n_p \leq 50 \\ \frac{\operatorname{erfc}(V/\sqrt{2})}{2} - \frac{e^{-V^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \left[ -\frac{1}{3\sqrt{n_p}}(V^2 - 1) + \frac{1}{4n_p}V(3 - V^2) - \frac{V}{12n_p}(V^4 - 10V^2 + 15) \right], n_p > 50 \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $V = \frac{V_T - n_p(1+SNR)}{(SNR+1)\sqrt{n_p}}$ ,  $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-v^2} dv$ 。

Swerling III 型:

$$P_D = \begin{cases} K_0 \exp\left(\frac{-V_T}{1 + n_p SNR/2}\right) \left(1 + \frac{2}{n_p SNR}\right)^{n_p-2}, n_p = 1, 2 \\ 1 - \Gamma_1(V_T, n_p - 1) + K_0 \Gamma_1\left(\frac{V_T}{1 + \frac{2}{n_p SNR/2}}, n_p - 1\right) + \frac{V_T^{n_p-1} e^{-V_T}}{(1 + n_p SNR/2)(n_p - 2)}, n_p > 2 \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $K_0 = \left(1 + \frac{V_T}{1 + n_p SNR/2} - \frac{2}{n_p SNR}(n_p - 2)\right)$ 。

Swerling IV 型:

$$P_D = \begin{cases} 1 - \left[\gamma_0 + n_p \gamma_1 SNR/2 + \gamma_2 (SNR/2)^2 \frac{n_p(n_p-1)}{2!} + \dots + \gamma_{n_p}\right] (1 + SNR/2)^{-n_p}, n_p \leq 50 \\ \frac{\operatorname{erfc}(V/\sqrt{2})}{2} - \frac{e^{-V^2/2}}{\sqrt{2\pi}} [C_3(V^2 - 1) + C_4 V(3 - V^2) - (C_3^2/2)(V^4 - 10V^2 + 15)], n_p \geq 50 \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $V = \frac{V_T - n_p(1+SNR)}{\sqrt{n_p(2\beta^2 - 1)}}$ ,  $C_3 = \frac{2\beta^3 - 1}{3\sqrt{n_p(2\beta^2 - 1)^{15}}$ ,  $C_4 = \frac{2\beta^4 - 1}{4n_p(2\beta^2 - 1)^2}$ ,  $\beta = 1 + SNR/2$ ,  $V_T$  和  $SNR$

分别为阈值和信噪比。

为分析雷达检测性能,需从该  $P_{fa}$  得到对应的  $V_T$ , 然而,从式(3)不易得到  $V_T$  关于  $P_{fa}$  的解析表达式,但容易得到  $P_{fa}$  关于  $V_T$  的解析表达式,本文通过改进的RBF神经网络及该解析表达式获得  $V_T$ 。该解析式导出过程如下,从式(4)可知

$$\Gamma_1(x, 1) = \int_0^x \frac{e^{-v} v^{1-1}}{(1-1)!} dv = 1 - e^{-x} \quad (9)$$

且  $\Gamma_1(x, N+1)$  与  $\Gamma_1(x, N)$  的关系为

$$\Gamma_1(x, N+1) = \int_0^x \frac{e^{-v} v^N}{N!} dv = \Gamma_1(x, N) - \frac{x^N e^{-x}}{N!} \quad (10)$$

据式(9)、(10)可得

$$\Gamma_1(x, N + 1) = 1 - e^{-x} \left( 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^N}{N!} \right) \quad (11)$$

将式(4)、(11)代入式(3)得

$$P_{fa} = 1 - \Gamma_1 \left( \frac{V_T}{\sqrt{n_p}}, n_p - 1 \right) = e^{-\frac{V_T}{\sqrt{n_p}}} \left( 1 + \frac{V_T}{1! \sqrt{n_p}} + \frac{V_T^2}{2! (\sqrt{n_p})^2} + \dots + \frac{V_T^{(n_p-2)}}{(n_p-2)! (\sqrt{n_p})^{n_p-2}} \right) \quad (12)$$

式(12)即为所求的  $P_{fa}$  关于  $V_T$  的解析表达式。

## 2 基于改进的 RBF 神经网络估计阈值的方法

本文所使用的 RBF 神经网络如图 1 所示,它实现的映射关系为  $V_T(P_{fa}): R \rightarrow R$ ,其数学表达式为

$$V_T = \sum_{j=1}^M w_j \phi(\|P'_{fa} - c_j\|) \quad (13)$$

这里,采用高斯函数作为径向基函数

$$\phi(\|P'_{fa} - c_j\|) = \exp\left(-\frac{\|P'_{fa} - c_j\|^2}{\sigma_j^2}\right) \quad (14)$$

其中,  $c_j$ 、 $\sigma_j$  ( $j=1, 2, \dots, M$ ) 分别为隐含层中第  $j$  个单元的中心矢量和宽度,  $w_j$  为隐含层中第  $j$  个单元到输出层的连接权。 $P'_{fa}$  与  $P_{fa}$  之间的关系为式(15)。

在该网络中,输入样本为虚警概率  $P_{fa}$ ,输出样本为阈值

$V_T$ 。它与标准的 RBF 神经网络的差别在于输入层加了非线性变换处理。这里加入非线性变换处理的主要目的是加大输入样本间的区别,从而加大样本间的可分性,以提高网络的逼近精度。进行此变换的依据是:①在雷达检测处理中,给定的  $P_{fa}$  值一般要求很小(如  $10^{-6}$ );②由于  $P_{fa}$  与  $V_T$  间为一一对应关系,而样本  $P_{fa}$  间差别较小,而  $P_{fa}$  对应的映射样本  $V_T$  间差别相对较大,且由式(13)、(14)可知,当输入样本差别较小时,已训练好的网络(参数  $c_j$ 、 $\sigma_j$ 、 $w_j$  和  $M$  已确定)的输出样本间不会有很大变化,从而导致通过网络映射得到的估计值与真实值之间存在较大误差,因此,为实现差别较小的不同  $P_{fa}$  样本映射到不同  $V_T$  值,需加大样本间的距离;③经仿真,发现  $F_{fa}$  与  $V_T$  成“负指数型”关系(结果可见图 2 和图 3),基于此,为加大  $P_{fa}$  样本间的距离,且和  $V_T$  间的距离在同一数量级上,故对  $P_{fa}$  作如下非线性变换

$$P'_{fa} = -\lg(P_{fa}) \quad (15)$$

该神经网络的训练方法见文献[5]。

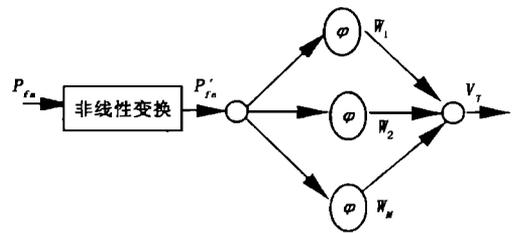


图 1 RBF 神经网络结构

## 3 仿真分析

在本仿真中,主要对改进的和标准的 RBF 神经网络方法以及文献[1]提出的 NR 方法 3 种情况进行比较。这里非相参积累脉冲数  $n_p = 4$ ,RBF 神经网络训练时,输出样本(阈值)由在区间  $[0, 50]$  (其对应的  $P_{fa}$  为  $1 \sim 7.4599 \times 10^{-9}$ ) 中以 0.5 等间隔进行取值获得。输入样本(虚警概率)可由输出样本通过式(12)获得。两种 RBF 神经网络训练后在  $V_T$  与  $P_{fa}$  之间的关系见图 2。图 3 是本文提出的方法和文献[1]所提出的 NR 方法得到的阈值估计与理论阈值的比较结果。从图 2 可以看出,用本文方法得到的估计值与理论值相吻合,而标准的 RBF 神经网络方法得到的阈值估计和理论值之间存在较大误差,且阈值估计被“压缩”在 0 到 36.4175 之间(对应的  $P_{fa}$  在  $1 \sim 2.28656 \times 10^{-6}$  之间),即用未改进 RBF 神经网络方法得到的阈值估计,不但估计误差较大,而且无法正确估计到  $P_{fa} < 2.2865 \times 10^{-6}$  时对应的阈值。同理,在图 3 中,NR 方法只有在  $P_{fa} = 1.20261 \times 10^{-4}$  到  $P_{fa} = 0.8003$  (对应的阈值为 27.43009 ~ 3.06746) 之间时,才能得到的正确阈值估计,而本文提出的方法,不但可以在整个训练的范围精确地得到阈值估计,而且只要扩大阈值的训练区间,还可获得更小的  $P_{fa}$  (如  $P_{fa} = 10^{-12}$  时)对应的阈值。图 4 为  $P_{fa}$  经非线性变换后得到的  $P'_{fa}$  与阈值  $V_T$  的关系,从图中看出,两者之间几乎成线性关系且距离已变大。在  $P_{fa}$  为  $10^{-6}$ 、信噪比为 0 ~ 22 dB 时,用本文方法和 NR 方法得到的阈值估计及其对应的 4 种 Swerling 起伏目标情况的检测性能分别见图 5、图 6,另外,用这两种方法得到的阈值估计及其代入式(12)后得到的相应  $P_{fa}$  值的比较结果见表 1,从表中可以看出,用本

文方法得到了精确的阈值估计,而 NR 方法则不能正确得到阈值估计。事实上, NR 方法得到的 21.350 457 5 值只是  $P_{fa}$  为 0.001 587 时对应的阈值,而不是  $P_{fa}$  为  $10^{-6}$  时对应的阈值,因此,图 6 不是  $P_{fa}$  为  $10^{-6}$  时的检测性能,而是  $P_{fa}$  为 0.001 587 时的检测性能。仿真分析与理论分析相一致。

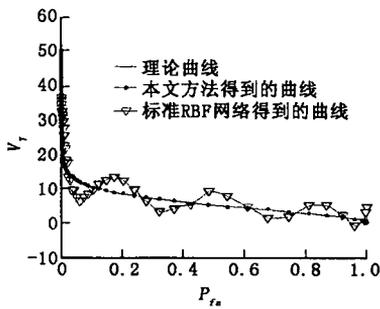


图2 本文方法和未改进的 RBF 方法得到的门限估计与理论值比较

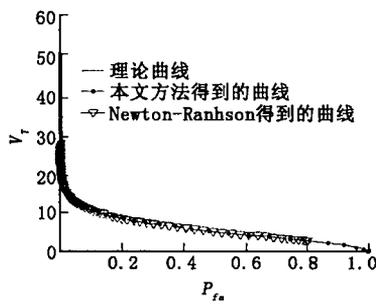


图3 本文方法和 NR 方法得到的门限估计与理论值比较

表1  $P_{fa}$  为  $10^{-6}$  时两种阈值估计方法比较

估计方法	$V_T$ 估计值	$P_{fa}$
本文方法	38.261 224 5	$9.998\ 699 \times 10^{-7}$
NR 方法	21.350 457 5	0.001 587

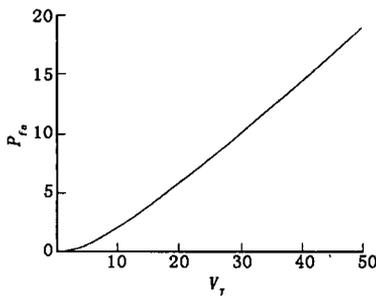


图4 虚警概率经非线性变换后与阈值间的关系曲线

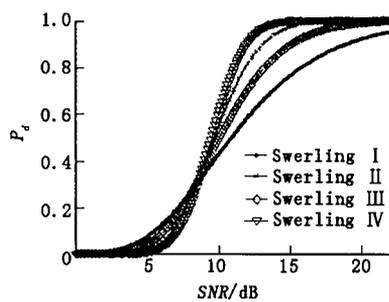


图5 本文方法得到阈值所对应的 4 种 Swerling 模型检测概率与信噪比关系

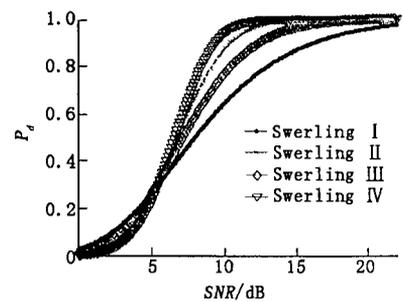


图6 NR 方法得到阈值所对应的 4 种 Swerling 模型检测概率与信噪比关系

参考文献:

[1] Mahafza B R. Radar Systems Analysis and Design Using Matlab [M]. Florida: CRC, 2000.  
 [2] Schilling R J, Carroll J J, Al - Ajlouni A F. Approximation of Nonlinear Systems With Radial Basis Function Neural Networks [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 2001, 12(1): 1 - 15.  
 [3] Leshno M, Lin V Y, Pinkus A, et al. Multilayer Feedforward Networks with A Nonpolynomial Activation Function Can Approximate Any Function [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1993, 4(1): 861 - 867.  
 [4] 杨 军, 马晓岩, 万山虎, 等. 利用 RBF 神经网络实现高斯型函数积分 [J]. 空军工程大学学报 (自然科学版), 2003, 4(5): 20 - 23.  
 [5] 杨 军. 基于雷达组网的分布式 CFAR 处理方法研究 [D]. 西安: 空军工程大学, 2003.

(编辑: 田新华)

### Accurate Estimation of Threshold in Non - coherent Integration System Based on RBF Neural Networks

YANG Jun<sup>1</sup>, MA Xiao - yan<sup>1</sup>, WAN Shan - hu<sup>2</sup>, ZHANG Rong - hua<sup>1</sup>

( 1. Dept. of Information Engineering, AFRA, Wuhan, Hubei 430019, China; 2. Scientific Research Office, AFRA, Wuhan, Hubei 430019, China)

**Abstract:** It is easy to yield the analytical expression of the probability of false alarm with respect to the threshold, but hard to obtain the analytical expression of the threshold with respect to the probability of false alarm. By making use of the perfect properties of radial basis function (RBF) neural networks, such as approaching arbitrary non - linear mapping and quick convergence, a new scheme based modified RBF neural networks is proposed in obtaining threshold estimation. Simulation results show that the proposed scheme is of higher accuracy in threshold estimation.

**Key words:** RBF; neural networks; threshold; probability of detection